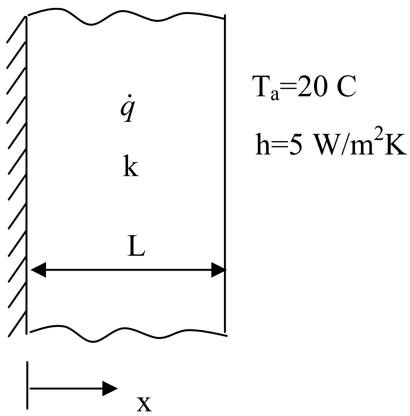
Soru 1. Kalınlığı 15 cm, ısı iletim katsayısı 20 W/mK olan ve içinde hacimsel olarak düzgün dağılımlı ısı üretimi ($\dot{q}$) olan bir levhanın şekilde görüldüğü gibi bir yüzeyi ısıya karşı yalıtılmış, diğer yüzeyinde ise taşınımla ısı geçişi meydana gelmektedir. Ortam sıcaklığı 20 C ve ısı taşınım katsayısı 5 W/m^{2}K olarak bilinmektedir. Taşınımla ısı geçişi olan yüzeyde yüzey sıcaklığının 60 C olduğu ölçülerek tespit edildiğine göre;

a) Levhadaki ısı üretimini ($\dot{q}$),

b) Levhanın yalıtımlı yüzeyindeki sıcaklığı,

c) Levhadaki maksimum sıcaklığın meydana geldiği yeri hesaplayınız. **(35 puan)**



Çözüm:

(a)

$$q'' = h\left(T_s - T_\infty\right) = 5(60-20) = 200 \text{ W/m}^2$$

$$q'' = \dot{q}V = \dot{q}(AL) = \dot{q}(1x0.15) = 200 \qquad \rightarrow \qquad \dot{q} = 1333.3 \text{ W/m}^3$$

(b)

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \rightarrow T(x) = -\frac{\dot{q}}{2k}x^2 + C_1 x + C_2$$

Sınır şartları;

Sol yüzeyde ısı geçişi yok $\quad \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = 0 \rightarrow \left.\left(-\frac{\dot{q}}{k}x + C_1\right)\right|_{x=0} = 0 \rightarrow \qquad C_1 = 0$

Sağ yüzeyde sıcaklık verilmiş $\quad x = L = 0.15$ de $\qquad T = T_s = 60$

$$60 = -\frac{\dot{q}}{2k}L^2 + C_2 \qquad C_2 = 60 + \frac{\dot{q}}{2k}L^2 = 60 + \frac{1333.3}{2(20)}\left(0.15\right)^2 = 60 + 0.75 = 60.75$$

$$T(x) = -\frac{\dot{q}}{2k}x^2 + 60.75$$

$$T(0) = 0 + 60.75 = 60.75\,\text{C}$$

(c)

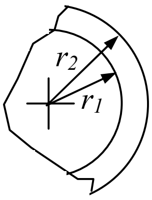
Maksimum sıcaklık için $\frac{dT}{dx} = 0$ olmalıdır.

$$\frac{dT}{dx} = 0 \qquad \rightarrow \qquad -\frac{\dot{q}}{k}x = 0 \qquad \rightarrow \qquad x = 0$$

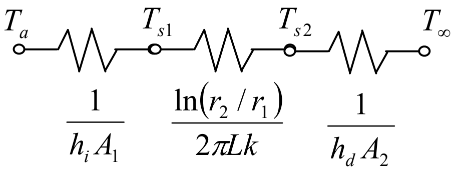
Maksimum sıcaklık duvarın sol (yalıtılmış) yüzeyinde meydana gelir.

Soru 2. İç ve dış çapları 90 mm ve 100 mm ve ısı iletim katsayısı 40 W/mK olan bir borunun içinden 200 C sıcaklıkta buhar akmaktadır. Dış ortam hava olup sıcaklığı 15 C'dur. İç ve dış ısı taşınım katsayıları sırasıyla 500 W/m^{2}K ve 30 W/m^{2}K olarak bilinmektedir.
(a) Borunun birim uzunluğu başına ısı kaybını hesaplayın. Boru dış yüzey sıcaklığını bulun.
(b) Bu boruya yalıtım uygulayarak ısı kaybını yalıtımsız haldeki kaybının (a şıkkı) % 20'ne indirmek isteniyor. Ayrıca yalıtım dış yüzey sıcaklığının 40 C olması da istenmektedir. Buna göre yalıtım kalınlığını ve seçilen yalıtım malzemesinin ısı iletim katsayısını hesaplayınız.
(c) Borularda yalıtım uygulamasında kritik yarıçap nedir? (b) şıkkında bulunan yalıtım kalınlığının kritik çapa karşılık gelmesi için yalıtım malzemesinin ısı iletim katsayısı ne olmalıdır. **(35 puan)**

Çözüm: (a)



Elektrik benzeşimi ile



$$q_r = \frac{T_a - T_\infty}{\sum R}$$

$$\sum R = \frac{1}{2\pi L r_1 h_i} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk} + \frac{1}{2\pi L r_2 h_d}$$

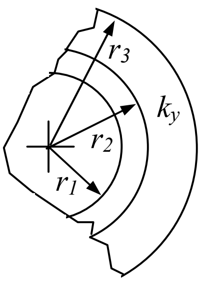
$$\sum R = \frac{1}{2\pi L}\left[\frac{1}{r_1 h_i} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{k} + \frac{1}{r_2 h_d}\right] = \frac{1}{2\pi L}\left[\frac{1}{(0.045)(500)} + \frac{\ln(0.050/0.045)}{40} + \frac{1}{(0.05)(30)}\right] = \frac{0.113596}{L}$$

$$\frac{q_r}{L} = \frac{200-15}{0.113596} = 1628.5775 \;\; W/m$$

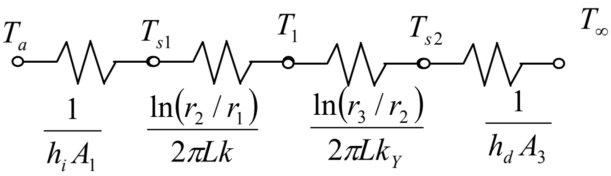
Borunun dış yüzey sıcaklığı $q_r = \dfrac{T_{s2} - T_\infty}{1/2\pi L r_2 h_d} \Rightarrow T_{s2} = T_\infty + \dfrac{q_r/L}{2\pi r_2 h} = 15 + \dfrac{1628.5775}{2\pi(0.05)(30)} = 187.8^o C$

(b)

$$q_r = 2\pi r_3 L h (T_{s2} - T_\infty) \Rightarrow r_3 = \frac{q_r/L}{2\pi h (T_{s2} - T_\infty)} = \frac{(0.2)(1628.5775)}{2\pi(30)(40-15)} = 0.06912 \; m$$



Elektrik benzeşimi ile



$$\frac{q_r}{L} = \frac{2\pi(T_a - T_{s2})}{\frac{1}{r_1 h_i} + \frac{1}{k}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{k_Y}\ln\frac{r_3}{r_2}} \Rightarrow \frac{1}{k_Y}\ln\frac{r_3}{r_2} = \frac{2\pi(T_a - T_{s2})}{q_r/L} - \frac{1}{r_1 h_i} - \frac{1}{k}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

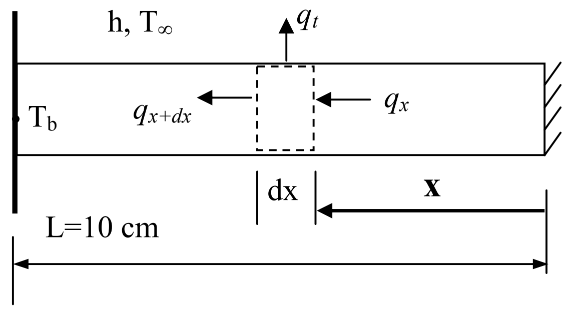
$$\frac{1}{k_Y}\ln\frac{r_3}{r_2} = \frac{2\pi(200-40)}{(0.2)(1628.5775)} - \frac{1}{(0.045)(500)} - \frac{1}{40}\ln\frac{0.050}{0.045} = 3.039387 \Rightarrow$$

$$k_Y = \frac{\ln(0.06912/0.05)}{3.039387} = 0.10654 \, W/mK$$

(c) $r_{KR} = k_Y / h \Rightarrow k_Y = 0.06912x30 = 2.0736 \, W/mK$ olarak seçilmiş olsaydı 69.12-50=19.12 mm kalınlığında yalıtım yapmakla ısı kaybı maksimum olurdu. Yani ilk şıkta hesaplanan ısı kaybından daha büyük ısı kaybı meydana gelirdi.

Soru 3. Şekilde görüldüğü gibi 0.5 cm çapında ısı iletim katsayısı k=100 W/mK olan bir silindirik çubuk kanat olarak kullanılmaktadır. 10 cm uzunluğundaki çubuğun dip sıcaklığı 220^{o}C'dir. Ortamın sıcaklığı 20^{o}C ve ısı taşınım katsayısı 50 W/m^{2}K'dir. Kanat ucu yalıtılmıştır. **(a)** x eksenini şekilde görüldüğü gibi kanat ucundan seçerek problemin formülasyonunu yapınız. Sınır şartlarını belirtiniz. **(b)** kanat sıcaklık dağılımı bulunuz**.** **(c)** kanat uç sıcaklığını bulunuz. **(d)** kanattan ortama geçen toplam ısı miktarını hesaplayınız. **(e)** Kanat verim tanımını yaparak, kanat verimini bulunuz. **(35 puan)**

Çözüm: (a)



$A_c dx$ kontrol hacmi için 1.ci yasa

$$\sum_{Giren} q - \sum_{çıka} q = 0 \Rightarrow q_x - q_{x+dx} - q_t = 0$$

$$q_x - \left(q_x + \frac{dq_x}{dx} dx \right) - q_t = 0 \Rightarrow -\frac{d}{dx}(A_c q_x'')dx - q_t = 0$$

Fourier yasası $q_x'' = -k\dfrac{dT}{dx}$ ve Newton soğuma yasası $q_t'' = h(T - T_\infty)$ yerine yazılırsa

$$-\frac{d}{dx}(-A_c k \frac{dT}{dx})dx - hP(T - T_\infty)dx = 0 \Rightarrow \frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA_c}(T - T_\infty) = 0$$, Sınır şartları : $\dfrac{dT(0)}{dx} = 0$, $T(L) = T_b$

(b) $\theta = T - T_\infty$ dönüşümü ile $\dfrac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0$, $m = \sqrt{\dfrac{hP}{kA_c}}$ ve $\dfrac{d\theta(0)}{dx} = 0$, $\theta(L) = T(L) - T_\infty = \theta_b$

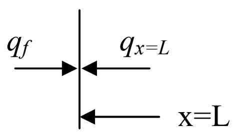
$\theta(x) = C_1 Coshmx + C_2 Sinhmx$, $\dfrac{d\theta(0)}{dx} = C_2 m = 0 \Rightarrow C_2 = 0$ ve $\theta(L) = \theta_b = C_1 CoshmL \Rightarrow C_1 = \dfrac{\theta_b}{CoshmL}$

$$\frac{\theta(x)}{\theta_b} = \frac{Coshmx}{CoshmL}$$

(c) $\theta(0) = \dfrac{\theta_b}{CoshmL}$, $m = \sqrt{\dfrac{4h\pi D}{k\pi D^2}} = \sqrt{\dfrac{4 \times 50}{100 \times 0.005}} = 20$

$$\theta(0) = \frac{220 - 20}{Cosh(20 \times 0.1)} = 53.16^o C \Rightarrow T(0) = 73.16^o C$$

(d) Kanat dip kesitinde enerji dengesi



$q_x = -kA_c \dfrac{d\theta}{dx} = -kA_c \dfrac{\theta_b m Sinhmx}{CoshmL} = -\sqrt{hPkA_c}\,\theta_b \dfrac{Sinhmx}{CoshmL}$ dip kesitinde $q_f = -q_x(L)$ olup

Kanattan atılan toplam ısı

$$q_f = \sqrt{hPkA_c}\,\theta_b \tanh mL = \sqrt{(50)\pi(0.005)(100)\frac{\pi(0.005^2)}{4}}(200)\tanh(20 \times 0.1) = 30.286\, W$$

(e) Kanat verimi

$$\eta = \frac{kanattan\ geçen\ ısı}{kanat\ dip\ sııaklığın\ a\ iken\ geçen\ ısı} = \frac{q_f}{hA_f\theta_b} = \frac{\sqrt{hPk(\pi D^2/4)}\theta_b \tanh mL}{h\pi DL\theta_b} = \sqrt{\frac{Dk}{4hL^2}} \tanh mL$$

$$\eta = \sqrt{\frac{0.005 \times 100}{4 \times 50 \times 0.1^2}} \tanh(20 \times 0.1) = 0.5 \tanh(2) = 0.482 = \%48.2$$