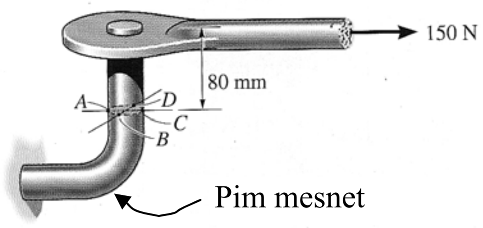
MUKAVEMET II **Adı ve soyadı :**

Ara Sınav, 26 Mayıs 2006 **No**

SORU 1. Şekildeki pim mesnet çapı 20 mm olan bir çelik çubuktan yapılmıştır. A ve B noktalarındaki gerilme bileşenlerini hesaplayınız ve bu noktaların her birinden çıkarılan bir hacim elemanı üzerinde gerilme durumunu gösteriniz.



Kesit kuvvet ve momentinin hesabı: 2

$$I = \frac{1}{4}(\pi)(0.01^4) = 7.85398\,(10^{-9})\ \text{m}^4$$ 2

$$Q_B = \bar{y}A' = \frac{4\,(0.01)}{3\pi}\left(\frac{1}{2}\right)(\pi)(0.01^2) = 0.66667\,(10^{-6})\ \text{m}^3$$ 2

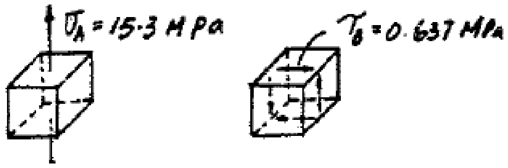
$$Q_A = 0$$ 2

$$\sigma_A = \frac{Mc}{I} = \frac{12(0.01)}{7.85398\,(10^{-9})} = 15.3\ \text{MPa} \qquad \textbf{Ans}$$ 2

$$\tau_A = 0 \qquad \textbf{Ans}$$ 2

$$\sigma_B = 0 \qquad \textbf{Ans}$$ 2

$$\tau_B = \frac{VQ_B}{It} = \frac{150\,(0.6667)(10^{-6})}{7.85398\,(10^{-9})(0.02)} = 0.637\ \text{MPa} \qquad \textbf{Ans}$$ 2

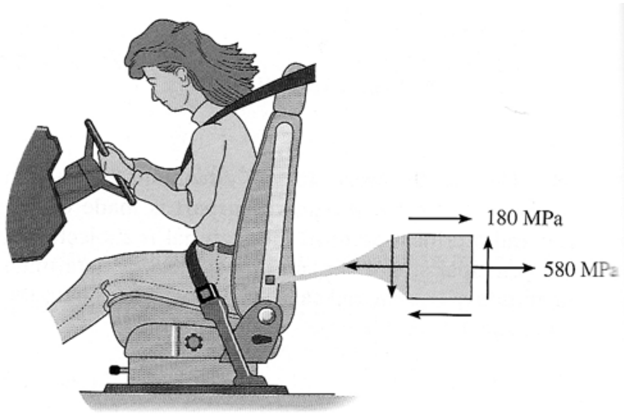


2

2

Sonuçların doğruluğu:

SORU 2. Çarpışma esnasında bir otomobilin koltuk çerçevesi üzerinde kritik bir noktadaki gerilme durumu şekilde gösterilmiştir. Çerçeve için seçilebilecek bir çeliğin sağlaması gereken minimum akma gerilmesini maksimum biçim değiştirme enerjisi teorisine göre hesaplayınız.



$\sigma_x = 580 \text{ MPa} \qquad \sigma_y = 0 \qquad \tau_{xy} = 180 \text{ MPa}$

Asal gerilmeler

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$= \frac{580 + 0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{580 - 0}{2}\right)^2 + 180^2}$$

$$= 290 \pm 341.32$$

$$\sigma_1 = 631.32 \text{ MPa} \qquad \sigma_2 = -51.32 \text{ MPa}$$

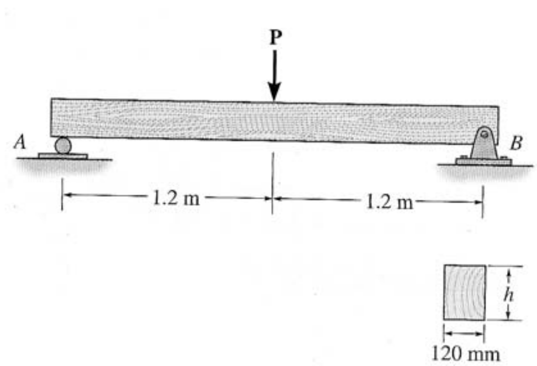
Maksimum biçim değiştirme enerjisi teorisi

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_A^2$$

$$631.32^2 - 631.32(-51.32) + (-51.32)^2 = \sigma_A^2$$

$$\sigma_A = 658.48 \text{ MPa}$$

SORU 3. Dikdörtgen kesitli ahşap bir kirişin genişliği 120 mm'dir. Kirişe uygulanacak P yükünü ve kirişin yüksekliği h'ı, kirişteki maksimum eğilme gerilmesi ve maksimum kayma gerilmesi bunların sınır değerleri olan $\sigma_e = 10$ MPa'a ve $\tau_e = 360$ kPa'a aynı zamanda ulaşacak şekilde hesaplayınız.

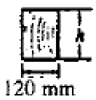


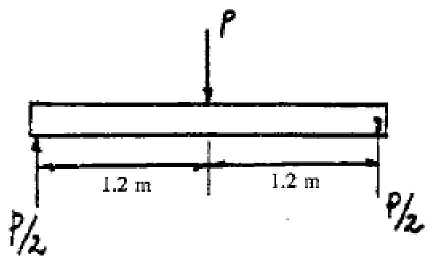
Kesit özellikleri

$$I = \frac{1}{12}(120)(h^3) = 10h^3$$ 2

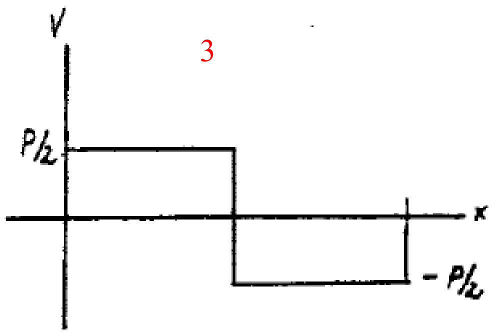
$$S = \frac{I}{c} = \frac{10h^3}{0.5h} = 20h^2$$ 2

$$Q_{max} = 0.25h(0.5h)(120) = 15h^2$$ 2

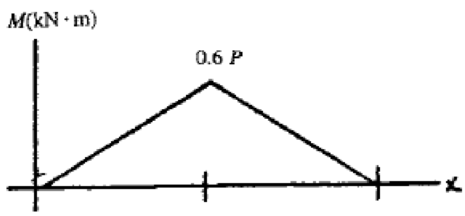




3



3



Kesmeye göre hesap

$$\tau_{allow} = \frac{V_{max}Q_{max}}{It}; \qquad 0.360 = \frac{\left(\frac{P}{2}\right)(15h^2)}{10h^3(120)}$$ 3

$$P = 57.6h$$

Eğilmeye göre hesap

$$\sigma_{allow} = \frac{M_{max}}{S}$$

$$S = \frac{I}{c} = \frac{10h^3}{0.5h} = 20h^2$$ 3

$$10 = \frac{0.6P(10^3)}{20h^2}$$

$$h^2 = 3P \qquad (2)$$

[1] ve [2] denklemlerinin çözümünden

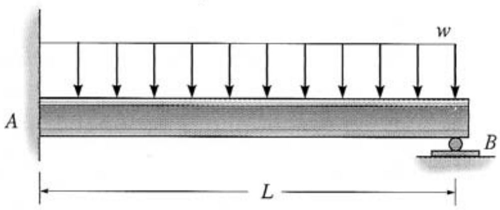
$$h = 172.8 \text{ mm}$$ 2

$$P = 9953.3 \text{ N} = 9.95 \text{ kN}$$

SORU 4. Şekildeki statikçe belirsiz kirişin eğilme rijitliği EI sabittir.

(a) B noktasındaki tepkiyi açığa çıkararak B_y mesnet tepkisini ve elastik eğri denklemini integrasyon yöntemini kullanarak hesaplayınız.

(b) Kirişin ortasındaki çökmeyi bulunuz.



$$+\sum M = 0; \quad B_y x - wx\left(\frac{x}{2}\right) - M(x) = 0$$

$$M(x) = B_y x - \frac{wx^2}{2}$$

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = M(x)$$

$$EI\frac{d^2v}{dx^2} = B_y x - \frac{wx^2}{2}$$

$$EI\frac{dv}{dx} = \frac{B_y x^2}{2} - \frac{wx^3}{6} + C_1$$

$$EIv = \frac{B_y x^3}{6} - \frac{wx^4}{24} + C_1 x + C_2$$

Sınır şartları:

$$x = 0\text{'da} \;\; v = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = 0 - 0 + 0 + C_2 \quad \Rightarrow \quad C_2 = 0$$

$$x = L\text{'de}, \quad \frac{dv}{dx} = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = \frac{B_y L^2}{2} - \frac{wL^3}{6} + C_1$$

$$x = L\text{'de}, \quad v = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = \frac{B_y L^3}{6} - \frac{wL^4}{24} + C_1 L$$

Bu iki denklemin çözümünden

$$\mathbf{B_y = \frac{3wL}{8} \quad ve \quad C_1 = -\frac{wL^3}{48}}$$

Böylece eğim ve yer değiştirme denklemleri:

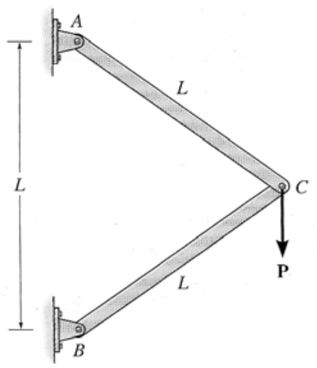
$$\mathbf{EI\frac{dv}{dx} = \frac{3wLx^2}{16} - \frac{wx^3}{6} - \frac{wL^3}{48}}$$

$$\mathbf{EIv = \frac{wLx^3}{16} - \frac{wx^4}{24} - \frac{wL^3}{48}x}$$

X = L/2'deki çökme

$$\mathbf{EIv\big|_{x=L/2} = \frac{wL^4}{128} - \frac{wL^4}{384} - \frac{wL^4}{96} \quad \Rightarrow \quad v = -\frac{wL^4}{192EI}}$$

SORU 5. C noktasının düşey yer değiştirmesini enerjinin korunumu ilkesini kullanarak hesaplayınız. Kirişlerin uzama rijitlikleri AE sabittir.



C düğümü

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0 \qquad F_{CB}\cos 30° - F_{CA}\cos 30° = 0$$
$$F_{CB} = F_{CA}$$

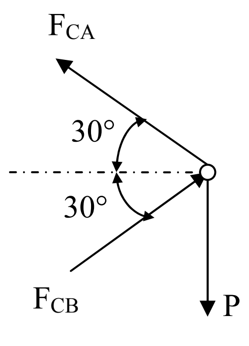
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \qquad F_{CA}\sin 30° + F_{CB}\sin 30° - P = 0$$
$$F_{CB} = F_{CA} = P$$

Enerjinin korunumu

$$U_e = U_i$$

$$\frac{1}{2}P\Delta_C = \Sigma\frac{N^2L}{2EA}$$

$$\frac{1}{2}P\Delta_C = \frac{L}{2EA}[F_{CB}^2 + F_{CA}^2]$$



$$P\Delta_C = \frac{L}{EA}(P^2 + P^2)$$

$$\Delta_C = \frac{2PL}{AE} \qquad \textbf{Ans}$$