

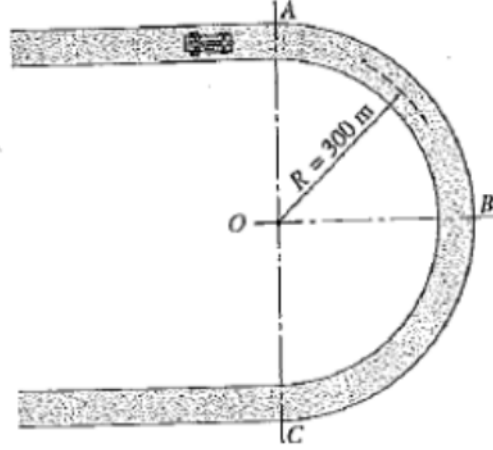
DNK201E Dynamics Örnek sorular 1 – Sample Problems 1

PROBLEM 1: Bir parçacığın hareketi $x = -3t^2 + 12t - 6$ m bağıntısı ile verilmiştir. Burada t saniye cinsindendir. $t = 0$ ve $t = 3$ s zaman aralığında

- (a) parçacığın konum, hız ve ivmesinin zamana göre değişimini veren grafikleri çiziniz,
- (b) parçacığın katettiği toplam mesafeyi bulunuz,
- (c) parçacığın yerdeğiştirmesini bulunuz.

PROBLEM 2: Şekildeki araba yarım çember biçimindeki yola A noktasında 140 km/h hızla girmektedir. Sürücü arabanın hızını sabit oranda (sabit ivme ile) yükselterek C noktasından 190 km/h hıza ulaştırmaktadır.

- (a) Araba B noktasından geçerken sahip olduğu ivmenin yön ve şiddetini bulunuz.
- (b) Araba B noktasından geçerken arabanın bagajında duran 10 kg lık kutunun kaymaması için gerekli sürtünme katsayısını hesaplayınız.



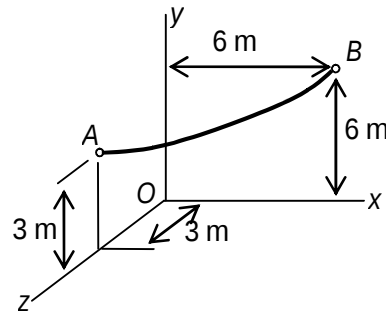
PROBLEM 3: Kütlesi 1800 kg olan bir araç 26 m/s hız ile seyir halindeyken sürücü aniden fren yaparak dört tekerleğinin tümünü kilitlemektedir. Yol ile lastikler arasındaki sürtünme kuvveti aracın durmasına neden olmaktadır. Şayet kinetik sürtünme katsayısı 0.6 ise

- (a) frenleme anından itibaren aracın hızının zamana göre değişimini,
- (b) sürtünme kuvvetinin gücünü zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.

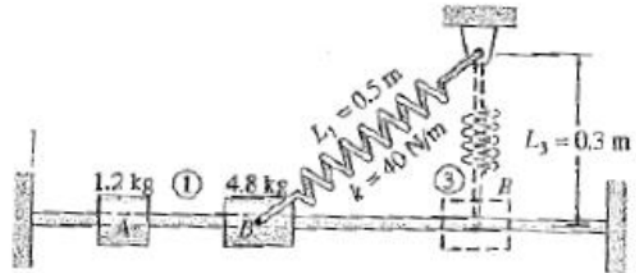
PROBLEM 4: Kütlesi 10 kg olan bir blok eğri bir yol boyunca A dan B ye doğru sürtünmesiz olarak hareket etmektedir. Hareket süresince bloka etki eden kuvvetlerden bir tanesi

$$\vec{P} = 3x^2\vec{i} + 2y^2\vec{j} + z^2\vec{k} \text{ şeklindedir.}$$

- (a) $\vec{P}$ konservatif bir kuvvet midir? Gösteriniz.
- (b) Blok A noktasından B noktasına hareketi esnasından $\vec{P}$ kuvvetinin yaptığı işi hesaplayınız?



PROBLEM 5: A bileziğinin kütlesi 1.2 kg olup sağa doğru 2.4 m/s hızla hareket etmekteyken, sola doğru 1.6 m/s hızla hareket etmekte olan 4.8 kg lık B bileziği ile esnek olmayan (plastik) çarpışma yapmaktadır. Çarpışma anında yayın boyu 0.5 m dir. Yayın serbest boyu 0.35 m ve yay sabiti 40 N/m dir.



- (a) Bileziklerin çarpışma sonrasındaki hızlarını,
- (b) çarpışmadaki kinetik enerji kaybını yüzde olarak,
- (c) çarpışma anında etkili olan kuvvetin impulsunu
- (d) ve yay dikey durumdayken B bileziğinin hızını bulunuz.

Problem 1: (a) $x = -3t^2 + 12t - 6$

$\hookrightarrow < 0 \rightarrow$ convex-funktion

Extremum notizen: $t_{\text{max}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{2(-3)} = 2 \text{ s}$

$x_{\text{max}} = -3 \cdot 2^2 + 12 \cdot 2 - 6 = 6 \text{ m}$

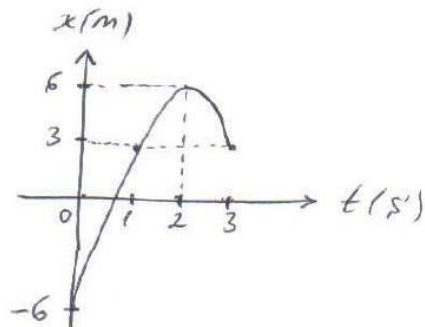
Köcher: $x=0 \rightarrow -3t^2 + 12t - 6 = 0$

$t^2 - 4t + 2 = 0$

$t_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(2)}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$

$t_1 = 0.585, t_2 = 3.415$

grafik:



$x(0) = -3 \cdot 0^2 + 12 \cdot 0 - 6$
 $= -6 \text{ m}$

$x(1) = -3 \cdot 1^2 + 12 \cdot 1 - 6$
 $= 3 \text{ m}$

$x(3) = -3 \cdot 3^2 + 12 \cdot 3 - 6$
 $= 3 \text{ m}$

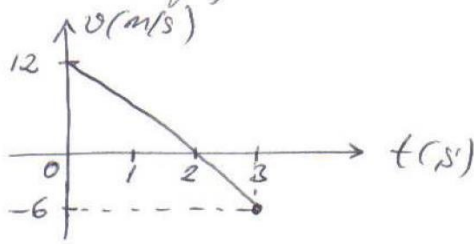
$v = \frac{dx}{dt} = -6t + 12$

$a = \frac{dv}{dt} = -6 = \text{stet}$

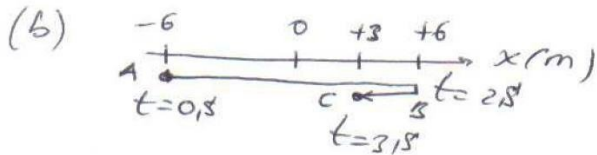
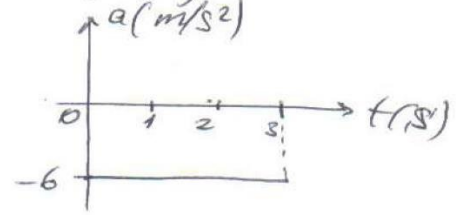
$$v=0 \rightarrow t=2,5$$

$$v(0) = -6 \cdot 0 + 12 = 12 \text{ m/s}, \quad v(3) = -6 \cdot 3 + 12 = -6 \text{ m/s}$$

Hız grafiği:



İvme grafiği:



$$|AB| + |BC| = 9 + 6 = 15 \text{ m}$$

(c) $\Delta \vec{r} = \vec{r}(3,5) - \vec{r}(0,5) = 3\vec{e} - (-6\vec{e}) = 9\vec{e} \text{ m}$

Problem 2: (a) AC eğrisi boyunca $a_t = \text{stat}$

$$\rightarrow \int a_t ds = \int v dv \rightarrow a_t s = \frac{v^2 - v_0^2}{2}$$

$$\rightarrow a_t s_{AC} = \frac{v_C^2 - v_A^2}{2}$$

$$a_t \cdot \pi \cdot 300 = \frac{(190/3.6)^2 - (140/3.6)^2}{2} = 0.675 \text{ m/s}^2 = a_t$$

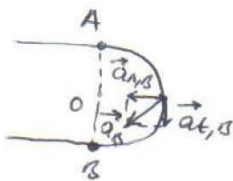
Normal ivme:

$$a_{n,B} = \frac{v_B^2}{\rho_B}$$

$$a_t \cdot s_{AB} = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2}$$

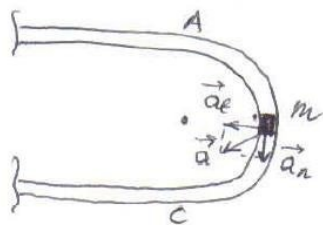
$$\rightarrow 0.675 \cdot \pi \cdot 150 = \frac{v_B^2 - (140/3.6)^2}{2} \rightarrow v_B = 46.35 \text{ m/s}$$

$$a_{n,B} = \frac{46.35^2}{300} = 7.16 \text{ m/s}^2$$

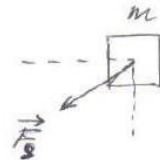


$$a_B = \sqrt{(0.675)^2 + (7.16)^2} = 7.19 \text{ m/s}^2$$

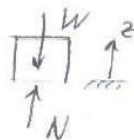
(6)

SCD:

İstten:



önden:



denge denklemleri:

$$\sum F_z = 0: -W + N = 0$$

$$N = W$$

sürtünme kuvveti:

$$F_s = \mu_s N = \mu_s W$$

hareket denklemleri:

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\rightarrow \vec{F}_s = m \vec{a}_B \rightarrow F_s = m a_B$$

$$\rightarrow \mu_s \cdot mg = m a_B \rightarrow \mu_s = \frac{a_B}{g} = \frac{7.19}{9.81} = 0.73$$

Problem 3: (a) SCD:

Hareket denklemleri:

$$\sum F_y = m a_y: -W + N = 0 \rightarrow N = W$$

$$\sum F_x = m a_x: -F_k = m a_x, \quad F_k = \mu_k N$$

$$-0.6 \cdot m \cdot 9.81 = m \cdot a_x \rightarrow a_x = -5.886 \text{ m/s}^2$$

$$\frac{dv}{dt} = a \rightarrow v - v_0 = at \rightarrow v = 26 - 5.886t$$

$$\text{durma anı: } v = 0: 26 - 5.886t = 0 \rightarrow t_{\text{durma}} = 4.417 \text{ s}$$

$$\begin{aligned}
 (b) \quad P_k &= \vec{F}_k \cdot \vec{v} = (-\mu_k N \vec{e}) \cdot [(26 - 5.886t) \vec{e}] \\
 &= -0.6 \cdot 1800 \cdot 9.81 (26 - 5.886) \\
 &= -295 + 62.4 t \text{ kW} \quad (0 \leq t \leq 4.4178)
 \end{aligned}$$

Problem 4: (a) $\vec{F} = -\vec{\nabla} V \rightarrow \vec{\nabla}_x \vec{F} = 0$

$$\rightarrow \frac{\partial F_x}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial x} = 0, \frac{\partial F_y}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial y} = 0, \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x} = 0$$

ist F konservativ.

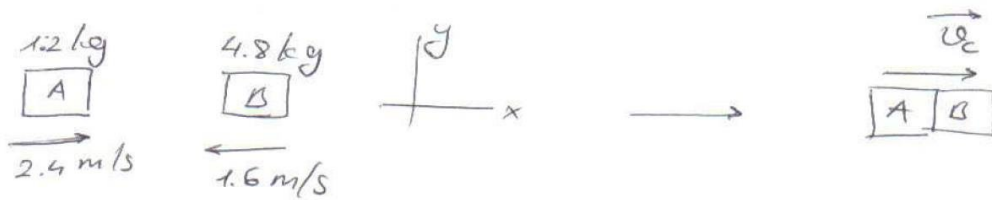
$$P_x = 3x^2, \quad P_y = 2y^2, \quad P_z = z^2$$

$$\frac{\partial P_x}{\partial y} = \frac{\partial P_x}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial P_y}{\partial x} = \frac{\partial P_y}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial P_z}{\partial x} = \frac{\partial P_z}{\partial y} = 0$$

$\rightarrow P$ konservativ.

$$\begin{aligned}
 (b) \quad W_{AB} &= \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B P_x dx + \int_A^B P_y dy + \int_A^B P_z dz \\
 &= \left[x^3 \right]_{x=0}^{x=6} + \left[\frac{2}{3} y^3 \right]_{y=3}^{y=6} + \left[\frac{1}{3} z^3 \right]_{z=3}^{z=0} \\
 &= (6^3 - 0^3) + \frac{2}{3} (6^3 - 3^3) + \frac{1}{3} (0^3 - 3^3) \\
 &= 216 + 126 - 9 = 333 \text{ J}
 \end{aligned}$$

Problem 5: (a)



momentumun korunumu

$$m_A v_A + m_B v_B = (m_A + m_B) v_c$$

$$\rightarrow 1.2 \cdot 2.4 + 4.8(-1.6) = (1.2 + 4.8) \cdot v_c \rightarrow v_c = -0.8 \text{ m/s}$$

$$(b) \quad \Delta T = T_2 - T_1 = \frac{1}{2}(1.2 + 4.8)(-0.8)^2 - \frac{1}{2} \cdot 1.2(2.4)^2 - \frac{1}{2} \cdot 4.8(1.6)^2$$

$$= -7.68 \text{ J}$$

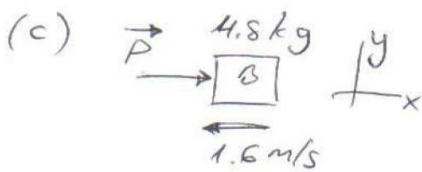
$$\text{kayıp oranı} = \frac{|\Delta T|}{T_1} \times 100\% = \frac{7.68}{9.6} \times 100\% = 80.0\%$$

Toplam mekanik enerji eses alınırsa:

$$E_1 = T_1 + V_1 = \frac{1}{2} \cdot 1.2(2.4)^2 + \frac{1}{2} \cdot 4.8(1.6)^2 + \frac{1}{2} \cdot 4.0 \cdot (0.5 - 0.35)^2$$

$$= 10.05 \text{ J}$$

$$\text{kayıp oranı} = \frac{|\Delta E|}{E_1} = \frac{|-7.68|}{10.05} \times 100\% = \%76.4$$



impuls - momentum ilişkisi:

$$\int \vec{P} dt = \Delta \vec{G} = m_B (\vec{v}_c - \vec{v}_B)$$

$$= 4.8(-0.8\vec{i} - (-1.6\vec{i}))$$

$$= +3.84\vec{i} \text{ N/s}$$

(d) Çarpışma sonrasında enerji kaybı meydana gelmez.

Çarpışma sonrasında toplam enerjisi B cisminin

$$E_B = \frac{1}{2}(\cancel{4.8} + 4.8)(-0.8)^2 + \frac{1}{2} \cdot 40(0.5 - 0.35)^2$$
$$= 19.85 \text{ J}$$

B. biletirginin yay düzey durumdayken buru:

$$E = s_{bt} = 19.85 = \frac{1}{2} \cdot m_B v_B'^2 + \frac{1}{2} k \delta^2$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 4.8 v_S'^2 + \frac{1}{2} \cdot 40(0.3 - 0.35)^2$$

$$\rightarrow v_S' = 0.898 \text{ m/s} \rightarrow$$