

KANAT PROFİLİ ETRAFINDAKİ SIKIŞTIRILAMAZ AKIŞ

Uçağı havada tutan kanadın oluşturduğu taşıma kuvvetidir. Taşıma kuvvetinin hesaplanması, hangi parametrelere bağlı olarak değiştiğinin belirlenmesi önemlidir.

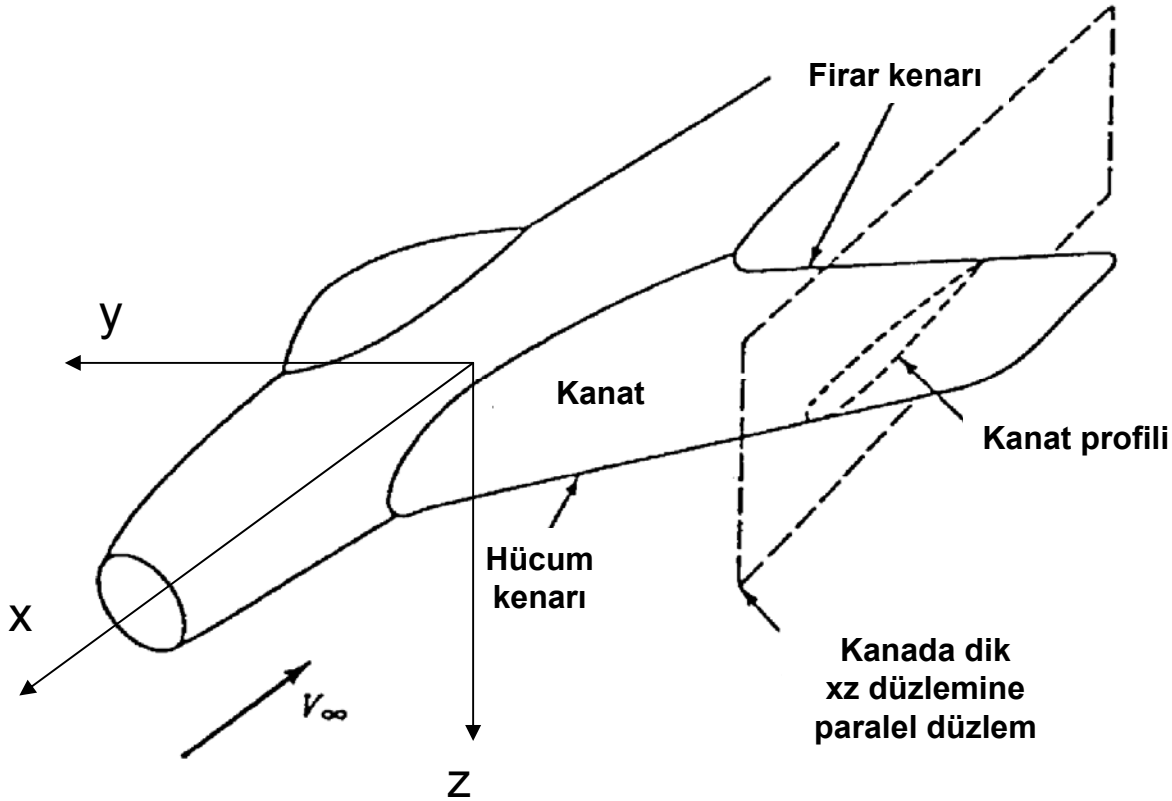
Bunun için başlangıçta, kanadın aerodinamik performansını etkileyen eleman olan kanat profili ile ilgili bilgiler verilecektir. Daha sonra kanat profili etrafındaki akış için teorik metotlar açıklanacaktır.

Viskoz olmayan akış için çözüm yapılacağı için, gerçek ile uygun olmasa da, sürüklenme kuvveti olmayacaktır. Sürüklenme kuvveti hesabı daha sonraki bölümlerde yapılacaktır.

Bu bölümde, temel olarak kanat profili üzerindeki basınç dağılımı nedeniyle oluşan profil özellikleri olan taşıma kuvveti ve momentlerin teorik olarak hesaplanması hakkında bilgi verilecektir.

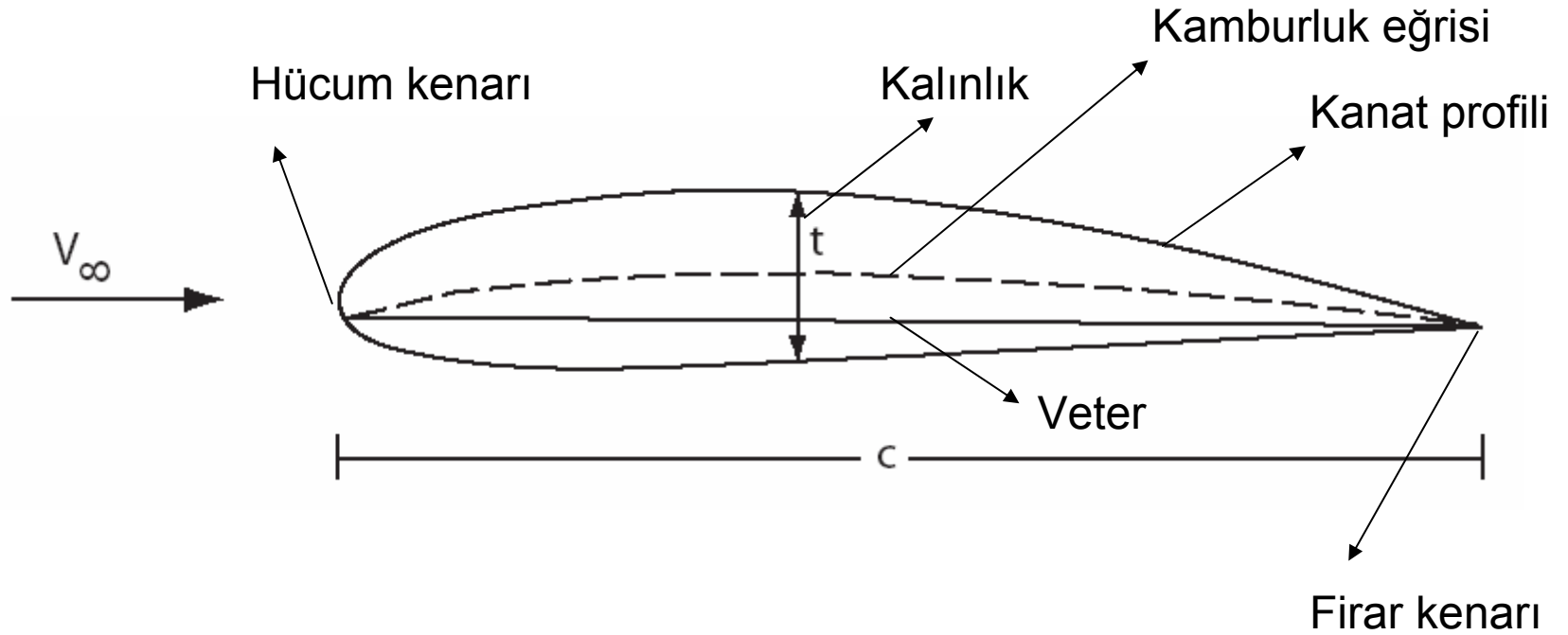
KANAT PROFİLİ

Kanat profili kanadın, uçağa bağlı eksen takımında x-z düzlemine göre, kesitidir. (Yatay ve düşey kuyruk, pervane için de kullanılır.)



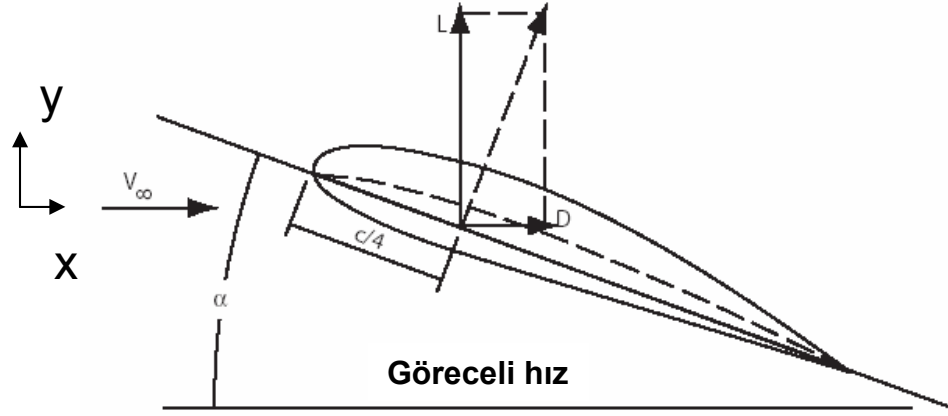


Kanat profilinin tarihsel gelişimi.



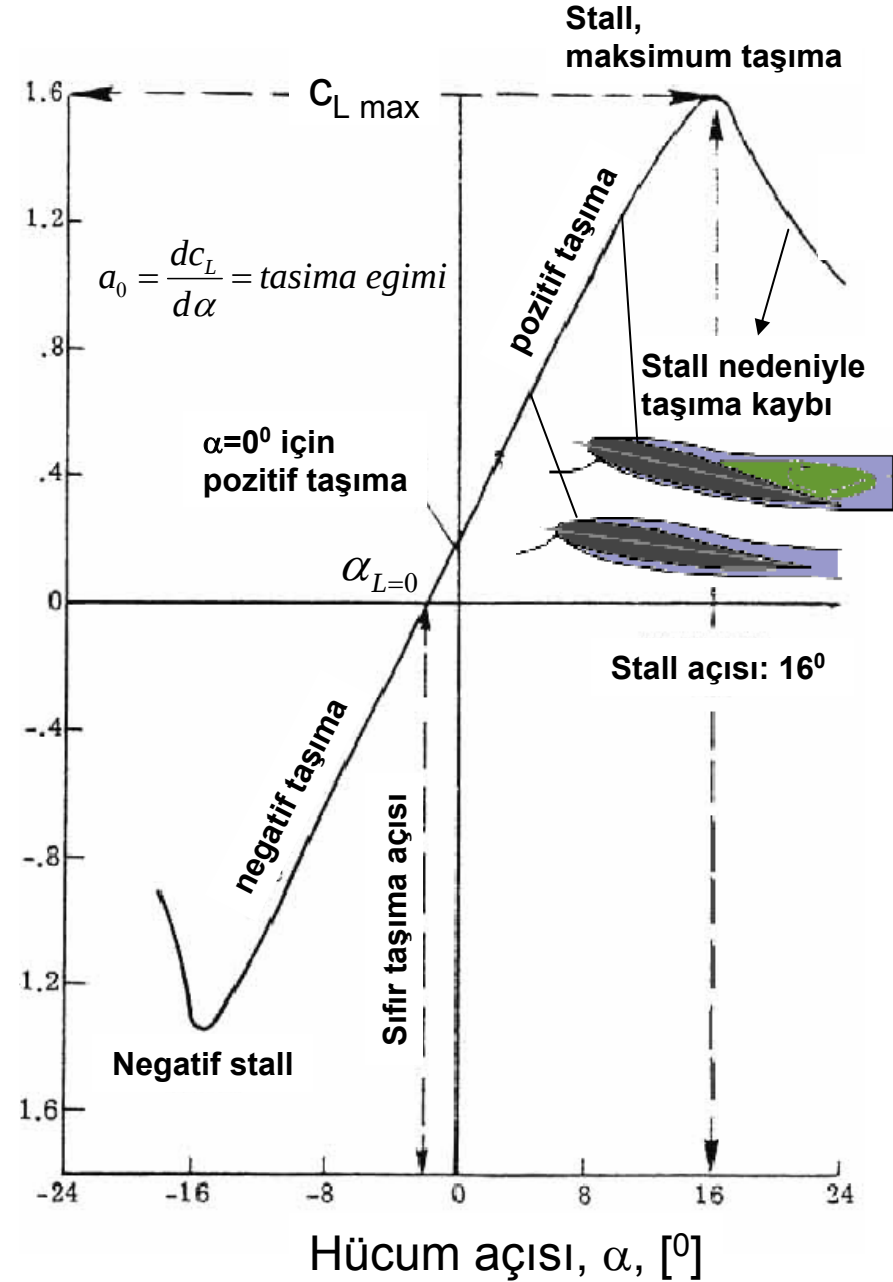
Teorik hesaplamalara geçmeden önce deneysel olarak elde edilmiş sonuçlar grafik olarak verilecektir.

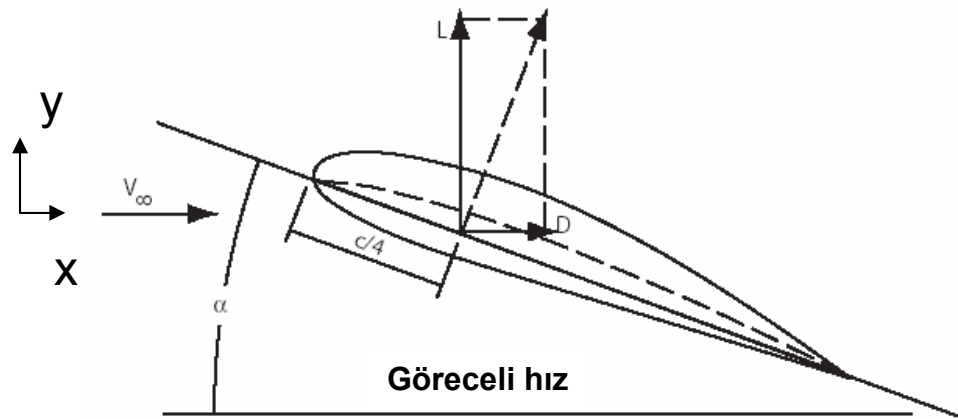
TAŞIMA VE SÜRÜKLEME KUVVETLERİ



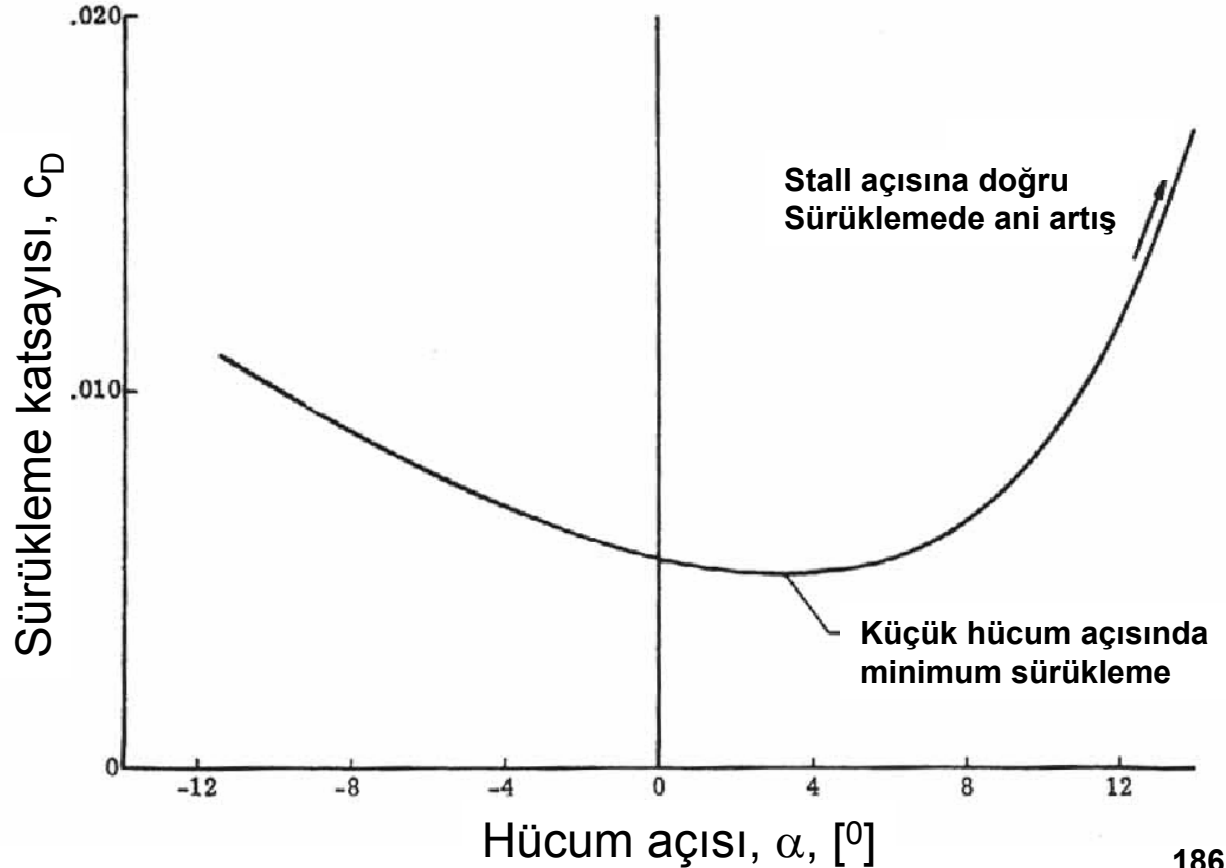
Viskoz olmayan akışta teorik olarak belirli bir profil için taşıma eğimi ve sıfır taşıma açısı bulunacaktır. $c_{L \max}$ 'ın hesabı, viskoz akış problemi olduğu için bu yöntemle elde edilemez.

Taşıma katsayısı, c_L





Sürükleme kuvvetinin kaynağı viskoz kuvvetler ve akım ayrılması nedeniyle basınç dağılımıdır. Daha sonraki bölümlerde hesaplanacaktır.



DÜŞÜK HIZLI AKIŞ KANAT PROFİLİ TEORİK ÇÖZÜMÜ

GİRDAP AKIŞI:

r yarıçaplı dairesel akım çizgisi için sirkülasyon: $\Gamma = -V_{\theta}(2\pi r)$



$$V_r = 0$$

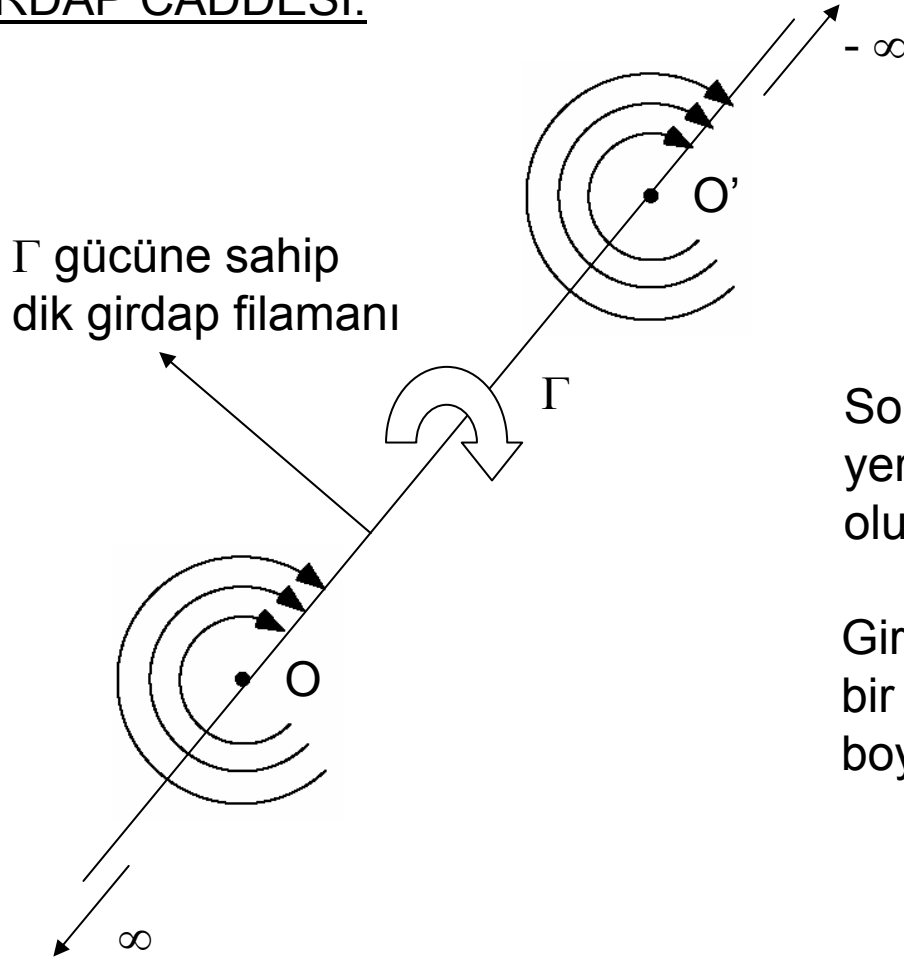
$$V_{\theta} = -\frac{\Gamma}{2\pi r}$$

$$\psi = \frac{\Gamma}{2\pi} \ln r$$

$$\phi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \theta$$

Γ : girdap akışının gücü

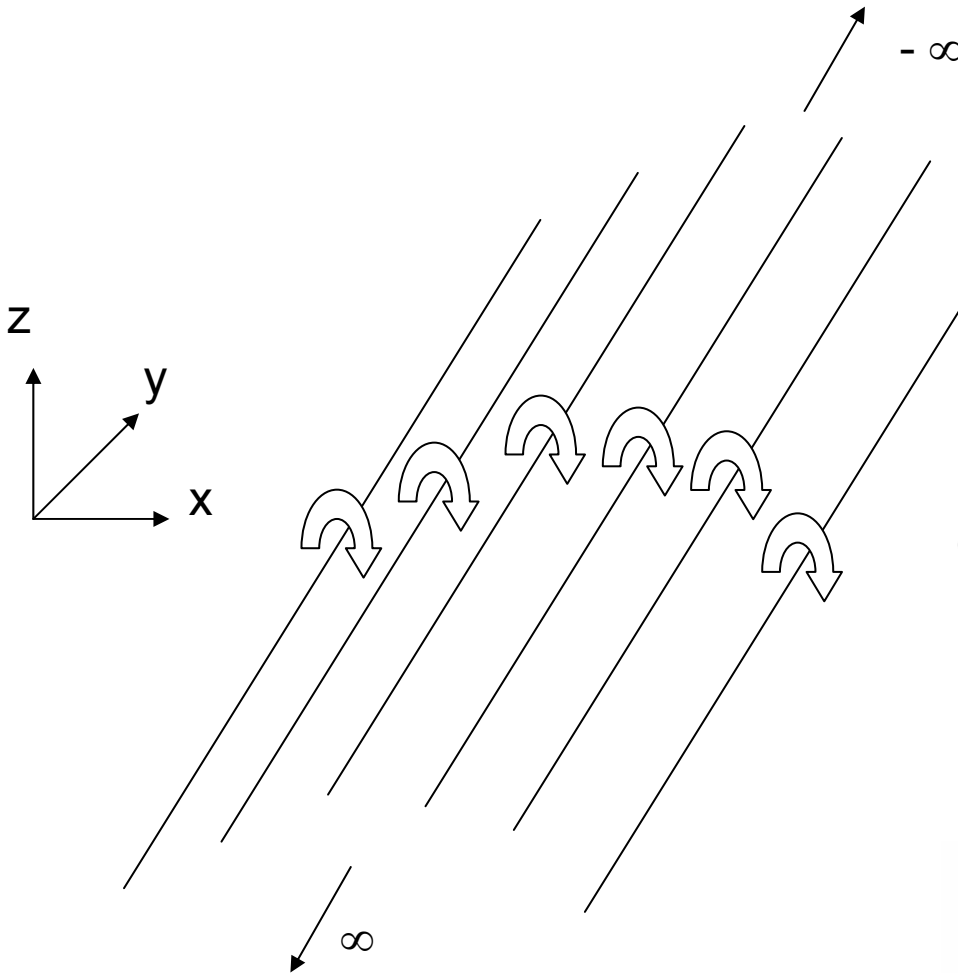
GİRDAP CADDESİ:



Sonsuz sayıda girdap akışı yanyana yerleştirildiği durumda girdap filamanı oluşturur.

Girdap akış çözümü bu girdap filamanının bir noktasındaki çözümdür. Tüm filaman boyunca birbirinin aynı çözümler olacaktır.

Girdap saat ibreleri yönünde $\rightarrow (+)\Gamma$

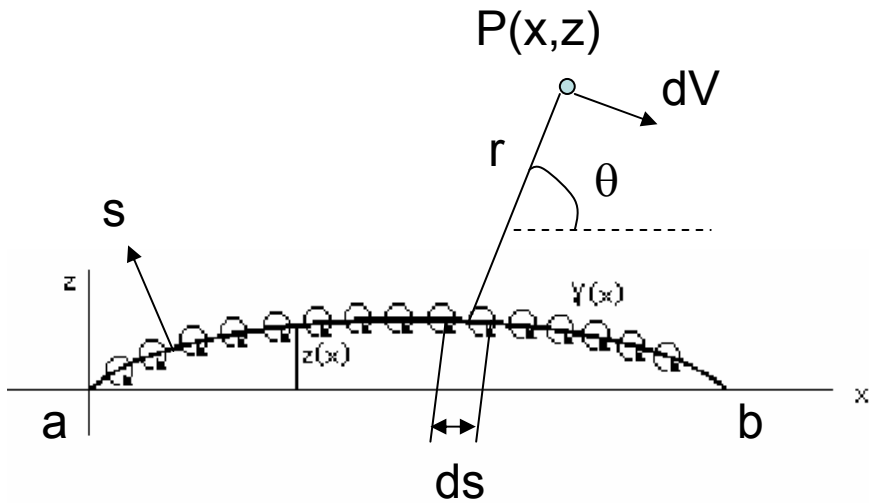


Girdap caddesine y ekseninden bakıldığında aşağıdaki gibi görünecektir.



Girdap Caddesi
girdap filamanlarının yanyana
dizilmesinden oluşmaktadır.

s: girdap caddesi üzerinden boyunca
başlangıç noktasına göre mesafedir.



s mesafesi boyunca birim uzunluk için
girdap caddesinin gücü

$$\gamma(s)$$

ds eleman uzunluğu için sonsuz uzunluktaki
parçanın gücü

$$\gamma ds$$

Akış içinde yer alan bir $P(x,y)$ noktası seçilen elemandan r kadar uzaklıktadır.
Girdap caddesi elemanının bu noktada oluşturduğu hız:

Girdap akışı için hız denklemi: $V_{\theta} = -\frac{\Gamma}{2\pi r}$

$$dV = -\frac{\gamma ds}{2\pi r}$$

Hızın yönü r 'ye dik olacaktır.

P noktasındaki hız bu denklemin a noktasından b noktasına kadar girdap elemanları için vektörel toplamı ile bulunur. Bu nedenle bazı durumlarda hız potansiyeli ile çözüm daha uygundur.

Girdap akışı için hız potansiyeli denklemi: $\phi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \theta$

$$d\phi = -\frac{\gamma ds}{2\pi} \theta$$

P noktası için, a dan b ye girdap caddesi için hız potansiyeli:

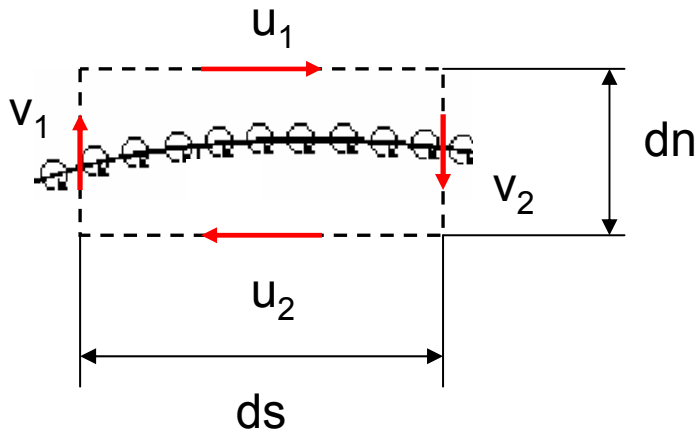
$$\phi(x, y) = -\frac{1}{2\pi} \int_a^b \theta \gamma ds \quad (\text{Sayısal panel metodunda kullanışlıdır.})$$

veya

$$V(x, y) = -\frac{1}{2\pi} \int_a^b \frac{\gamma}{r} ds \quad (\text{Klasik ince kanat profili teoremi için kullanışlıdır.})$$

Girdap caddesinin sirkülasyonu, girdap akışında olduğu gibi, elemanların gücünün toplamına eşittir.

$$\Gamma = \int_a^b \gamma ds$$



ds uzunluğunda ve dn kalınlığında bir dilim için alt ve üst yüzeylere teğet hızlar u_1 ve u_2 , yan yüzeylere teğet hızlar ise v_1 ve v_2 olsun.

Kapalı eğri için sirkülasyon tanımı: $\Gamma \equiv -\oint_c V \cdot ds$

$$\Gamma = -(v_2 dn - u_1 ds - v_1 dn + u_2 ds) = (u_1 - u_2)ds + (v_1 - v_2)dn$$

Aynı zamanda ds elamanı için $\Gamma = \gamma ds$

$$\Rightarrow \gamma ds = (u_1 - u_2)ds + (v_1 - v_2)dn$$

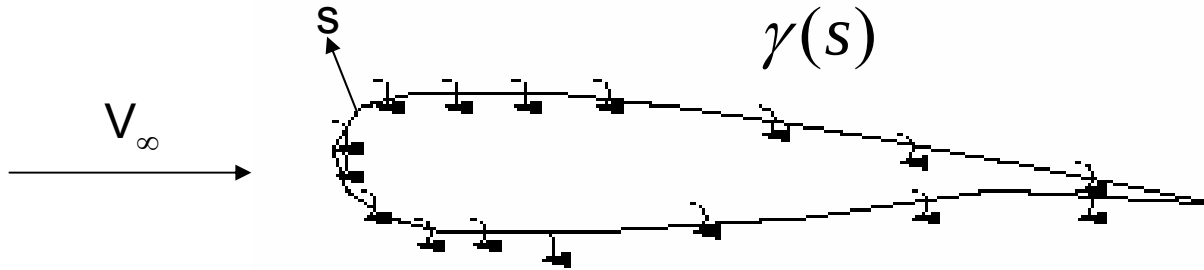
Alt ve üst yüzeyin girdap caddesine yaklaştığı durumda: $dn \rightarrow 0$

$$\gamma ds = (u_1 - u_2)ds \quad \Rightarrow \gamma = (u_1 - u_2)$$

Girdap caddesi üzerindeki yerel teğet hız değişimi lokal girdap caddesi şiddetine eşittir.

Şu ana kadar girdap caddesi hakkında bilgiler aktarıldı. Girdap caddesi kanat profili etrafındaki düşük hızlı akış analizinde kullanılacaktır:

V_∞ hızına sahip hava akışı içinde yer alan bir kanadın alt ve üst yüzeylerini $\gamma(s)$ şiddetine sahip girdap caddesi ile değiştirilsin.



Kanat profili için sirkülayon: $\Gamma = \int \gamma ds$ (integral tüm yüzey için)

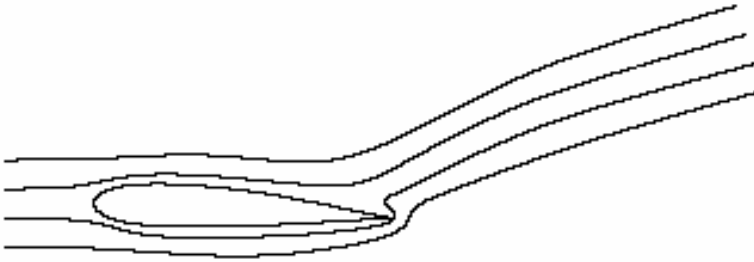
Sonuçta Kutta-Joukowski teoremi: $L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma$

Kanat profilinin çok ince olduğu durumda:

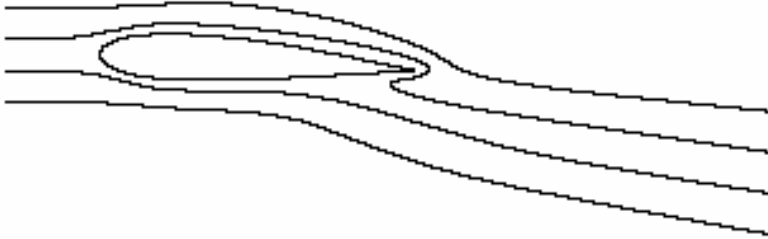


KUTTA ŞARTI

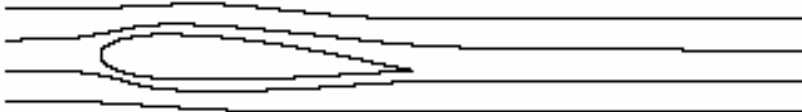
Dairesel silindir etrafındaki taşıma kuvveti oluşturan akışta, farklı Γ değerleri için, sonsuz sayıda potansiyel akış çözümü mevcuttu. Aynı durum kanat profili etrafındaki akış için de geçerlidir.



Aynı hücum açısına sahip kanat profilleri için değişik Γ değerlerinde oluşan değişik akım tipleri.

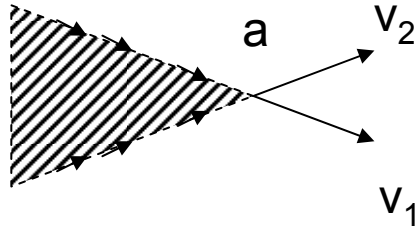


Bir kanat profili için çözüm yaparken belirli hücum açısı için Γ şiddetinin sabitlenmesi gerekecektir.



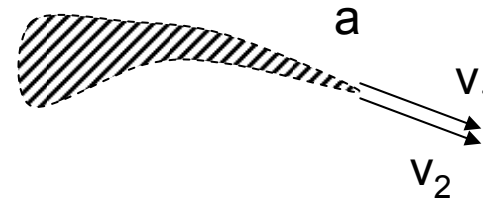
Bunun için Kutta şartı kullanılacaktır.

Kanat profilinin firar kenarı çeşitli şekillerde olabilir:



Sonlu açığa sahip firar kenarı:
Hızın iki değere sahip olması
olanaksızdır. Bunun için a
noktası durma noktasıdır.

$$v_1 = v_2 = 0$$



Sivri uçlu firar kenarı:
Kanat alt ve üst yüzeyinden
gelen akış hızları sonlu
değere sahiptir.

a noktası için Bernoulli
denklemini kullanılarak hızlar
arasındaki eşitlik bulunur

$$p_a + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_a + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$\Rightarrow v_1 = v_2 \neq 0$$

Kutta şartı:

1. Belirli bir hücum açısında kanat profili için, profil etrafındaki girdap şiddeti öyledir ki akış firar kenarını düzgün olarak terk eder.
2. Firar kenarı sonlu açıya sahipse, firar kenarı durma noktasıdır.
3. Firar kenarı sivri uçlu ise, alt ve üst yüzeyi terkeden akış hızları sonlu değere sahiptir. Eşit şiddetli ve aynı yöndedirler.

$$\gamma = (u_1 - u_2) \quad \text{olarak bulunmuştur.}$$

$$\Rightarrow \gamma(FK) = \gamma(a) = u_1 - u_2$$

$$\Rightarrow \gamma(FK) = 0$$

İNCE KANAT PROFİLİ TEORİSİ

Kanat profillerinde genelde, kamburluk ve kalınlık veter göre daha küçüktür. İnce kanat profili teoreminde bu özellikten faydalanılır. Bunun yanında hücum açısı da çok küçük olarak kabul edilir. Hava hızı veter doğrultusuna neredeyse paraleldir.

İnce kanat profili teorisinde temel düşünce, profil etrafındaki akış modellenirken serbest akımda veter boyunca veya kamburluk eğrisi boyunca sürekli girdap ilave edilmesidir.

Girdapların şiddetini belirleyen parametreler:

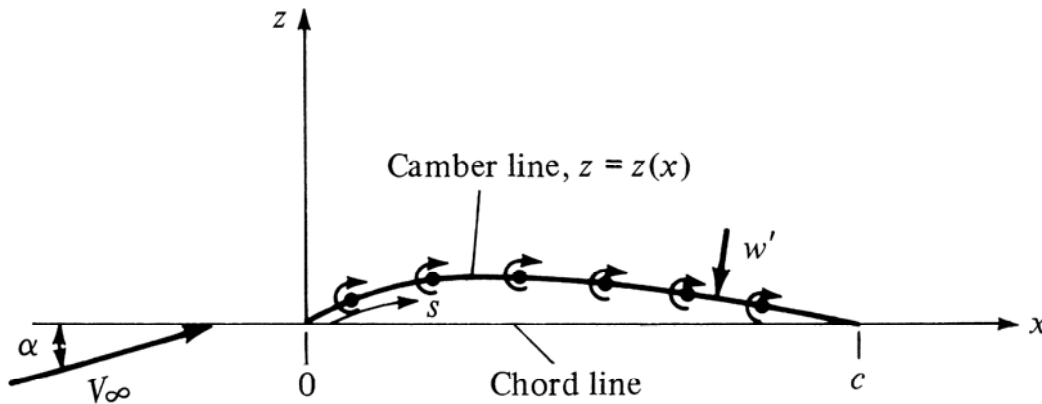
- Kamburluk eğrisi akım çizgisi olarak düşünülürse bu eğriye dik doğrultudaki hız sıfırdır.
- Kutta-Joukowski şartı: akış profil firar kenarını yumuşak bir şekilde terk eder. Firar kenarında girdap şiddeti sıfırdır. ($\gamma(c)=0$)

Kanat profilinin taşıma kuvveti Kutta-Joukowski teoremi kullanılarak elde edilir:

$$L' = \rho_{\infty} V_{\infty} \Gamma$$

Kanat profili çevresindeki sirkülasyon, yayılı olarak yerleştirilmiş girdap şiddetlerinin integrali ile bulunur.

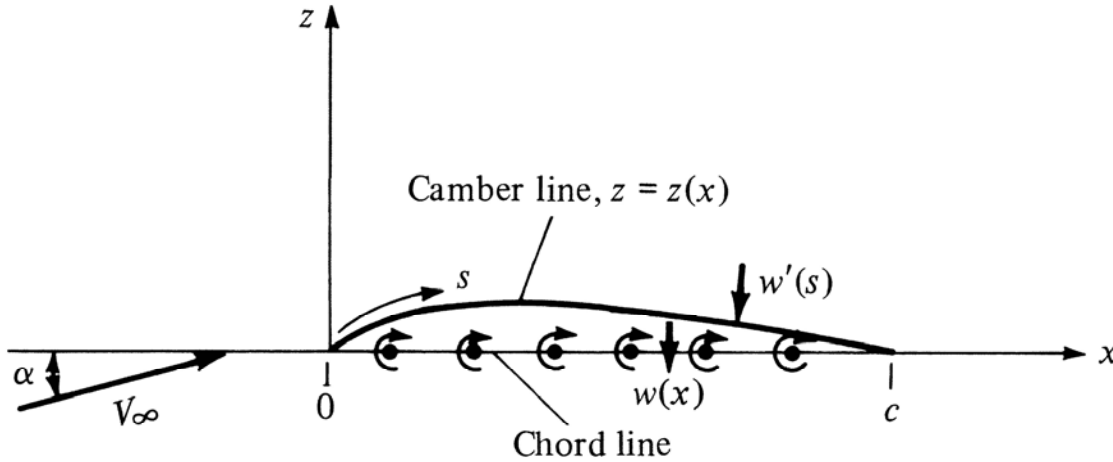
Girdapların kamburluk eğrisi üzerine yerleştirildiği durum:



w' : kamburluk eğrisine dik hız

$$w' = w(s)$$

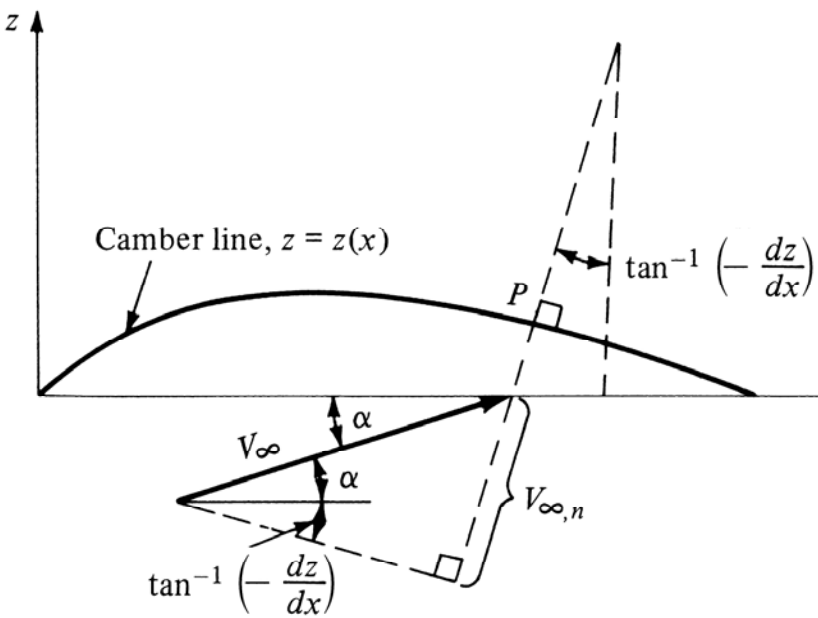
İnce profillerde girdapları veter çizgisi üzerine kaydırabiliriz. Bu durumda girdap gücü araştırılırsa kamburluk eğrisinin hala akım çizgisi olduğu görülür.



Akış içinde yer alan bir noktadaki hız, uniform akış hızı ile girdap nedeniyle oluşan hızın toplamı olacaktır.

Kamburluk eğrisi akım çizgisi ise, bu eğri boyunca normal doğrultudaki hız sıfır olacaktır. Eğri üzerindeki bir nokta için hız denklemi:

$$V_{\infty,n} + w'(s) = 0 \quad V_{\infty,n} \text{ in bulunması gerekir.}$$



Kamburluk eğrisi üzerinde eğimi dz/dx olan herhangi bir nokta için dik hız ifadesi şekilden şöyle yazılabilir:

$$V_{\infty, n} = V_{\infty} \sin \left[\alpha + \tan^{-1} \left(-\frac{dz}{dx} \right) \right]$$

İnce kanat profili ve çok küçük hücum açısı için α ve $\tan^{-1}(-dz/dx)$ küçük değerlere sahiptir:

$$\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$$

Bunun yanında:

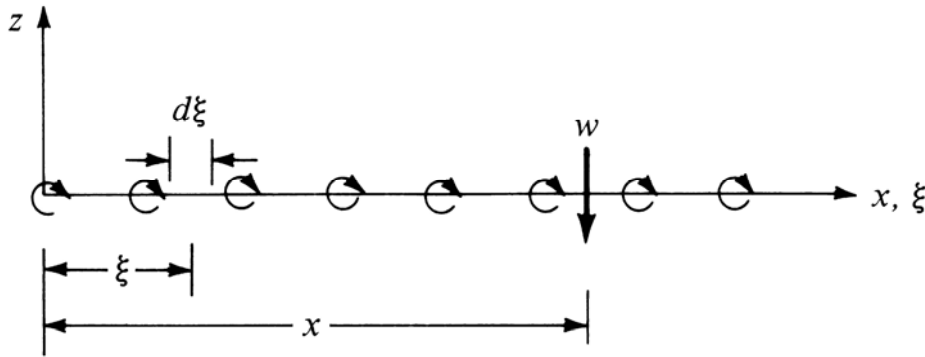
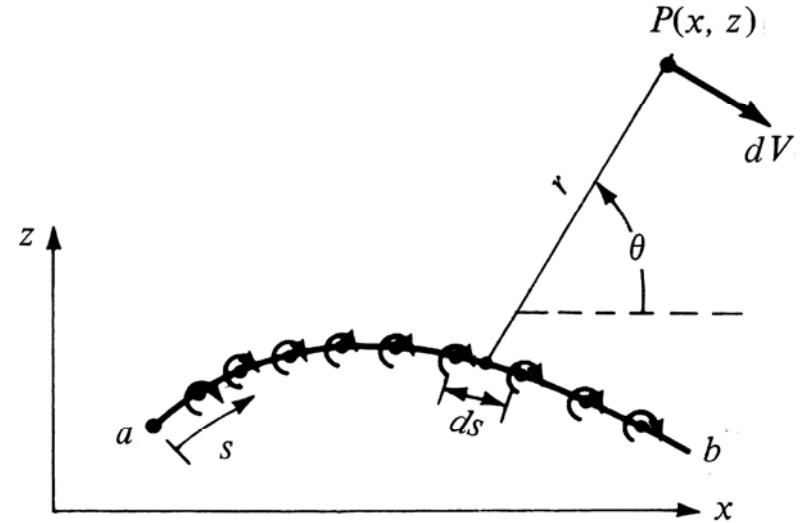
$$w'(s) \approx w(x)$$

$$V_{\infty, n} = V_{\infty} \left(\alpha - \frac{dz}{dx} \right)$$

[rad]

$w(x)$ için girdap şiddetine bağlı denklem elde etmek için:

$$dV = -\frac{\gamma ds}{2\pi r} \quad \text{olarak verilmişti.}$$



$$\Rightarrow dw = -\frac{\gamma(\xi)d\xi}{2\pi(x-\xi)}$$

$$\Rightarrow w(x) = -\int_0^c \frac{\gamma(\xi)d\xi}{2\pi(x-\xi)}$$

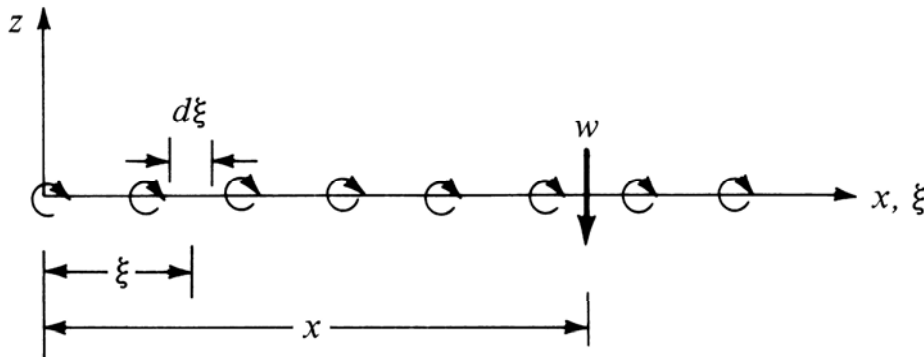
$$\left. \begin{aligned} V_{\infty,n} + w'(s) &= 0 \\ V_{\infty,n} &= V_{\infty} \left(\alpha - \frac{dz}{dx} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_{\infty} \left(\alpha - \frac{dz}{dx} \right) - \int_0^c \frac{\gamma(\xi) d\xi}{2\pi(x - \xi)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2\pi} \int_0^c \frac{\gamma(\xi) d\xi}{x - \xi} = V_{\infty} \left(\alpha - \frac{dz}{dx} \right)$$

İnce profil teorisinin temel denklemi:

Kamburluk eğrisinin bir akım çizgisi olduğunu söyler

SİMETRİK KANAT PROFİLİ (DÜZ LEVHA DURUMU)



$$\frac{dz}{dx} = 0$$

$$\Rightarrow V_{\infty} \alpha = \frac{1}{2\pi} \int_0^c \frac{\gamma(\xi)}{x - \xi} d\xi$$

Bu integralin çözümü zordur. Değişken dönüşümü yapılır:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{c}{2}(1 - \cos \theta) \Rightarrow d\xi = \frac{c}{2} \sin \theta d\theta \\ x &= \frac{c}{2}(1 - \cos \theta_0) \Rightarrow \theta_0 = \arccos(1 - \frac{2x}{c}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_{\infty} \alpha = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\gamma(\theta) \sin \theta d\theta}{\cos \theta - \cos \theta_0}$$

► Yukarıdaki integral denklemin çözümü aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\gamma(\theta) = 2\alpha V_{\infty} \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$$

Bu sonuç integralde sağdaki terimde yerine koyulursa denklemi sağladığı ve bir çözüm olduğu gösterilebilir.

Firar kenarında: $\gamma(\pi) = 0$ Kutta şartını sağlar.

Sirkülasyon ve Taşıma Kuvveti

$$\Gamma = \int_0^c \gamma(\xi) d\xi = \frac{c}{2} \int_0^\pi \gamma(\theta) \sin \theta d\theta$$

$$\gamma(\theta) = 2\alpha V_\infty \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\Rightarrow \Gamma = \pi \alpha c V_\infty$$

Kutta-Joukowski teoremi kullanılırsa: $L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma = \pi \alpha c \rho_\infty V_\infty^2$

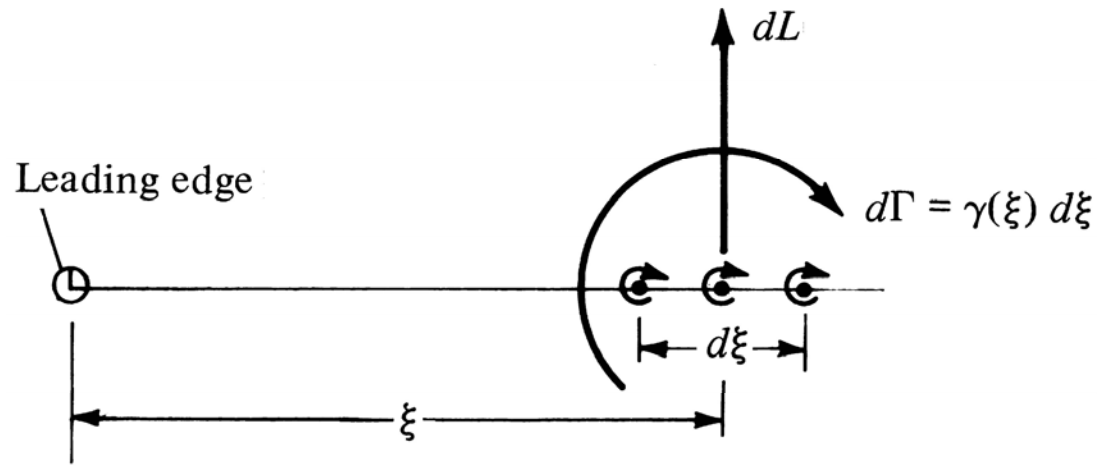
$$c_l = \frac{L'}{q_\infty S} = \frac{L'}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 c(1)}$$

$$\Rightarrow c_l = 2\pi\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{dc_l}{d\alpha} = 2\pi$$

Deneyle uyumlu sonuç: hücum açısı ile doğru orantılı.

Aerodinamik Moment



$$M'_{HK} = -\int_0^c \xi dL = -\rho_{\infty} V_{\infty} \int_0^c \xi \gamma(\xi) d\xi = -q_{\infty} c^2 \frac{\pi\alpha}{2}$$

Moment Katsayısı

$$c_{m,hk} = \frac{M'_{HK}}{q_{\infty} Sc} \Rightarrow c_{m,hk} = -\frac{\pi\alpha}{2} \left\{ \begin{array}{l} c_{m,hk} = -\frac{c_l}{4} \\ c_l = 2\pi\alpha \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow c_{m,c/4} = 0$$

Basınç merkezi
 Aerodinamik merkez

Tüm hücum açıları için geçerlidir.

KAMBURLUKLU KANAT PROFİLİ

Simetrik kanat profili için uygulanan düşünce benzer şekilde oluşturulur. Yapılan kabuller:

- Profilin kalınlığı vardır ve vetere göre küçüktür.
- Hücüm açısı küçüktür.

$$\frac{dz}{dx} \neq 0$$

$$V_{\infty} \left(\alpha - \frac{dz}{dx} \right) = \frac{1}{2\pi} \int_0^c \frac{\gamma(\xi)}{x - \xi} d\xi$$

Değişken dönüşümü ile:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{c}{2}(1 - \cos \theta) \Rightarrow d\xi = \frac{c}{2} \sin \theta d\theta \\ x &= \frac{c}{2}(1 - \cos \theta_0) \Rightarrow \theta_0 = \arccos(1 - \frac{2x}{c}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_{\infty} \left(\alpha - \frac{dz}{dx} \right) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\gamma(\theta) \sin \theta}{\cos \theta - \cos \theta_0} d\theta$$

Çözüm yapılırsa (Kutta-Joukowski şartı ile): ($\chi(c) = \chi(\pi) = 0$)

$$\gamma(\theta) = 2V_{\infty} \left(\underbrace{A_0 \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}}_{\text{Simetrik kanat profili çözümü}} + \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{A_n \sin(n\theta)}_{\substack{A_n \text{ katsayılarına sahip} \\ \text{Fourier sinüs serisi}}} \right)$$

Bu katsayıların değerleri kamburluk eğrisinin akım çizgisi olması şartıyla bulunur. Bunun için elde edilen sonuç başlangıç denkleminin içine yerleştirilirse:

$$\alpha - \frac{dz}{dx} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{A_0 (1 + \cos \theta)}{\cos \theta - \cos \theta_0} d\theta + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\pi} \frac{A_n \sin n\theta \sin \theta}{\cos \theta - \cos \theta_0} d\theta$$

1. integralin çözümü için:

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos n\theta}{\cos \theta - \cos \theta_0} d\theta = \frac{\pi \sin n\theta_0}{\sin \theta_0}$$

2. integralin çözümü için:

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin n\theta \sin \theta}{\cos \theta - \cos \theta_0} d\theta = -\pi \cos n\theta_0$$

Sonuçta: $A_0 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n\theta_0 = \alpha - \frac{dz}{dx}$ veya $\frac{dz}{dx} = (\alpha - A_0) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n\theta_0$

$x = \frac{c}{2}(1 - \cos \theta_0)$ değişken dönüşümü hatırlanırsa

$$A_0 = \alpha - \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dz}{dx} d\theta_0 \quad A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dz}{dx} \cos(n\theta_0) d\theta_0$$

A_n kamburluk eğrisinin şekline (dz/dx) bağlı olarak değişir.

A_0 ise bunun yanında hücum açısı ile değişir.

Taşıma ve yunuslama momenti hesabında ilk iki terim kullanılır

Sirkülasyon ve Taşıma Kuvveti

$$\Gamma = \int_0^c \gamma(\xi) d\xi = \frac{c}{2} \int_0^\pi \gamma(\theta) \sin \theta d\theta$$

Girdap caddesinin oluşturduğu toplam sirkülasyon.

$$\gamma(\theta) = 2V_\infty \left(A_0 \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\theta) \right) \quad \text{olarak bulunmuştur.}$$

Ayrıca standart integral tablosu kullanılırsa

$$\int_0^\pi (1 + \cos \theta) d\theta = \pi \quad \text{ve} \quad \int_0^\pi \sin n\theta \sin \theta d\theta = \begin{cases} \pi / 2 & n = 1 \\ 0 & n \neq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Gamma = cV_\infty \left(\pi A_0 + \frac{\pi}{2} A_1 \right)$$

Birim genişlik için taşıma kuvveti:

$$L' = \rho_{\infty} V_{\infty} \Gamma = \rho_{\infty} V_{\infty}^2 c \left(\pi A_0 + \frac{\pi}{2} A_1 \right)$$

$$c_l = \frac{L'}{q_{\infty} S} = \frac{L'}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 c(1)} \Rightarrow c_l = \pi(2A_0 + A_1)$$

Taşıma eğrisinin eğimi:

$$\Rightarrow \frac{dc_l}{d\alpha} = 2\pi$$

İnce kanat profili teorisinde taşıma eğrisinin eğimi, herhangi bir profil için, 2π dir.

Sıfır Taşıma Hücüm Açısı

$$c_l = \frac{dc_l}{d\alpha} (\alpha - \alpha_{L=0}) \Rightarrow c_l = 2\pi(\alpha - \alpha_{L=0}) \Rightarrow \alpha_{L=0} = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dz}{dx} (\cos \theta_0 - 1) d\theta_0$$

Simetrik kanat profili için:

$$\alpha_{L=0} = 0^0$$

Aerodinamik Moment

$$M'_{HK} = -\int_0^c \xi dL = -\rho_{\infty} V_{\infty} \int_0^c \xi \gamma(\xi) d\xi \quad C_{m,hk} = \frac{M'_{HK}}{q_{\infty} Sc}$$

$$\Rightarrow C_{m,hk} = -\frac{\pi}{2} \left(A_0 + A_1 - \frac{A_2}{2} \right) \quad \left. \begin{array}{l} \\ C_l = \pi(2A_0 + A_1) \end{array} \right\} \quad \boxed{C_{m,hk} = -\left[\frac{C_l}{4} + \frac{\pi}{4} (A_1 - A_2) \right]}$$

$$\Rightarrow C_{m,c/4} = \frac{\pi}{4} (A_2 - A_1) \quad \text{Aerodinamik merkez}$$

Tüm hücum açıları için geçerlidir.

Basınç merkezi

$$x_{cp} = -\frac{M'_{HK}}{L'} = -\frac{C_{m,hk} c}{C_l} \quad \Rightarrow x_{cp} = \frac{c}{4} \left[1 + \frac{\pi}{C_l} (A_1 - A_2) \right]$$