

STATİK Vize 1 2006 Bahar Prof. Dr. Mehmet Hakkı Omurtag

PROBLEM (1). $\mathbf{A} = 4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$ ve $\mathbf{B} = -2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ vektörlerine dik ve şiddeti 20 olan vektörü hesaplayınız.

Cevap: A ve B vektörlerin vektörel çarpım işlemini ile çarparsa
bu iki vektöre dik bir vektor elde ederiz. Bu vektöre C ismini verirsek

$$C = A \times B = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 4 & 2 & 6 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} = (2 \cdot 2 - 4 \cdot 6) \mathbf{i} - (4 \cdot 2 + 2 \cdot 6) \mathbf{j} + (4 \cdot 4 + 2 \cdot 2) \mathbf{k}$$

$$C = -20 \mathbf{i} - 20 \mathbf{j} + 20 \mathbf{k}$$

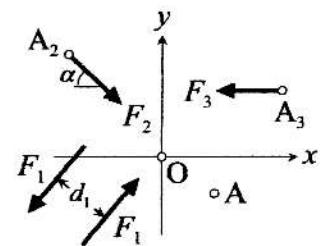
C vektörünü, şiddetine bölersen C doğrultusunda A ve B'ye dik
birim vektörü buluruz.

$$|C| = \sqrt{20^2 + 20^2 + 20^2} = 34,641 \Rightarrow \lambda_C = \frac{C}{|C|} = \frac{-20 \mathbf{i} - 20 \mathbf{j} + 20 \mathbf{k}}{34,641}$$

Bu birim vektör 20 ile çarparsa $C_{20} = \lambda_C \cdot 20 = -4,54 \mathbf{i} - 4,54 \mathbf{j} + 4,54 \mathbf{k}$

PROBLEM (2). Şekil (2) deki düzlem kuvvetlerin şiddetleri $F_1 = 20 \text{ kN}$, $F_2 = 15 \text{ kN}$ ve yatayda $F_3 = 20 \text{ kN}$ dur. F_2 kuvvetinin doğrultusu $\tan \alpha = 3/4$, F_1 kuvvet çiftinin moment kolu $d_1 = 2 \text{ m}$ ve kuvvetlerin etki noktaları $A_2(-4,6)$, $A_3(8,4)$ dir. Buna göre,

- Kuvvetler sistemine ait R bileşke kuvvetini ve etki çizgisini hesaplayınız,
- Kuvvetler sistemini A(2, -2) noktasına taşıyınız.



Şekil (2)

$$\text{a)} \sum \rightarrow F_x = F_2 \cdot \cos \alpha - F_3 = 15 \cdot \frac{4}{5} - 20 = -8 \text{ kN} = R_x //$$

$$\sum \uparrow F_y = -F_2 \cdot \sin \alpha = -15 \cdot \frac{3}{5} = -9 \text{ kN} = R_y //$$

Kuvvetler: O noktasına taşıyınca

$$\sum \rightarrow M_O = F_2 \cdot \cos \alpha \cdot 6 - F_2 \cdot \sin \alpha \cdot 4 - F_3 \cdot 4 - F_1 \cdot d_1 = 15 \cdot \frac{4}{5} \cdot 6 - 15 \cdot \frac{3}{5} \cdot 4 - 20 \cdot 4 - 20 \cdot 2 = -84 \text{ kNm}$$

Etki çizgisinin x eksenindeki kesiştiği noktası bulmak isterseniz.

$$\sum \rightarrow M_x = 0 \Rightarrow M_O + R_y \cdot x = 0 \Rightarrow -84 - 9 \cdot x = 0 \Rightarrow x = -9,33$$

$$\text{çizginin eğimi } m = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-9}{-8} = \frac{9}{8}$$

$$\text{çizginin denklemi: } y = mx + b = \frac{9}{8}x + b \quad y(-9,33) = 0 \Rightarrow$$

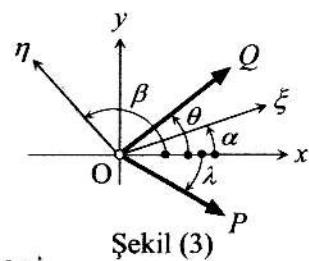
$$0 = \frac{9}{8} \cdot (-9,33) + b \Rightarrow b = 10,49 \Rightarrow y = \frac{9}{8}x + 10,49$$

$$\text{b)} \quad R_x = -8 \text{ kN} \quad R_y = -9 \text{ kN} \quad \sum M_A = M_O + R_y \cdot 2 + R_x \cdot 2$$

$$= -84 + (-9) \cdot 2 + (-8) \cdot 2 = -118 \text{ kNm}$$

PROBLEM (3). Şekil (3) de $Q = 50\text{ kN}$, $P = 20\text{ kN}$ luk kuvvetlerine ait bileşkenin (x, y) ve (ξ, η) eksen takımlarındaki bileşenlerini hesaplayınız. Burada ξ ve η eksenlerinin pozitif x eksenile matematik pozitif yönde yaptığı açılar sırası ile $\alpha = 30^\circ$ ve $\beta = 130^\circ$ dir. Ayrıca Q ve P kuvvetlerinin yatay x eksenile yaptığı açılar $\theta = 45^\circ$ ve $\lambda = 25^\circ$ dir.

Sözlü: Q ve P kuvvetlerini \vec{r} ve \vec{s} bileşenleri ile yazalım.



$$Q = 50 \cdot \cos \alpha \vec{r} + 50 \cdot \sin \alpha \vec{s} = 35,75 \vec{r} + 35,75 \vec{s}$$

$$P = 20 \cdot \cos \lambda \vec{r} - 20 \cdot \sin \lambda \vec{s} = 18,12 \vec{r} - 8,45 \vec{s}$$

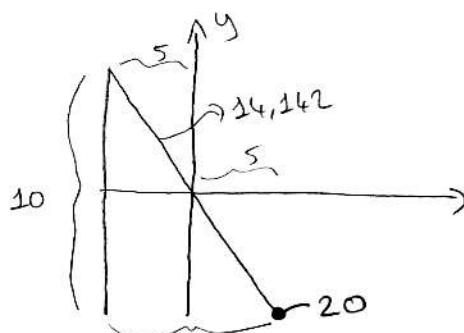
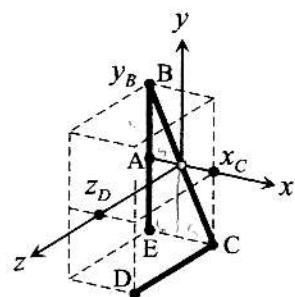
$$Q + P = R = (35,75 + 18,12) \vec{r} + (35,75 - 8,45) \vec{s} = 53,87 \vec{r} + 26,9 \vec{s}$$

$$R_\xi \cdot \cos \alpha - R_\eta \cdot \cos(180 - \beta) = 53,87 = 0,886 R_\xi - R_\eta \cdot 0,642 = 53,87$$

$$R_\xi \cdot \sin \alpha + R_\eta \cdot \sin \beta = 26,9 = 0,5 R_\xi + R_\eta \cdot 0,766 = 26,9$$

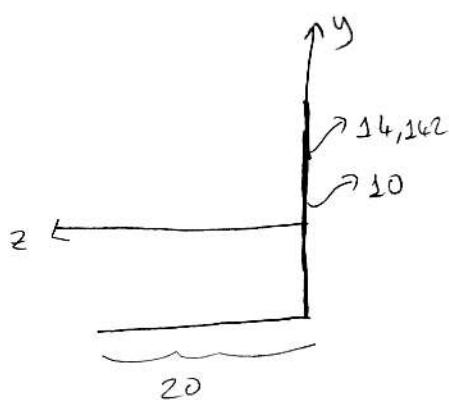
$$\text{Bu iki denklemden } \Rightarrow R_\xi = 59,157 \text{ N} \quad R_\eta = -2,494 \text{ N}$$

PROBLEM (4). Şekil (4) deki sabit kalınlıklu üç boyutlu homojen telin ağırlık merkezine ait $M(x_M, y_M, z_M)$ koordinat değerlerini, (x, y, z) koordinat takımında hesaplayınız. $\overline{BC} = 10\text{ cm}$ olup (x, y) düzlemi içindedir ve $x_A = -5\text{ cm}$, $z_D = 20\text{ cm}$, $x_C = 5\text{ cm}$, $y_B = 5\text{ cm}$, $y_E = -5\text{ cm}$ dir. Ayrıca DC çubuğu (x, y) düzlemine dik bir konumdadır.



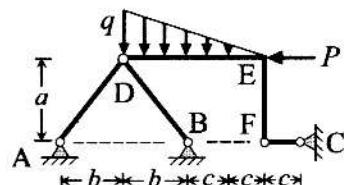
$$x_m = \frac{-10 \cdot 5 + 0 + 20 \cdot 5}{20 + 10 + 14,142} = 1,132 \text{ cm}$$

$$y_m = \frac{\sum L z_m}{\sum L} = \frac{0 + 0 - 20,5}{20 + 10 + 14,142} = -2,265 \text{ cm}$$

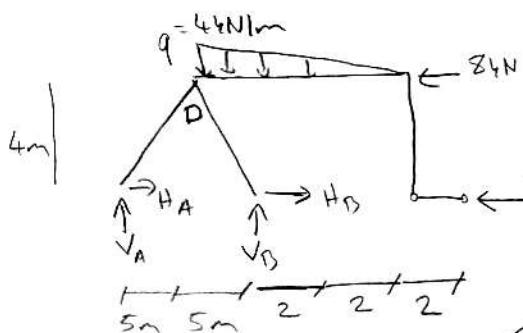


$$z_m = \frac{\sum L z_m}{\sum L} = \frac{20 \cdot 10}{20 + 10 + 14,142} = 4,53 \text{ cm}$$

PROBLEM (5). Şekil (5) de verilmiş olan sisteme ait mesnet tepkilerini hesaplayınız. Yükleme durumu $P=8\text{kN}$ ve $q=4\text{kN/m}$ olup, taşıyıcı sistemin boyutları $a=4\text{m}$, $b=5\text{m}$ ve $c=2\text{m}$ olarak verilmiştir. D ve F noktaları ise birer mafsaldır.



Şekil (5)



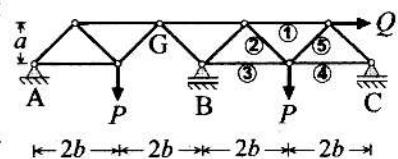
$$\begin{aligned} \text{a)} \sum M_D &= 0 \Rightarrow q \cdot \frac{9}{2} \cdot 3 + V_C \cdot 4 = 0 \Rightarrow V_C = -11,5 \text{ kN} \\ \text{b)} \sum M_A &= 0 \Rightarrow \frac{4 \cdot 9 \cdot 8}{2} - 8 \cdot 4 - V_B \cdot 10 = 0 \\ &\Rightarrow V_B = 11,2 \text{ kN} \\ \text{c)} \sum M_D &= 0 \Rightarrow -V_B \cdot 5 - H_B \cdot 4 = 0 \\ -11,2 \cdot 5 - H_B \cdot 4 &= 0 \Rightarrow H_B = -14 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow V_B + V_A - q \cdot \frac{9}{2} = 0 \quad 11,2 + V_A - 4 \cdot \frac{9}{2} = 0 \Rightarrow V_A = 6,8 \text{ kN}$$

$$\stackrel{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 \Rightarrow H_A + H_B - 8 - V_C = 0 \Rightarrow H_A - 14 - 8 + 11,5 = 0 \\ \Rightarrow H_A = 8,5 \text{ kN}$$

PROBLEM (6). Şekil (6) de verilmiş olan düzlem kafes sistem-de C mesnedi sabit, A ve B mesnetleri ise kayıcı mafsaldır.

- a). Mesnet tepkilerini,
b). ①, ②, ③, ④ ve ⑤ numaralı çubuk kuvvetlerini,
hesaplayınız. Yükleme durumu $P=12\text{kN}$ ve $Q=8\text{kN}$ olup boyutlar
 $a=3\text{m}$ ve $b=4\text{m}$ dir.



Şekil (6)

$$\begin{aligned} \text{a)} \sum M_G &= 0 \Rightarrow 12 \cdot 12 - V_B \cdot 4 - V_C \cdot 20 = 0 \\ \text{b)} \sum M_A &= 0 \Rightarrow 12 \cdot 8 + 12 \cdot 24 + 8 \cdot 3 - V_B \cdot 16 - V_C \cdot 32 = 0 \quad -V_B \cdot 16 - V_C \cdot 32 + 408 = 0 \\ &\Rightarrow V_B = 18,5 \text{ kN} \quad V_C = 7,5 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\stackrel{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 \Rightarrow H_A + 8 = 0 \Rightarrow H_A + 8 = 0 \Rightarrow H_A = -8 \text{ kN}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B - 12 - 12 + V_C = 0 \Rightarrow V_A = 2 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \text{a)} \sum M_{G_1} &= 0 \Rightarrow S_3 \cdot 3 + 12 \cdot 4 - 7,5 \cdot 12 = 0 \\ S_3 &= -2 \text{ kN} \\ \text{b)} \sum M_B &= 0 \Rightarrow 8 \cdot 3 - S_1 \cdot 3 - 7,5 \cdot 8 = 0 \\ S_1 &= -1,37 \text{ kN} \\ +\uparrow \sum F_y &= 0 \Rightarrow 3,5 - 12 + S_2 \cdot \frac{3}{5} = 0 \quad S_2 = 14,166 \text{ kN} \\ \text{b) not+asın da } &+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow 14,166 \cdot \frac{7}{15} + S_5 \cdot \frac{7}{15} - 12 = 0 \Rightarrow S_5 = 5,83 \text{ kN} \\ \Rightarrow \sum F_x &= 0 \Rightarrow 3,5 + 4/5 + S_4 + 2 - 14,166 \cdot 4/15 = 0 \Rightarrow S_4 = 4,66 \text{ kN} \end{aligned}$$