

PROBLEM (1). $A = 4i + 2j + 6k$ ve $B = -2i + 4j + 2k$ vektörlerine dik ve şiddeti 20 olan vektörü hesaplayınız.

Çözüm: A ve B vektörlerinin vektörel çarpım işlemleri ile çarparsak bu iki vektöre dik bir vektör elde ederiz. Bu vektöre C ismini verirsek

$$C = A \times B = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & 2 & 6 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix} = (2 \cdot 2 - 4 \cdot 6) \vec{i} - (4 \cdot 2 + 2 \cdot 6) \vec{j} + (4 \cdot 4 + 2 \cdot 2) \vec{k}$$

$$C = -20 \vec{i} - 20 \vec{j} + 20 \vec{k}$$

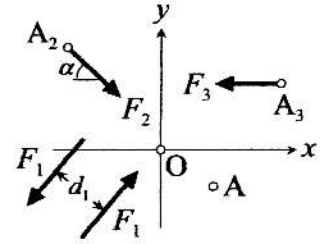
C vektörünü, şiddetine bölersek C doğrultusunda A ve B'ye dik birin vektörü buluruz.

$$|C| = \sqrt{20^2 + 20^2 + 20^2} = 34,641 \Rightarrow \lambda_C = \frac{C}{|C|} = \frac{-20\vec{i} - 20\vec{j} + 20\vec{k}}{34,641}$$

Bu birin vektörü 20 ile çarparsak $C_{20} = \lambda_C \cdot 20 = -11,54\vec{i} - 11,54\vec{j} + 11,54\vec{k}$

PROBLEM (2). Şekil (2) deki düzlem kuvvetlerin şiddetleri $F_1 = 20 \text{ kN}$, $F_2 = 15 \text{ kN}$ ve yatayda $F_3 = 20 \text{ kN}$ dur. F_2 kuvvetinin doğrultusu $\tan \alpha = 3/4$, F_1 kuvvet çiftinin moment kolu $d_1 = 2 \text{ m}$ ve kuvvetlerin etki noktaları $A_2(-4, 6)$, $A_3(8, 4)$ dir. Buna göre,

- Kuvvetler sistemine ait R bileşke kuvvetini ve etki çizgisini hesaplayınız,
- Kuvvetler sistemini A(2, -2) noktasına taşıyınız.



Şekil (2)

$$a) \rightarrow \Sigma F_x = F_2 \cdot \cos \alpha - F_3 = 15 \cdot \frac{4}{5} - 20 = -8 \text{ kN} = R_x //$$

$$\uparrow \Sigma F_y = -F_2 \cdot \sin \alpha = -15 \cdot \frac{3}{5} = -9 \text{ kN} = R_y //$$

Kuvvetler: O noktasına taşırsak

$$\uparrow \Sigma M_O = F_2 \cdot \cos \alpha \cdot 6 - F_2 \cdot \sin \alpha \cdot 4 - F_3 \cdot 4 - F_1 \cdot d_1 = 15 \cdot \frac{4}{5} \cdot 6 - 15 \cdot \frac{3}{5} \cdot 4 - 20 \cdot 4 - 20 \cdot 2$$

$$= -84 \text{ kNm}$$

Etki çizgisinin x eksenindeki kestiği noktayı bulmak istersek.

$$\uparrow \Sigma M_x = 0 \Rightarrow M_O + R_y \cdot x = 0 \Rightarrow -84 - 9 \cdot x = 0 \Rightarrow x = -9,33$$

$$\text{çizginin eğimi} = m = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-9}{-8} = \frac{9}{8}$$

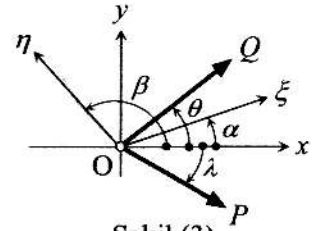
$$\text{çizginin denklemleri: } y = mx + b = \frac{9}{8}x + b \quad y(-9,33) = 0 \Rightarrow$$

$$0 = \frac{9}{8} \cdot (-9,33) + b \Rightarrow b = 10,49 \Rightarrow y = \frac{9}{8}x + 10,49$$

$$b) R_x = -84 \text{ N} \quad R_y = -94 \text{ N} \quad \uparrow \Sigma M_A = M_O + R_y \cdot 2 + R_x \cdot 2$$

$$= -84 + (-9) \cdot 2 + (-8) \cdot 2 = -118 \text{ kNm}$$

PROBLEM (3). Şekil (3) de $Q = 50\text{kN}$, $P = 20\text{kN}$ luk kuvvetlerine ait bileşkenin (x, y) ve (ξ, η) eksen takımlarındaki bileşenlerini hesaplayınız. Burada ξ ve η eksenlerinin pozitif x eksenini ile matematik pozitif yönde yaptığı açılar sırası ile $\alpha = 30^\circ$ ve $\beta = 130^\circ$ dir. Ayrıca Q ve P kuvvetlerinin yatay x eksenini ile yaptığı açılar $\theta = 45^\circ$ ve $\lambda = 25^\circ$ dir.



Şekil (3)

Çözüm: Q ve P kuvvetlerini $\vec{i}$ ve $\vec{j}$ bileşenleri ile yazalım.

$$Q = 50 \cdot \cos \theta \vec{i} + 50 \cdot \sin \theta \vec{j} = 35,35 \vec{i} + 35,35 \vec{j}$$

$$P = 20 \cdot \cos \lambda \vec{i} - 20 \cdot \sin \lambda \vec{j} = 18,12 \vec{i} - 8,45 \vec{j}$$

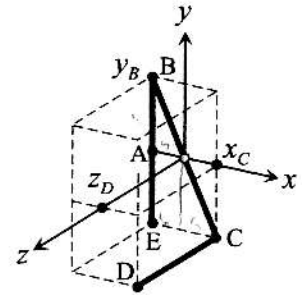
$$Q + P = R = (35,35 + 18,12) \vec{i} + (35,35 - 8,45) \vec{j} = 53,47 \vec{i} + 26,9 \vec{j}$$

$$R \xi \cdot \cos \alpha - R \eta \cdot \cos (180 - \beta) = 53,47 = 0,866 R \xi - R \eta \cdot 0,642 = 53,47$$

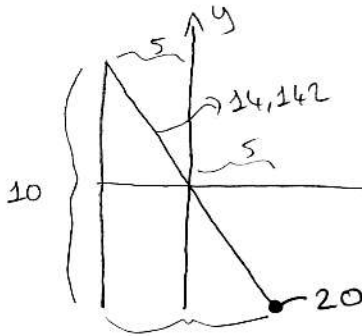
$$R \xi \cdot \sin \alpha + R \eta \cdot \sin \beta = 26,9 = 0,5 R \xi + R \eta \cdot 0,766 = 26,9$$

$$\text{Bu iki denklemden } \Rightarrow R \xi = 59,1534 \text{ N} \quad R \eta = -3,494 \text{ N}$$

PROBLEM (4). Şekil (4) deki sabit kalınlıklı üç boyutlu homojen telin ağırlık merkezine ait $M(x_M, y_M, z_M)$ koordinat değerlerini, (x, y, z) koordinat takımında hesaplayınız. $BC = 10\text{cm}$ olup (x, y) düzlemi içindedir ve $x_A = -5\text{cm}$, $z_D = 20\text{cm}$, $x_C = 5\text{cm}$, $y_B = 5\text{cm}$, $y_E = -5\text{cm}$ dir. Ayrıca DC çubuğu (x, y) düzlemine dik bir konumdadır.

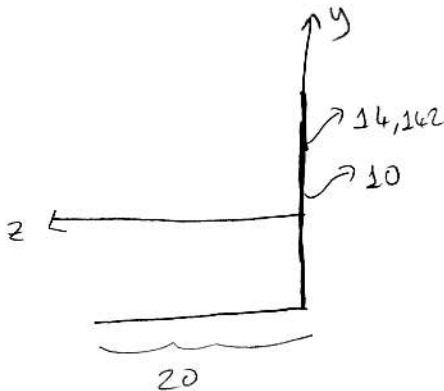


Şekil (4)



$$x_M = \frac{-10 \cdot 5 + 0 + 20 \cdot 5}{20 + 10 + 14,142} = 1,132 \text{ cm}$$

$$y_M = \frac{\sum L y_M}{\sum L} = \frac{0 + 0 - 20 \cdot 5}{20 + 10 + 14,142} = -2,265 \text{ cm}$$



$$z_M = \frac{\sum L z_M}{\sum L} = \frac{20 \cdot 10}{20 + 10 + 14,142} = 4,53 \text{ cm}$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow 35 \cdot 4/5 + S_4 + 2 \cdot 14,166 \cdot 4/5 = 0 \Rightarrow S_4 = 4,66 \text{ kN}$$