Sayısal Filtreler ve Sistemler
EHB 433

Prof. Dr. Müştak E. Yalçın

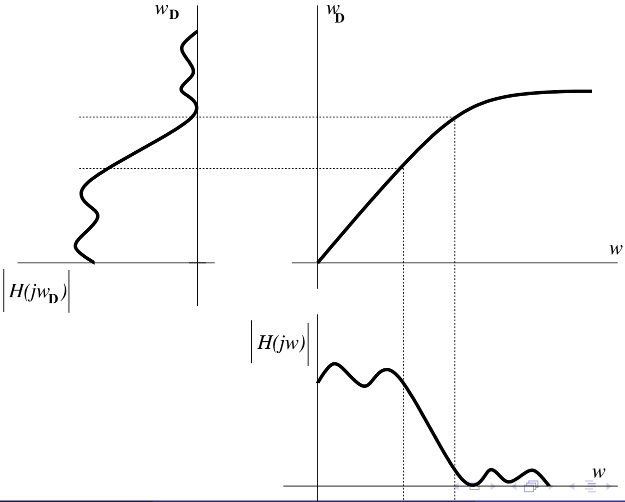
Istanbul Technical University
Faculty of Electrical and Electronic Engineering

mustak.yalcin@itu.edu.tr

Outline I

Sarma etkisi

$s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$ alındığında, $z = e^{jw_D T}$ ve $s = jw$ yerine konulduğunda $c = \frac{2}{T}$ olmak üzere $w = c \tan \frac{w_D T}{2}$



Ön sarma

Bilineer dönüşüm yukardaki eşitlik nedeniyle sürekli zamanda beklenen özellileri ayrık zamanda istenen frekanslara denk düşmez. Bu nedenle ön sarma yöntemi sarma etkisini ortadan kaldırmak için tasarıma başlamadan frekansları uygun değere getirir. Bu yeni değerler bilineer dönüşüm sonunda başta istenen değerlere döner.

Geçirme ve söndürme frekansları Ω_s ve Ω_p olan sayısal filtrenin Bilineer dönüşüm yardımıyla tasarım adımları:

- Ön sarma: $w_p = c \tan \frac{\Omega_p T}{2}$ Eşitliği yardımıyla yeni geçirme ve söndürme bandı için frekanslar bulunur (w_s ve w_p).
- Yeni frekanslar kullanılarak istenen özelliklerdeki filtre tasarlanır.
- Bilineer dönüşüm kullanılarak sayısal filtre bulunur.

Örnek: Bilineer dönüşümü kullanarak aşağıdaki özellikleri sağlayan Butterworth tipi sayısal filtreyi gerçekleyin;

1. Örnekleme frekansı $f_s = 5000$Hz.
2. Kesim frekansı $f_c = 1000$Hz.
3. $f = 350$Hz de en az 10dB zayıflama.

Çözüm:

- Ön sarma

w_{Di}	$w_i = c \tan \frac{w_{Di}}{2}$ $c = 2/T$
$2\ \pi 350$	2235
$2\ \pi 1000$	7265

- $$n \approx \frac{R_s}{20 \log \frac{w_s}{w_p}} = 0.9767$$

  Bu durumda $n = 1$

- İdeal alçak geçiren filtre

$$H(s_n) = \frac{1}{s_n + 1}.$$

- Yüksek geçiren filtreye geçmek için $s_n = \frac{w_l}{s}$ alınarak.

$$H(s) = \frac{s}{s + w_l}$$

- Bilineer dönüşüm uygulanır.

$$H(z) = \frac{c}{c + w_l} \frac{z - 1}{z - (c - w_l)/(c + w_l)} = 0.5792 \frac{z - 1}{z - 0.1584}$$

- Fark denklemine geçelim.

$$H(z) = 0.5792 \frac{1 - z^{-1}}{1 - 0.1584 z^{-1}}$$

burdan

$$y(k) = 0.1584 y(k-1) + 0.5792(x(k) - x(k-1))$$

NOT : πT icin $z = e^{j\pi}$ buda $z = -1$ verir.

$$|H(-1)| = 0.5792 \frac{-1 - 1}{-1 - 0.1584} = 1$$

olur. Bu da beklenen bir durumdur. Çünkü yüksek geçiren filtre. Burda $c = \frac{2}{T}$ icin πT için genlik 1.

Örnek : Bilineer dönüşümü kullanarak aşağıdaki özellikleri sağlayan bant söndüren Chebyshev tipi sayısal filtreyi gerçekleyin;

1. Örnekleme frekansı $f_s = 2000$Hz.
2. Durdurma bandı $100 - 600$Hz.
3. Geçirme bandında maksimum dalgalanma 1.1dB.
4. $200 - 400$Hz'lerde en az 20dB zayıflama.

Çözüm:

- Ön sarma

w_{Di}	$w_i = \tan \frac{w_{Di}}{2}$
$2\ \pi 100$	0.1584
$2\ \pi 200$	0.3249
$2\ \pi 400$	0.7265
$2\ \pi 600$	1.3764

- Normalize edilmiş değerlere geçelim. AG $\rightarrow s_n = \frac{Bs}{s^2 + w_0} \rightarrow$ YG

$B = w_4 - w_1$ ve $w_0^2 = w_1 w_4$ olmak uzere

$$w_{ni} = \frac{Bw_i}{-w_i^2 + w_0^2}$$

alınarak $w_{n1} = 1, w_{n2} = 3.54, w_{n3} = -2.85$ ve $w_{n4} = -1$ bulunur.

- filtre derecesinin bulunması

$$\epsilon = (10^{R/10} - 1)^{1/2} = 0.5369$$

$$L = 20 = 20 \log \epsilon + 20 \log(2^{n-1} w_s / w_c)$$

$$L \approx 20 \log \epsilon + 6(n-1) + 20n \log(w_s / w_c)$$

burdan

$$n \geq (L + 6 - 20 \log \epsilon)/(6 + 20 \log(w_s / w_c))$$

$$w_s / w_c = \min\{w_{n1}/w_{n2}, w_{n4}/w_{n3}\} = 2.85$$

burdan $n = 3$.

- 3. dereceden Chebyshev ideal alçak geçiren

$$H(s_n) = \frac{K_1}{(s_n + s_0)(s_n^2 + 2as_n + a^2 + b^2)}.$$

Bant söndüren filtreye geçmek için $s_n = \frac{Bs}{s+w_0^2}$ alınarak

$$H(s) = \frac{K_2(s^2 + w_0^2)^3}{(s^2 + Bs/s_0 + w_0^2)(s^4 + c_3s^3 + c_2s^2 + c_1s + c_0)}.$$

- Bilineer dönüşüm uygulanır.