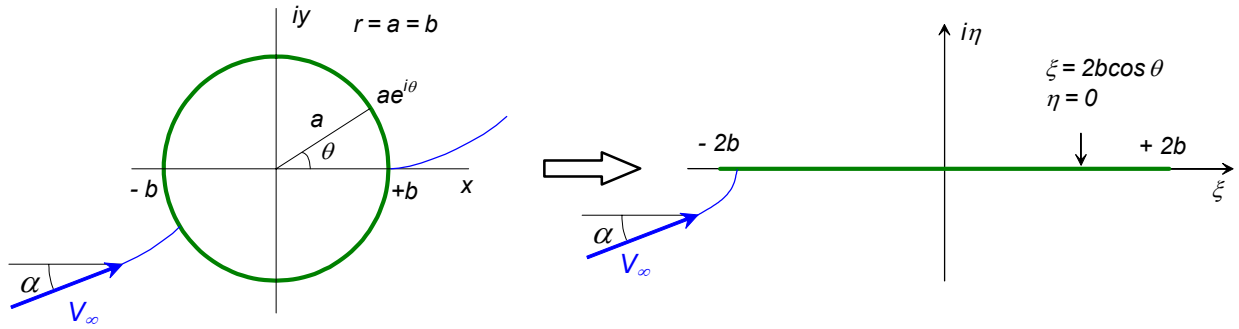


Ek-8.2- Düz Levha Etrafındaki Potansiyel Akımın Joukowski Dönüşümüyle İncelenmesi

z kompleks düzleminde merkezi başlangıç noktasında yer alan ve $z=\pm b$ tekil noktalarından geçen a yarıçaplı bir daireye Joukowski dönüşümü uygulandığı taktirde ζ düzleminde reel eksen üzerinde yer alan $4a$ uzunluğunda bir düz levha elde edilir.



Daire etrafındaki akımın kompleks potansiyeli ve kompleks eşlenik hızı sırasıyla

$$f(z) = V_{\infty} \left(z e^{-i\alpha} + \frac{a^2 e^{i\alpha}}{z} \right) + \frac{i\Gamma}{2\pi} \ln \frac{z}{a}$$

$$w^*(z) = V_{\infty} \left(e^{-i\alpha} - \frac{a^2 e^{i\alpha}}{z^2} \right) + \frac{i\Gamma}{2\pi z}$$

şeklinde yazılabilir. Daire üzerinde $r = a$ olup hız ifadesi,

$$w^*(z_d) = V_{\infty} \left(e^{-i\alpha} - \frac{a^2 e^{i\alpha}}{a^2 e^{i2\theta}} \right) + \frac{i\Gamma}{2\pi a e^{i\theta}} = i e^{-i\alpha} 2V_{\infty} \left[\sin(\theta - \alpha) + \frac{\Gamma}{4\pi a U_{\infty}} \right]$$

şekline gelir. Akımın durma noktalarından birisi düz levhanın firar kenarına karşılık gelen $\theta = 0$ noktasında olup, bu noktada hızın değerin sıfır olması şartından girdap şiddeti için

$$w_{\theta=0}^* = 0 \quad \rightarrow \quad \Gamma = 4\pi a V_{\infty} \sin \alpha$$

bulunur. Böylece daire üzerindeki hızlar için

$$w^*(z_d) = i e^{-i\alpha} 2V_{\infty} [\sin(\theta - \alpha) + \sin \alpha]$$

ve hızların şiddeti için de

$$q_{z_d} = |w^*(z_d)| = 2V_{\infty} |\sin(\theta - \alpha) + \sin \alpha|$$

elde edilir.

Joukowski dönüşümünün türevine gelince, daire üzerindeki noktalar için,

$$\left| \frac{d\zeta}{dz} \right|_d = \left| 1 - \frac{a^2}{z_d^2} \right| = \left| 1 - \frac{a^2}{a^2 e^{i2\theta}} \right| = \left| e^{-i\theta} 2i \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} \right| = 2 |\sin \theta|$$

olup bu durumda levha üzerindeki hızlar için

$$q_\zeta = \frac{q_{z_d}}{\left| d\zeta/dz \right|_d} = \frac{2V_\infty |\sin(\theta - \alpha) + \sin \alpha|}{2 |\sin \theta|} = V_\infty \left| \frac{\sin \theta \cos \alpha - \sin \alpha \cos \theta + \sin \alpha}{\sin \theta} \right|$$

$$\boxed{\frac{q_\zeta}{V_\infty} = \cos \alpha + \sin \alpha \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}}$$

bulunur.

Daire üzerinde $+\theta$ ve $-\theta$ ile tanımlanan, reel eksene göre simetrik konumlu noktaların düz levha üzerinde aynı noktaya dönüştükleri düşünülürse, düz levhanın bu noktasında üst tarafındaki ve alt tarafındaki hızlar sırasıyla

$$+\theta \text{ için} \quad q_\zeta(\xi, \theta^+) = V_\infty \left[\cos \alpha + \sin \alpha \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} \right]$$

$$-\theta \text{ için} \quad q_\zeta(\xi, \theta^-) = V_\infty \left[\cos \alpha - \sin \alpha \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} \right]$$

olup, hızlarla girdap şiddetleri arasındaki ilişki hatırlanarak, bu noktadaki girdap şiddeti için

$$\gamma(\xi) = q_\zeta(\xi, \theta^+) - q_\zeta(\xi, \theta^-)$$

$$\boxed{\gamma(\xi) \cong 2V_\infty \sin \alpha \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}}$$

elde edilir.

NOT: İnce profil teorisinde kullanılan eksen takımı ve θ açısının yönü, Joukowski dönüşümündekinden farklı olup, bu farklılık nedeniyle yukarıdaki bağıntı ince profil düzleminde

$$\boxed{\gamma(\xi) \cong 2V_\infty \sin \alpha \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}}$$

şeklini alır.

