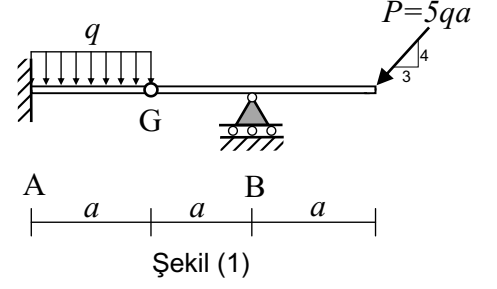


İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi

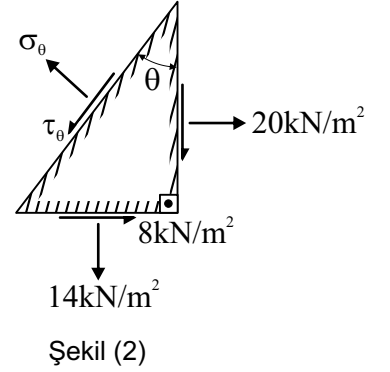
Mukavemet 201 Dersi 1. Yılı Sınavı CRN: 11184 Tarih: 14/11/2006 13:00-15:00

Öğretim Üyesi: Prof. Dr. Mehmet H. Omurtag, Dersin Yardımcısı: Araş. Gör. Akif KUTLU

- (25 Puan) Soru1: Yükleme hali Şekil(1)'de verilmiş olan çubukta;
a) Mesnet tepkilerinin hesaplayınız.
b) Kesme kuvveti (T), eğilme momenti (M) ve normal kuvvet (N) diagramlarını çiziniz.

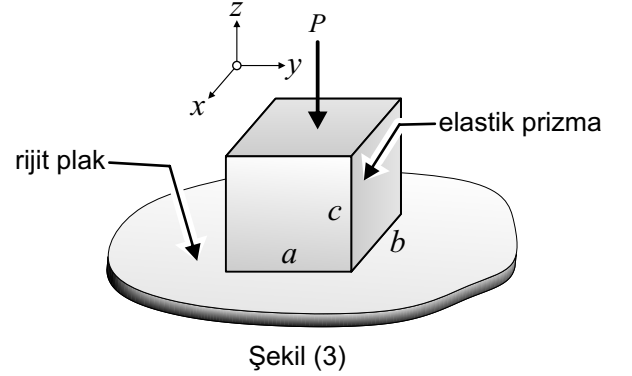


- (25 Puan) Soru2: Şekil(2)'de verilmiş düzlem gerilme halinde $\theta=30^\circ$ için;
a) σ_θ ve τ_θ değerlerini hesaplayınız.
b) σ_1 , σ_2 asal gerilmelerini ve doğrultularını hesaplayınız.
c) Mohr dairesini çiziniz, yönlendirilmiş eleman üzerinde gerilmeleri gösteriniz.

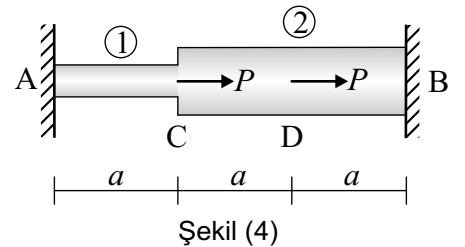


- (20 Puan) Soru3: Şekil(3)'de kenar uzunlukları a, b, c olacak şekilde verilmiş dikdörtgen prizmaya düşey P kuvveti etmektedir. a, b, c uzunluklarında meydana gelecek değişimleri hesaplayınız.

Elastik prizma için malzeme sabitleri:
 E =Elastisite modülü
 ν =Poisson oranı
 G =Kayma modülü
olarak alınacak ve sonuçlar bu malzeme sabitleri ile P, a, b, c cinsinden hesaplanacaktır.



- (30 Puan) Soru4: Şekil(4)'de geometrisi ve yükleme durumu vermiş olan, kesit alanları birbirinden farklı iki çubuğun birleşiminden oluşturulmuş sistemde;
a) Normal kuvvet diagramını çiziniz.
b) C ve D noktalarının yapacağı yerdeğiştirmeleri hesaplayınız.
c) $P=0$ iken $\Delta T=150^\circ\text{C}$ 'lik homojen sıcaklık değişimi hali için normal kuvvet diagramını çiziniz. C noktasının yerdeğiştirmesini hesaplayınız.



$a = 200\text{cm}$
 $A_2 = 3A_1 = 12\text{cm}^2$
 $E_1 = E_2 = 200\text{GPa}$
 $\alpha = 12 \times 10^{-6} (1/\text{C})$ (ısı genleşme katsayısı)
 $P = 200\text{kN}$

Soru1: Yükleme hali Şekil(1)' de verilmiş olan çubukta;

a) Mesnet tepkilerinin hesaplayınız. (5 puan)

b) Kesme kuvveti (T) (8 puan), eğilme momenti (M) (8 puan) ve normal kuvvet (N) (4 puan) diagramlarını çiziniz.

Çözüm: İlk olarak G noktasına göre moment dengesi yazılırsa V_B doğrudan hesaplanır;

$$\sum M_G = 0 = V_B \times a - P \times (4/5) \times 2a$$

$$V_B = \frac{8}{5} P = 8qa$$

düşey denge denkleminde;

$$\sum F_y = 0 = V_B + V_A - qa - P \times (4/5)$$

$$8qa + V_A - qa - 4qa = 0$$

$$V_A = -3qa$$

yatay denge denkleminde;

$$\sum F_x = 0 = H_A - P \times (3/5)$$

$$H_A - 5qa \times (3/5) = 0$$

$$H_A = 3qa$$

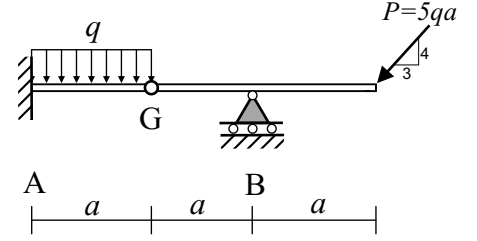
bulunur. G noktasına göre bu kez sol taraftan denge denklemleri yazılırsa;

$$\sum M_G = 0 = -V_A \times a - M_A + q \times (a^2 / 2)$$

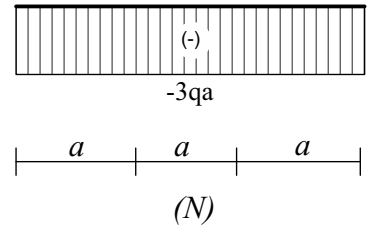
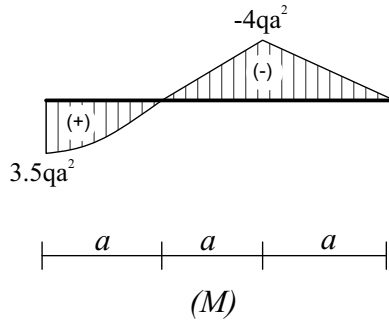
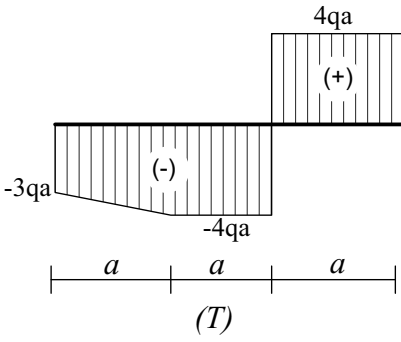
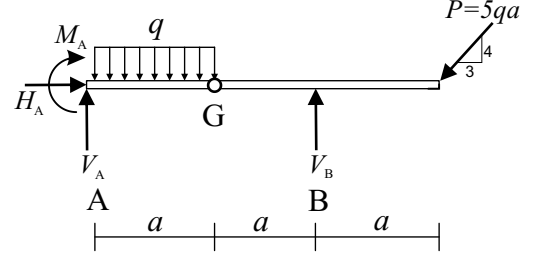
$$3qa^2 - M_A + q \times (a^2 / 2) = 0$$

$$M_A = 3.5qa^2$$

kesit tesirleri diagramları şu şekilde çizilir.



Şekil (1)



Soru2: Şekil(2)' de verilmiş düzlem gerilme halinde

$\theta=30^\circ$ için;

a) σ_θ ve τ_θ değerlerini hesaplayınız.

b) σ_1 , σ_2 asal gerilmelerini ve doğrultularını hesaplayınız.

c) Mohr dairesini çiziniz, yönlendirilmiş eleman üzerinde gerilmeleri gösteriniz. (25 Puan)

$$\sigma_x = 20 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_y = 14 \text{ kN/m}^2$$

$$\tau_{xy} = -8 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \frac{20+14}{2} + \frac{20-14}{2} \cos 300^\circ - 8 \sin 300^\circ = 25.42 \text{ kN/m}^2$$

$$\tau_\theta = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta$$

$$\tau_\theta = -\frac{20-14}{2} \sin 300^\circ - 8 \cos 300^\circ = -1.4 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{20+14}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{20-14}{2}\right)^2 + 8^2}$$

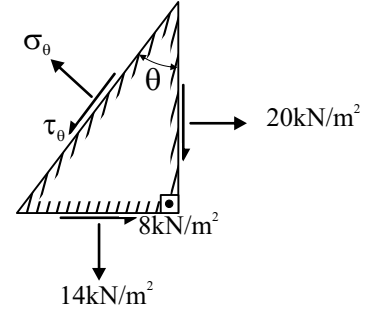
$$\sigma_1 = 25.54 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_2 = 8.45 \text{ kN/m}^2$$

$$\tan 2\phi = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2 \times -8}{20-14} = -2.666$$

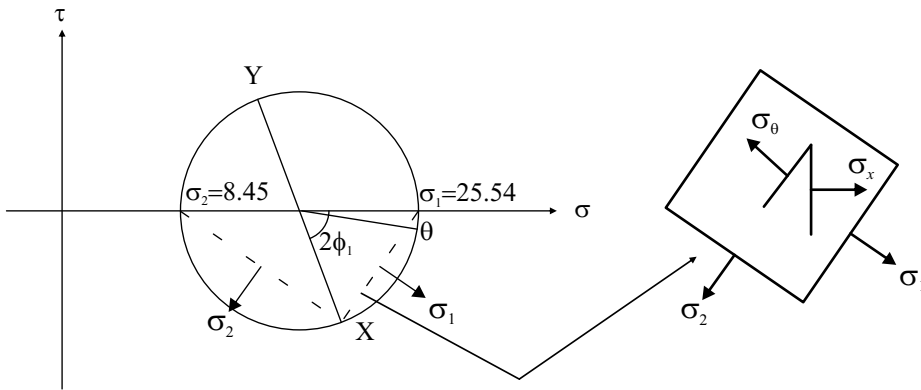
$$2\phi_1 = -69.44^\circ$$

$$2\phi_2 = 110.56^\circ$$



Şekil (2)

c)



Soru3: Şekil(3) kenar uzunlukları a, b, c olacak şekilde verilmiş dikdörtgen prizmaya düşey P kuvveti etkimektedir. a, b, c uzunluklarında meydana gelecek değişimleri hesaplayınız (20 puan).

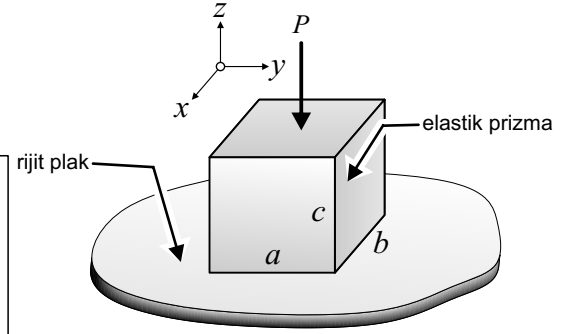
Elastik prizma için malzeme sabitleri:

E =Elastisite modülü

ν =Poisson oranı

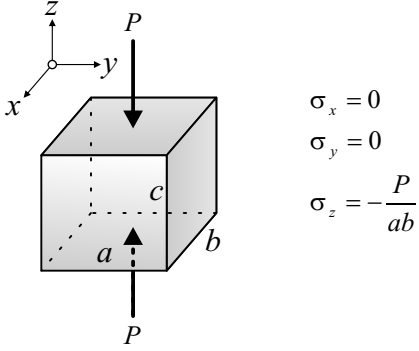
G =Kayma modülü

olarak alınacak ve sonuçlar bu malzeme sabitleri ve P, a, b, c cinsinden hesaplanacaktır.



Şekil (3)

Çözüm: Prizmanın dengesi düşünüldüğünde;



buna göre;

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)}{E} = \frac{-\nu\sigma_z}{E} = \frac{\nu P}{abE}$$

$$\Delta b = \epsilon_x \times b = \frac{\nu P}{aE}$$

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)}{E} = \frac{-\nu\sigma_z}{E} = \frac{\nu P}{abE}$$

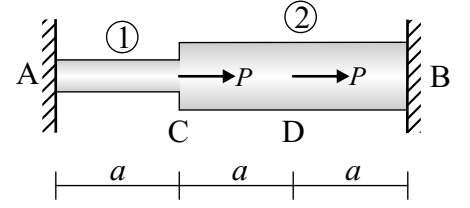
$$\Delta a = \epsilon_y \times a = \frac{\nu P}{bE}$$

$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)}{E} = \frac{\sigma_z}{E} = \frac{-P}{abE}$$

$$\Delta c = \epsilon_z \times c = -\frac{Pc}{abE}$$

Soru4: Şekil(4)' de geometrisi ve yükleme durumu verilmiş olan, kesit alanları birbirinden farklı iki çubuğun birleşiminden oluşan sistemde;

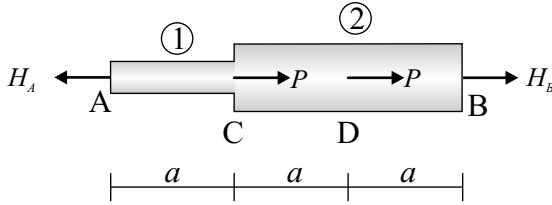
- Normal kuvvet diagramını çiziniz (11 puan).
- C ve D noktalarının yapacağı yerdeğiştirmeleri hesaplayınız (8 puan).
- $P=0$ iken $\Delta T=150^\circ\text{C}$ 'lik homojen sıcaklık değişimi hali için normal kuvvet diagramını çiziniz (7 puan). C noktasının yerdeğiştirmesini hesaplayınız (4 puan).



Şekil (4)

$$\begin{aligned} a &= 200\text{cm} \\ A_2 &= 3A_1 = 12\text{cm}^2 \\ E_1 &= E_2 = 200\text{GPa} \\ \alpha &= 12 \times 10^{-6} (1/\text{C}) \text{ (ısııl genleşme katsayısı)} \\ P &= 200\text{kN} \end{aligned}$$

Çözüm: İki mesnet bilinmeyi de yatayda bulunduğundan yatayda yazılacak kuvvet dengesi denklemi bu bilinmeyenlerin belirlenmesi için yeterli olmayacaktır; ikinci denklem uygunluk koşulunun yazılması ile elde edilecektir. Mesnet bilinmeyenleri uzama formüllerinde doğrudan kullanılabilmesi için pozitif yönde (çekme) olacak şekilde seçilmişlerdir.



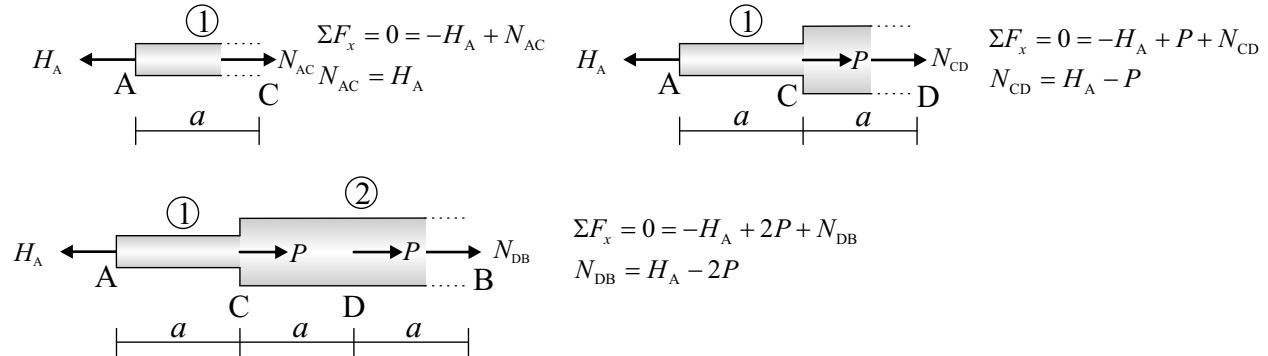
yatayda kuvvet dengesi yazılırsa;

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 = -H_A + P + P + H_B \\ H_A &= 2P + H_B \end{aligned}$$

uygunluk koşulu olarak çubuk toplam boyunun değişmediği yazılacaktır;

$$\Delta L_{\text{çubuk}} = 0 = \Delta L_{AC} + \Delta L_{CD} + \Delta L_{DB}$$

söz konusu aralıklardaki normal kuvvet değerlerini hesaplamak istersek;



uygunluk koşulunun yazılması;

$$\Delta L_{\text{çubuk}} = 0 = \Delta L_{AC} + \Delta L_{CD} + \Delta L_{DB}$$

$$\Delta L_{\text{çubuk}} = \frac{N_{AC}}{A_1 E} L_{AC} + \frac{N_{CD}}{A_2 E} L_{CD} + \frac{N_{DB}}{A_2 E} L_{DB} = \frac{H_A}{A_1 E} 200\text{cm} + \frac{H_A - P}{A_2 E} 200\text{cm} + \frac{H_A - 2P}{A_2 E} 200\text{cm} = 0$$

$$\frac{H_A}{A_1 E} + \frac{H_A - P}{3 A_1 E} + \frac{H_A - 2P}{3 A_1 E} = 0 = \frac{5H_A - 600\text{kN}}{3} = 0$$

$$H_A = 120\text{kN}$$

$$H_B = H_A - 2P = 120 - 400 = -280\text{kN}$$

a) Normal kuvvet diagramının çizilmesi;

$$N_{AC} = H_A = 120 \text{ kN}$$

$$N_{CD} = H_A - P = 120 - 200 = -80 \text{ kN}$$

$$N_{CD} = H_A - 2P = 120 - 400 = -280 \text{ kN}$$

b) C ve D noktalarını yerdeğiştirmelerinin hesabı;

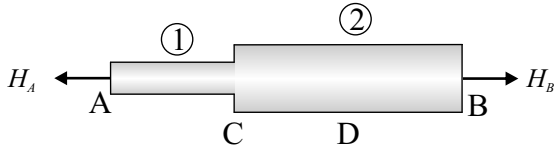
$$\delta_C = \Delta L_{AC} = \frac{N_{AC}}{A_1 E} L_{AC} = \frac{120 \text{ kN}}{4 \text{ cm}^2 \cdot 200 \text{ GPa}} 200 \text{ cm} =$$

$$\frac{120 \text{ kN}}{4 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 200 \times 10^6 \text{ kN/m}^2} 2 \text{ m} = 3 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\delta_D = \Delta L_{DB} = \frac{N_{DB}}{A_2 E} L_{DB} = \frac{-280 \text{ kN}}{12 \text{ cm}^2 \cdot 200 \text{ GPa}} 200 \text{ cm} =$$

$$\frac{-280 \text{ kN}}{12 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 200 \times 10^6 \text{ kN/m}^2} 2 \text{ m} = -2.33 \times 10^{-3} \text{ m}$$

c) Sıcaklık değişimi halinde denge denklemleri;



$$\Sigma F_x = 0 = -H_A + H_B$$

$$H_A = H_B$$

uygunluk koşulu olarak sıcaklık değişiminden ve iç kuvvetlerden meydana gelen toplam uzamanın sıfır olduğunu ifade edeceğiz.

$$\Delta L_{\text{çubuk}} = 0 = \Delta L_{\text{sıcaklık}} + \Delta L_N$$

$$\epsilon_L = \Delta T \times \alpha = 150 \times 12 \times 10^{-6} = 1.8 \times 10^{-3}$$

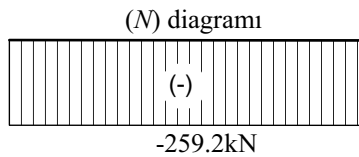
$$\Delta L_{\text{sıcaklık}} = \epsilon_L L_{\text{çubuk}}$$

$$\Delta L_N = \frac{H_A}{A_1 E} 200 \text{ cm} + \frac{H_A}{A_2 E} 400 \text{ cm}$$

$$\Delta L_{\text{çubuk}} = \Delta L_{\text{sıcaklık}} + \Delta L_N = 1.8 \times 10^{-3} \times 600 \text{ cm} + \frac{H_A}{4 \text{ cm}^2 \cdot 200 \text{ GPa}} 200 \text{ cm} + \frac{H_A}{12 \text{ cm}^2 \cdot 200 \text{ GPa}} 400 \text{ cm} = 0$$

$$= 1.8 \times 10^{-3} \times 600 \text{ cm} + \frac{H_A}{4 \text{ cm}^2 \cdot 200 \text{ GPa}} 200 \text{ cm} + \frac{H_A}{12 \text{ cm}^2 \cdot 200 \text{ GPa}} 400 \text{ cm} = 0$$

$$H_A = -259.2 \text{ kN}$$



C noktasının yerdeğiştirmelerinin hesabı;

$$\delta_C = \Delta L_{AC} = \frac{N_{AC}}{A_1 E} L_{AC} + \alpha \Delta T L_{AC} = \frac{-259.2 \text{ kN}}{4 \text{ cm}^2 \cdot 200 \text{ GPa}} 200 \text{ cm} + 150 \times 12 \times 10^{-6} \times 200 \text{ cm} =$$

$$\frac{-259.2 \text{ kN}}{4 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 200 \times 10^6 \text{ kN/m}^2} 2 \text{ m} + 150 \times 12 \times 10^{-6} \times 2 \text{ m} = -4.68 \times 10^{-3} \text{ m}$$

