

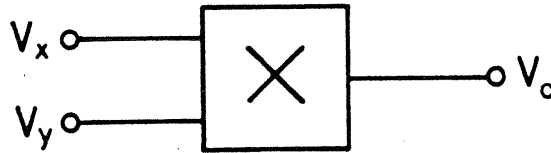
5. ANALOG ÇARPMA DEVRELERİ

5.1. Analog Çarpma Devresi Tanımı

V_o çıkış geriliminin V_x ve V_y gibi iki giriş geriliminin çarpımıyla orantılı olduğu yapı blokları analog çarpma devreleri olarak isimlendirilirler. Tanım gereği, iki giriş gerilimi arasında, K çarpma devresinin kazancı olmak üzere

$$V_o = K.V_x.V_y \quad (5.1)$$

bağıntısı bulunmaktadır. Analog çarpma devresinin blok şeması Şekil-5.1'de verilmiştir. Analog çarpma devresine ilişkin K çarpma kazancının boyutu $[1/V]$ şeklindedir. Pratikte, çarpma devresinin çıkışında ideal çarpma teriminin yanısıra istenmeyen işaret bileşenleri de bulunur ve çıkış gerilimi



Şekil 5.1. Analog çarpma devresinin blok şeması.

$$V_o = K.V_x.V_y + [K_x.V_y + K_y.V_x + K_o] + f(V_x, V_y) \quad (5.2)$$

bağıntısıyla ifade edilebilir. (5.2) bağıntısında köşeli parantez içindeki terimler dengesizlik bileşenlerini verirler. $K_x.V_y$ terimi x girişindeki dengesizlik nedeniyle çıkışa yansıyan ve V_y gerilimi ile orantılı olan bileşeni, $K_y.V_x$ terimi y girişindeki dengesizlik nedeniyle çıkışa yansıyan ve V_x gerilimi ile orantılı olan bileşeni, K_o terimi ise doğru gerilim dengesizliği bileşenini göstermektedir. (5.2) bağıntısında yer alan $f(V_x, V_y)$ terimi ise yapının lineer olmamasından kaynaklanan bileşenleri vermektedir.

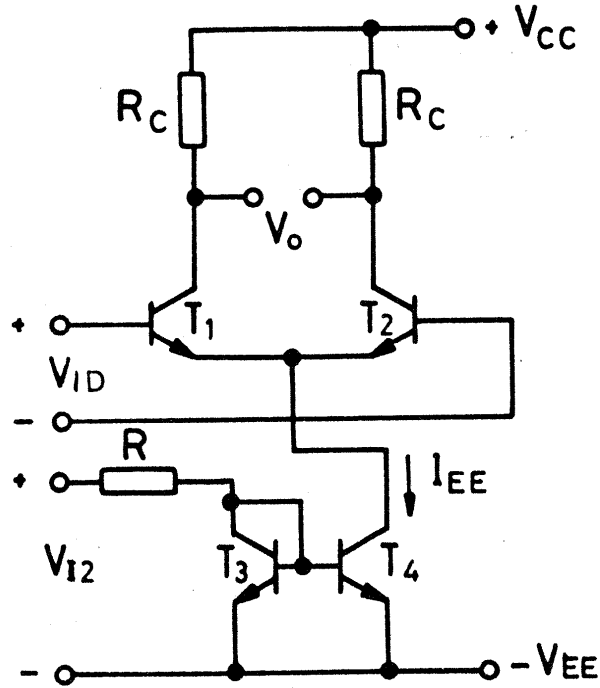
Modülatör, demodülatör, kazancı gerilimle kontrol edilebilen kuvvetlendirici, faz detektörü gibi yapı bloklarının gerçekleştirilmesinde yaygın bir kullanım alanı bulan analog çarpma devrelerinin iç yapısı bu bölümde ele alınarak incelenecek, ayrıca devrenin lineerletirilmesi için yararlanılan düzenlere de değinilecektir.

5.2. Bipolar Tranzistorlu Analog arpma Devreleri

Bipolar tekniği ile gerçekleştirilen analog çarpma devrelerinin çalışma ilkesi, bu elemanın üstel karakteristiğine dayanmaktadır.

Emetör Bağlamalı Analog arpma Devresi

Şekil-5.2'de verilen emetör bağlamalı fark kuvvetlendiricisi yapısı basit bir analog çarpma devresi olarak çalıştırılabilir. Bu devrede kolektör akımlarıyla fark giriş gerilimi arasında



Şekil 5.2. Emetör bağlamalı fark kuvvetlendiricisinin analog çarpma devresi olarak kullanılması.

$$I_{C1} = \frac{I_{EE}}{1 + \exp(-V_{ID}/V_T)} \quad (5.3)$$

$$I_{C2} = \frac{I_{EE}}{1 + \exp(V_{ID}/V_T)} \quad (5.4)$$

bağıntıları bulunmaktadır. Dolayısıyla, kolektör akımları arasındaki fark olarak tanımlanan çıkış akımı da olur.

$$\Delta I_C = I_{C1} - I_{C2} = I_{EE} \tanh(V_{ID}/2V_T) \quad (5.5)$$

İlk başta $V_{ID} \ll 2V_T$ olduğunu kabul edelim, böylece $\tanh(V_{ID}/2V_T)$ seriyeye açılarak serinin ilk terimi alınabilir ve bununla da

$$\tanh(V_{ID}/2V_T) \cong V_{ID}/2V_T \quad (5.6)$$

elde edilir. (5.6) yaklaşımının (5.5) bağıntısında yerine konmasıyla

$$\Delta I_C = I_{EE} (V_{ID}/2V_T) \quad (5.7)$$

bulunur. I_{EE} akımı $T_1 - T_2$ çiftinin ortak emetör akımıdır. Devreden fark edilebileceği gibi, bu akım

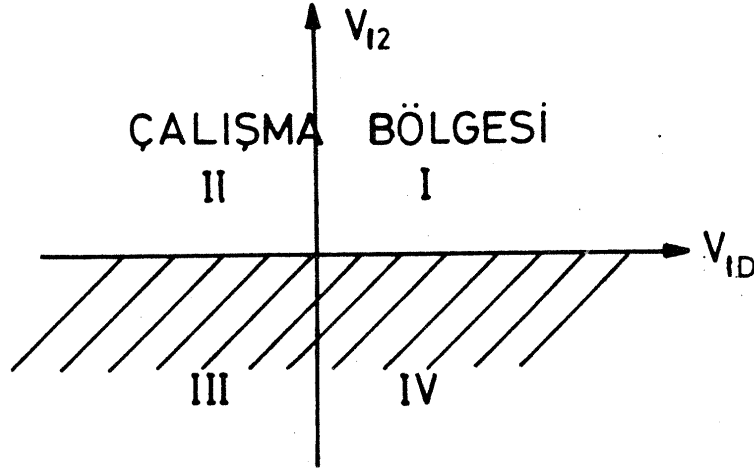
$$I_{EE} = \frac{V_{I2} - V_{BEon}}{R} = K_o(V_{I2} - V_{BEon}) \quad (5.8)$$

bağıntısıyla V_{ID} gerilimine bağlıdır. Bu bağıntı (5.7) bağıntısında yerine konursa

$$\Delta I_C = \frac{K_o \cdot V_{ID} \cdot (V_{I2} - V_{BEon})}{2 \cdot V_T} \quad (5.9)$$

eşitliği elde edilir. Bağıntının incelemesi halinde, bunun bir $V_{ID} \cdot V_{I2}$ çarpımıyla orantılı bileşenin, bir de V_{ID} ile orantılı bileşenin bulunduğu kolayca fark edilebilir. V_{ID} ile orantılı bileşen (5.9) bağıntısından izlenebileceği gibi, V_{I2} girişine ilişkin terimden kaynaklanmaktadır. $V_{ID} \ll 2V_T$ ve $V_{I2} \gg V_{BEon}$ olması halinde, devrenin çarpma işlemini yerine getireceği açıktır. V_{ID} gerilimi pozitif yahut negatif olabilir. Ancak, V_{I2} gerilimi daima pozitif olmak zorundadır. Gerilimlerin değişim aralığı Şekil-5.3'de belirtilmiştir. Şekilden görülebileceği gibi, oluşturulan çarpma devresi $V_{ID} - V_{I2}$

düzleminin iki bölgesinde çarpma işlemine yerine getirmektedir. Bu nedenle, devre iki bölgeli çarpma devresi olarak isimlendirilir. Bu ise bir çok uygulamada yetersiz kalır. Bu nedenle, yine aynı yapıdan türetilen dört bölgeli çarpma devresi daha yaygın bir kullanım alanı bulmaktadır.



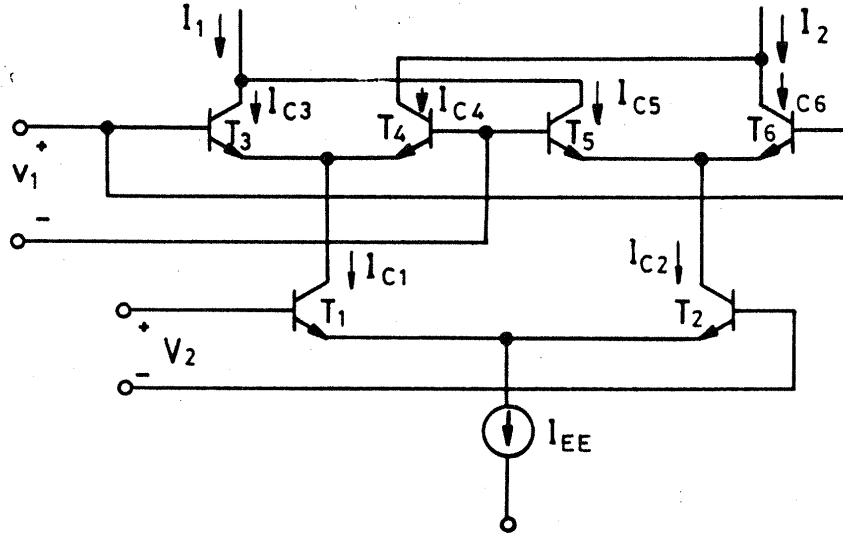
Şekil 5.3. Analog arpma devresinde giriş gerilimlerinin değişim bölgeleri.

Dört Blgeli arpma Devresi, Gilbert Hücresi

Bu yapıda, iki fark kuvvetlendiricisinin girişleri paralel, ıkışları ise çapraz olarak bağlanmıştır. Gilbert hücresi, tümdevre tekniğinde dengeli modülatör devrelerinin temelini oluşturur. Devre yapısı Şekil-5.4'de görülmektedir. Baz akımları ihmal edilerek devrenin analizi yapılırsa, V_2 giriş gerilimiyle $T_1 - T_2$ tranzistorlarının kolektör akımları arasında

$$I_{C1} = \frac{I_{EE}}{1 + \exp(-V_2/V_T)} \quad (5.10)$$

$$I_{C2} = \frac{I_{EE}}{1 + \exp(V_2/V_T)} \quad (5.11)$$



Şekil 5.4. Gilbert dörtlüsü.

$T_3 - T_4$ ve $T_5 - T_6$ transistörlerinin kolektör akımları ile V_1 giriş gerilimi arasında da

$$I_{C3} = \frac{I_{C1}}{1 + \exp(-V_1/V_T)} \quad (5.12)$$

$$I_{C4} = \frac{I_{C1}}{1 + \exp(V_1/V_T)} \quad (5.13)$$

$$I_{C5} = \frac{I_{C2}}{1 + \exp(V_1/V_T)} \quad (5.14)$$

$$I_{C6} = \frac{I_{C2}}{1 + \exp(-V_1/V_T)} \quad (5.15)$$

bağıntılarının bulunduğu, yine çıkış akımları arasındaki ΔI farkının

$$\Delta I = (I_{C3} + I_{C5}) - (I_{C4} + I_{C6}) = I_1 - I_2 \quad (5.16)$$

olduğu görülür. Bağıntılar biraraya getirilirse, ΔI çıkış akımının

$$\Delta I = I_{EE} \cdot \tanh(V_1/2V_T) \cdot \tanh(V_2/2V_T) \quad (5.17)$$

şeklinde giriş gerilimlerine bağlandığı bulunur. Elde edilen sonuç, $\tanh(V_1/2V_T)$ ve $\tanh(V_2/2V_T)$ fonksiyonlarının çarpımı şeklindedir.

$\tanh(x)$ fonksiyonu ± 1 değerleri arasında değişim gösterdiğinden, giriş gerilimlerinin her ikisinin de pozitif yahut negatif değerler alabileceği açıktır.

Analog arpma devrelerinin çalışması üç kategoride ele alınabilir:

a- $V_1, V_2 \ll V_T$

b- $V_1 \ll V_T, V_2 \gg V_T$

yahut

$V_1 \gg V_T, V_2 \ll V_T$

c- $V_1, V_2 \gg V_T$

Bu üç durumda devrenin ne şekilde çalışacağını araştıralım.

a- V_1 ve V_2 gerilimlerinin her ikisinin de V_T ısıl gerilimiyle kıyaslanabilir derecede düşük değerli olmaları halinde, $\tanh(x)$ fonksiyonu

$$\tanh(x) = x - \frac{x^3}{3} \dots$$

şeklinde Bernoulli serisine açılıp ilk terimi alınabilir. Böylece

$$\tanh(x) \cong x$$

olacağından, (5.17) bağıntısı

$$\Delta I = I_{EE} \left(\frac{V_1}{2 V_T} \right) \left(\frac{V_2}{2 V_T} \right) \quad (5.18)$$

şekliini alır. (5.18) bağıntısından fark edilebileceği gibi, V_1 ve V_2 nin V_T ısıl geriliminden yeteri kadar küçük değerleri için devre lineer analog çarpma işlemini yerine getirmektedir.

b- V_1 (yahut V_2) geriliminin düşük seviyeli, V_2 (yahut V_1) geriliminin de V_T ısıl geriliminden çok büyük olması durumuyla uygulamada sıkça karşılaşılır. Haberleşme sistemlerinde bir işaretin

kare dalga biçimli bir işaretle çarpılması gerekli olur. Bu işlem, çapraz bağlı devrenin girişine $2V_T$ ye göre yeteri kadar büyük bir işaret uygulanarak ve böylece her defasında dört tranzistordan ikisi iletime diğer ikisi de kesime sürülerek gerçekleştirilebilir. İletime sürülen iki tranzistor akımın tümünü akıtır. Devredeki tranzistorlar doymaya girmediklerinden, bu işlem yüksek bir hızda gerçekleştirilebilir. Bu durumda çıkış akımı

$$\Delta I = I_{EE} \left(\tanh(V_1/2V_T) \right) \frac{V_2}{2V_T} \quad (5.19)$$

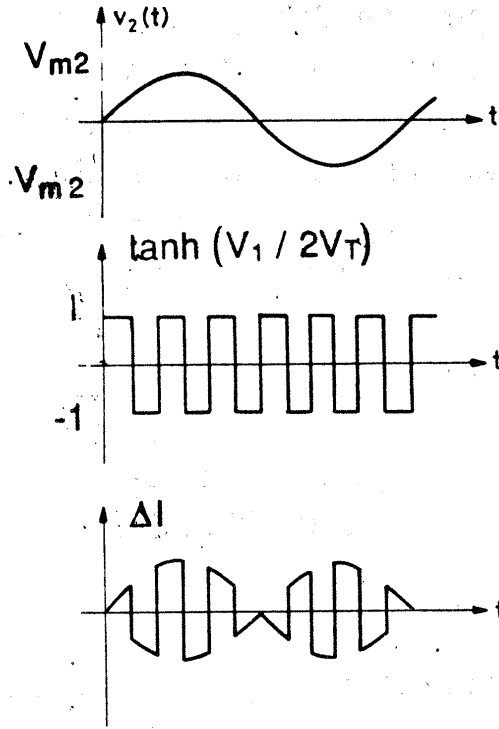
şeklinde ifade edilebilir. Uygulanan düşük seviyeli $v_2(t)$ işaretinin sinüs biçiminde değişen bir işaret olduğunu ve

$$v_2(t) = V_{m2} \cdot \cos(\omega_m t)$$

şeklinde değiştiği varsayalım. Diğer giriş ise yüksek seviyeli karedalga biçimli bir giriş işareti uygulandığı kabul edilsin. Bunun genliği $V_{m1} \gg V_T$ ve açısal frekansı da ω_c olsun. Ayrıca, $\omega_c \gg \omega_m$ şartının sağlandığı varsayalım. Bu durumda $V_{m1} \gg V_T$ olduğundan, V_1 girişine ilişkin terim -1 ile $+1$ değerleri arasında değişir. Dolayısıyla, devre iki giriş işaretinin lineer çarpımı işlemini yerine getiremez. Ancak, küçük genlikli V_2 işaretinin sıralaşmalı olarak $+1$ ve -1 değerleriyle çarpımıyla orantılı bir çıkış akımı alınır. Elde edilen dalga şekilleri Şekil-5.5'de görülmektedir. Devre bu durumda dengeli modülatör olarak çalışır. Genliği ± 1 arasında değişen kare dalga şeklindeki giriş işareti

$$v_1(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos(n\omega_c t) \quad , \quad A_n = \frac{\sin(n\pi/2)}{n\pi/4} \quad (5.20)$$

şeklinde Fourier serisi bileşenleri ile ifade edilebilir. Böylece devrenin çıkış işareti

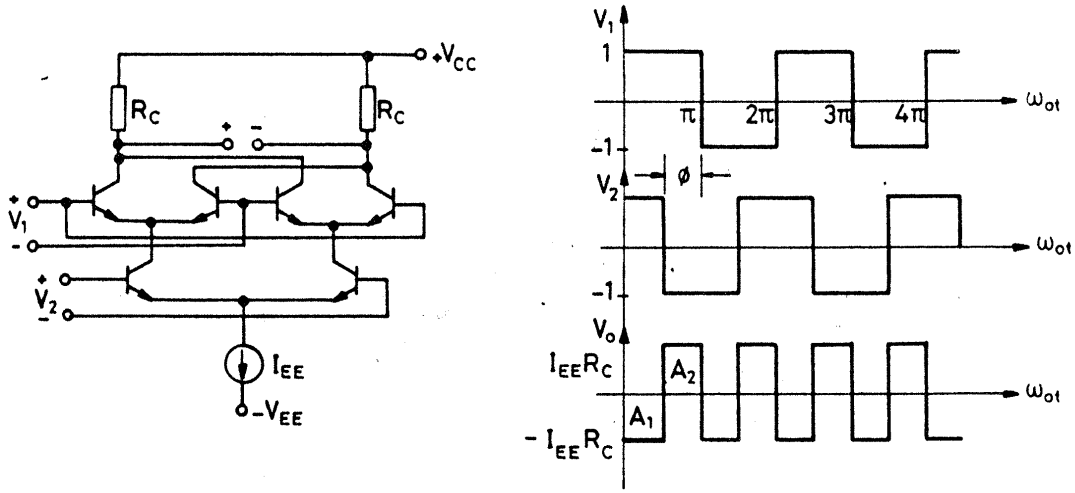


Şekil 5.5. Dengeli modlatre ilişkin dalga Őekiller. GiriŐlerden birine büyük genlikli, diğerine ise küçük genlikli bir işaret uygulanmıŐtır.

$$v_o(t) = K \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n V_{m2}}{2} \left[\cos(n \omega_c + \omega_m) t + \cos(n \omega_c - \omega_m) t \right] \quad (5.21)$$

olur. Bağıntıdaki K büyüklüğü, çarpma devresinin küçük giriş iŐaretleri için çarpma kazancıdır.

c- V_1 ve V_2 giriş gerilimlerinin her ikisinin birden V_T ısıl geriliminden yeteri kadar büyük olması halinde, değerleri -1 ile $+1$ arasında değişen iki dikdörtgen dalganın çarpımıyla orantılı bir çıkış gerilimi elde edilir. Bu uygulamadan, özellikle faz detektörü gerçekleŐtirilmesi amacıyla yararlanılmaktadır. Devrenin giriŐlerine frekansları aynı, ancak aralarında ϕ kadar faz farkı bulunan iki giriş işareti uygulanması halinde, elde edilecek çıkış gerilimi ϕ faz farkı ile orantılı olur. Devrenin giriş gerilimleriyle çıkış geriliminin deĐiŐimleri Şekil - 5.6'da görülmektedir. Şekilden fark edilebileceği gibi, çıkış işaretinin bir doğru gerilim bileşeni, bir de deĐiŐken işaret bileşeni bulunmaktadır.



Şekil 5.6. Her iki girişe birden büyük genlikli işaret uygulanması halinde dalga şekilleri.

Çıkış işaretinin doğru gerilim bileşeni, aşağıdaki yol izlenerek hesaplanabilir. Çıkış işaretinin pozitif yarı dalgasına ilişkin alan A_2 , negatif yarı dalgasına ilişkin alan da A_1 ile gösterilsin. Böylece, doğru gerilim bileşenini veren ortalama değer

$$V_{ort} = \int_0^{2\pi} v_o(\omega t) \cdot d(\omega t) = -\frac{1}{\pi} (A_1 - A_2)$$

olur. $A_1 = I_{EE} R_C (\pi - \phi)$ ve $A_2 = I_{EE} R_C \phi$ olduğundan hareket edilirse

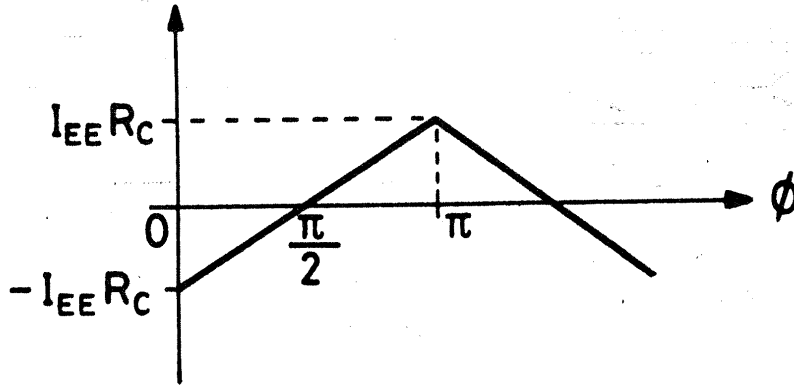
$$V_{ort} = -\frac{1}{\pi} [I_{EE} R_C (\pi - \phi) - I_{EE} R_C \phi]$$

$$V_{ort} = I_{EE} R_C \left[\frac{2\phi}{\pi} - 1 \right] \quad (5.22)$$

bağıntısı elde edilir. (5.22) bağıntısıyla verilen faz-gerilim ilişkisi Şekil-5.7'de verilmiştir.

Devre incelenirken, her iki girişe de büyük genlikli kare dalga biçimli işaretler uygulandığı varsayılmıştı. Pratikte dalga şekli önemli değildir; zira giriş işareti genliklerinin yeteri kadar büyük olmaları nedeniyle dalga şeklinin sıfır geçişlerinde çarpma devresi bir konumdan diğerine geçmektedir. Devre tranzistorlar doymaya girmeyecek biçimde tasarlandığından, bu işlem çok hızlı olur. Genliklerden

birinin, yahut her ikisinin, V_T ısıl gerilimi mertebesinde yahut bundan daha



Şekil 5.7. Faz detektörü devresinde çıkış gerilimi-faz ilişkisi.

düşük değerli olması halinde, yine faz farkının fonksiyonu olan bir çıkış işareti elde edilmekle birlikte, bu işaret iki giriş işaretinin genliklerine de bağımlı olur. Örneğin

$$v_1(t) = v_{m1} \cdot \cos(\omega t + \phi)$$

$$v_2(t) = v_{m2} \cdot \cos(\omega t)$$

ve $V_{m1}, V_{m2} \ll V_T$ olsun. Böylece çıkış gerilimi

$$v_o(t) = K \cdot V_{m1} \cdot V_{m2} \cdot \cos(\omega t + \phi) \cdot \cos(\omega t)$$

$$v_o(t) = \frac{1}{2} K \cdot V_{m1} \cdot V_{m2} \cdot [\cos(2\omega t + \phi) + \cos(\phi)] \quad (5.23)$$

elde edilir. Görüldüğü gibi, çıkış geriliminin genliği giriş gerilimlerinin genliklerine bağımlı olmakta, ayrıca $v_o - \phi$ bağımlılığı $\cos(\phi)$ fonksiyonunu izlemektedir. Bu durumda faz karşılaştırıcısının kazancı hesaplanırsa

$$\frac{\partial v_o}{\partial \phi} = -\frac{1}{2} K \cdot V_{m1} \cdot V_{m2} \cdot \sin(\phi)$$

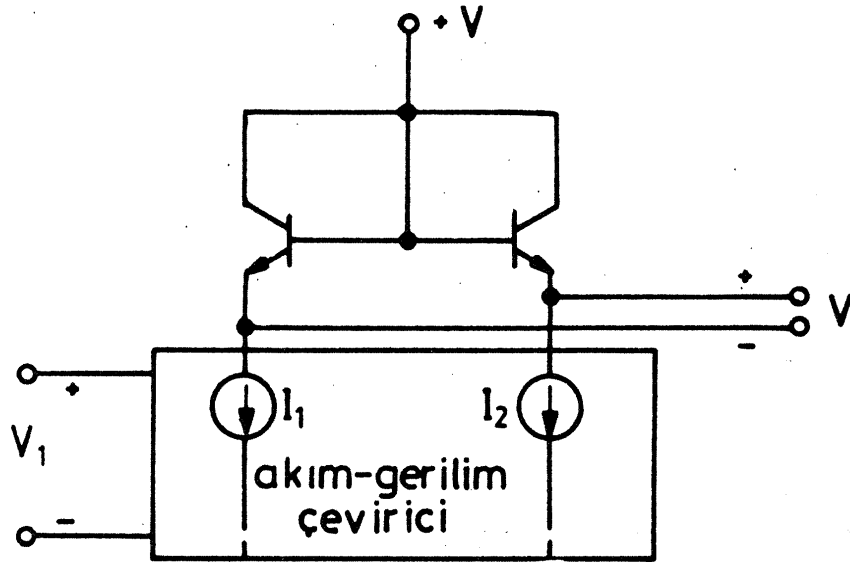
şeklini alır. Büyük genlikli çalışma halinde ise

$$\frac{\partial v_o}{\partial \phi} = \frac{2}{\pi} I_{EE} \cdot R_C \quad (5.24)$$

bağıntısı elde edilir. İlk durumda kazancın ϕ faz farkına bağlı bir değişim göstermesine karşılık, büyük genlikli çalışmada kazanç sabit olur.

Analog Çarpma Devresinin Lineerleştirilmesi

Analog çarpma devrelerinde lineer çarpma yapabilmek için



Şekil 5.8. $\tanh^{-1}(x)$ fonksiyonunu gerçekleştiren devre

küçük giriş işaretleriyle çalışma zorunluluğu, temel hücre yapısının \tanh fonksiyonunu izleyen geçiş eğrisinin kompanze edilmesiyle ortadan kaldırılabilir. Bunun için gerekli olan lineer olmayan fonksiyonun ters \tanh fonksiyonu biçiminde olacağı açıktır. Başka bir deyişle, giriş işaretinin geçiş eğrisi \tanh^{-1} fonksiyonunu izleyen bir devreden geçirilmesi, bu devrenin çıkışının da analog çarpma devresine uygulanması gerekmektedir. \tanh^{-1} fonksiyonunu

gerçekleştiren devre Şekil-5.8'de verilmiştir. Devrede I_1 ve I_2 akımları

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{01} + K_1 \cdot V_1 \\ I_2 &= I_{01} - K_1 \cdot V_1 \end{aligned} \quad (5.25)$$

şeklindedir. I_{01} akımı, $V_1=0$ iken akan akımdır. K_1 büyüklüğü ise gerilim-akım çeviricinin eğimini göstermektedir. Böylece diyot bağlı tranzistörler üzerindeki gerilim düşümlerinin ΔV farkı

$$\begin{aligned} \Delta V &= V_T \cdot \ln \frac{I_{01} + K_1 V_1}{I_{S1}} - V_T \cdot \ln \frac{I_{01} - K_1 V_1}{I_{S1}} \\ \Delta V &= V_T \cdot \ln \frac{I_{01} + K_1 V_1}{I_{01} - K_1 V_1} \end{aligned} \quad (5.26)$$

olur.

$$x = K_1 \cdot V_1 / I_{01}$$

alınırsa

$$\Delta V = V_T \cdot \ln \frac{1+x}{1-x}$$

yazılabilir. Öte yandan

$$\tanh^{-1} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$$

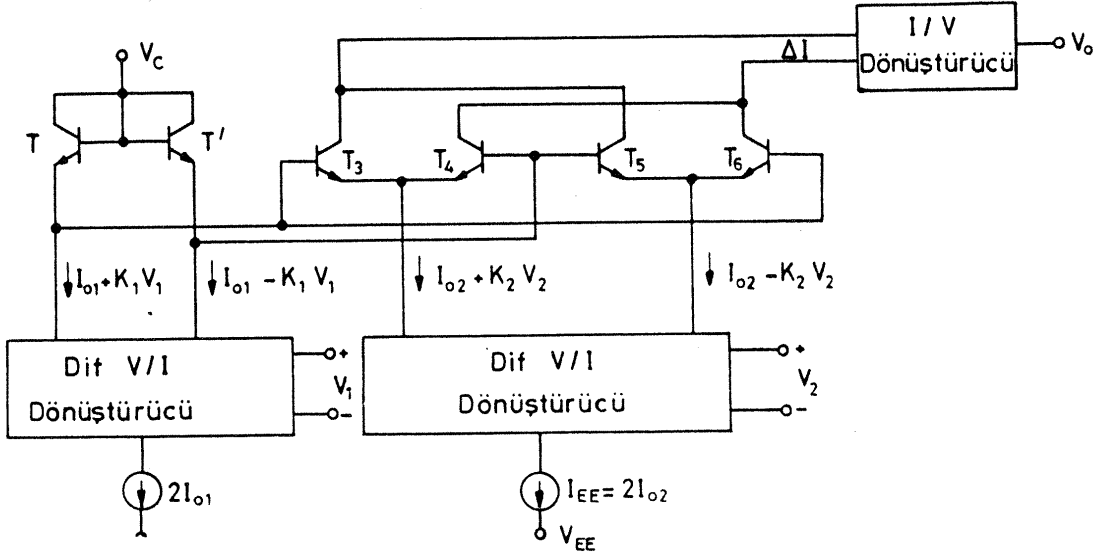
olduğu dikkate alınırsa, bu iki bağıntı arasında bir paralellik bulunduğu kolayca fark edilebilir. Buradan hareketle

$$\Delta V = 2 \cdot V_T \cdot \tanh^{-1} (K_1 V_1 / I_{01}) \quad (5.27)$$

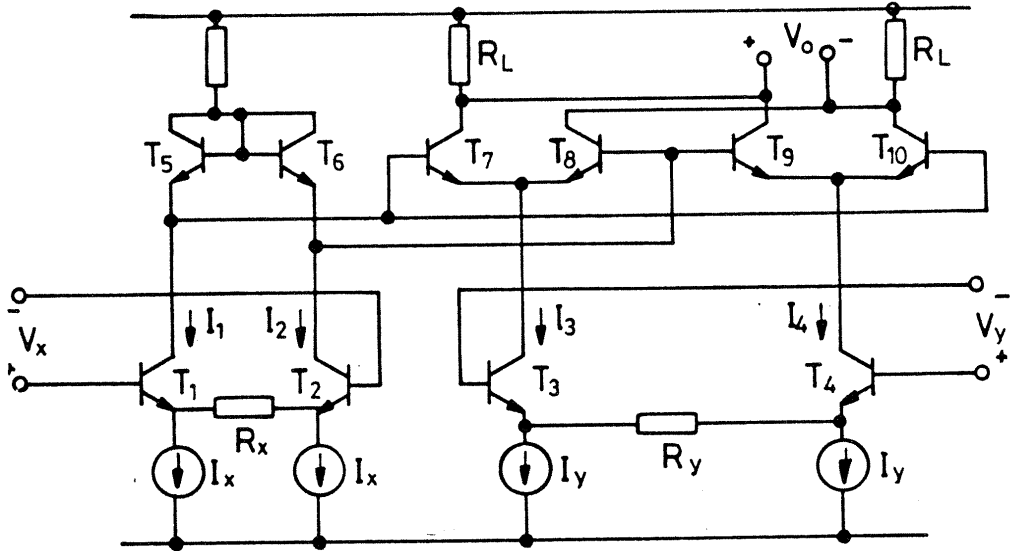
bağıntısı elde edilir. Bu bağıntı daha önceki (5.17) eşitliğinde yerine götürülürse

$$\Delta I = I_{EE} \left(\frac{K_1 V_1}{I_{01}} \right) \cdot \left(\frac{K_2 V_2}{I_{02}} \right) \quad (5.28)$$

şeklinde bir bağıntı bulunur. Bu özelliği sağlayan devre Şekil-5.9'da görülmektedir. Bağıntıdan fark edilebileceği gibi, diferensiyel çıkış



Şekil 5.9. Lineerleştirilmiş analog çarpma devresi.



Şekil 5.10. Akım-gerilim çeviricilerle birlikte, lineerleştirilmiş analog çarpma devresi.

akımı, doğrudan doğruya giriş gerilimlerinin çarpımı ile orantılı olmaktadır. V_1 ve V_2 giriş gerilimlerinin değişim aralıkları

$$- \frac{I_{01}}{K_1} < V_1 < \frac{I_{01}}{K_1}$$

$$- \frac{I_{02}}{K_2} < V_2 < \frac{I_{02}}{K_2}$$

biçiminde belirlenir.

Pratikte gerçekleştirilen analog çarpma devrelerinin yapısı, gerilim-akım çevirici devreleriyle birlikte Şekil-5.10'da görülmektedir. Bu yapıda

$$I_1 - I_2 = \frac{2 \cdot V_x}{R_x}$$

$$I_3 - I_4 = \frac{2 \cdot V_y}{R_y} \quad (5.29)$$

şeklindedir. Bunları nceki bağıntılarla zdeşleştirirsek

$$I_1 = I_x + K_1 \cdot V_x$$

$$I_2 = I_x - K_1 \cdot V_x \quad (5.30)$$

dolayısıyla

$$I_1 - I_2 = 2 \cdot K_1 \cdot V_x = K_x \cdot V_x \quad (5.31)$$

elde edilir. Benzer şekilde, diğer giriş için

$$I_3 = I_y + K_2 \cdot V_y$$

$$I_4 = I_y - K_2 \cdot V_y \quad (5.32)$$

dolayısıyla

$$I_3 - I_4 = 2 \cdot K_2 \cdot V_y = K_y \cdot V_y \quad (5.33)$$

yazılabilir. Buna göre

$$K_x = \frac{2}{R_x}$$

$$K_y = \frac{2}{R_y} \quad (5.34)$$

olmaktadır. Şekil-5.8'deki ilk devreye yönelelim. Bu devrede

$$\frac{V}{\Delta I} = K_3$$

olsun. (5.28) bağıntısından hareket edilirse

$$V_0 = I_{EE} \cdot K_3 \frac{K_1 \cdot K_2}{I_{01} \cdot I_{02}} V_1 \cdot V_2 \quad (5.35)$$

elde edilir. $K_3 = R_L$ alınır, başka bir deyişle akım - gerilim çevirme işlemi bir R_L direnci üzerinden sağlanırsa

$$V_0 = I_{EE} \cdot R_L \frac{K_1 \cdot K_2}{I_{01} \cdot I_{02}} V_1 \cdot V_2$$

bulunur. Öte yandan, $I_{02} = I_{EE}/2$ olduğundan

$$V_0 = 2 R_L \frac{K_1 \cdot K_2}{I_{01}} V_1 \cdot V_2$$

bağıntısı elde edilir. Daha önce bulunan $I_{01} = I_x$, $K_1 = K_x/2$, $K_2 = K_y/2$ büyüklükleri (5.35) bağıntısında yerlerine konursa

$$V_0 = \frac{K_x \cdot K_y \cdot R_L}{2 \cdot I_x} V_x \cdot V_y \quad (5.36)$$

olur. Bu bağıntıda K_x ve K_y için (5.34) bağıntısıyla verilen büyüklükler alınır

$$V_0 = \frac{2 \cdot R_L}{I_x \cdot R_x \cdot R_y} V_x \cdot V_y \quad (5.37)$$

eşitliği elde edilir. (5.37) bağıntısında $V_x \cdot V_y$ çarpımının önünde yer alan büyüklük analog çarpma devresinin ölçeklendirme çarpanı (skala çarpanı) olarak isimlendirilmekte ve

$$K = \frac{2 \cdot R_L}{I_x \cdot R_x \cdot R_y} \quad (5.38)$$

eşitliği ile tanımlanmaktadır. lęeklendirme ęarpanı I_x akımıyla yahut R_x ve R_y direnęleri yardımıyla belirlenir. Çoğu analog ęarpma devresi uygulamalarında bu büyüklük $K = 0.1$ olarak seğilmektedir.