

### 3.3. Gummel-Poon Modeli.

1970 yılında Gummel ve Poon, bilgisayarla simulasyon programlarında kullanılmak üzere, bazdaki yükün modellenmesine dayanan bir model geliştirmişlerdir. Önerilen model jonksiyon gerilimleri, kolektör akımı ve baz yükü arasındaki ilişkiyi temsil etmekte, bu arada yüksek enjeksiyon seviyelerindeki olayları da içermektedir.

Gummel-Poon modelinin oluşumunda hareket noktası olarak Ebers-Moll bağıntıları alınmıştır. Bir PNP tranzistor için Ebers-Moll eşitlikleri

$$\begin{pmatrix} I_E \\ I_C \end{pmatrix} = (T) \cdot \begin{pmatrix} \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - 1 \\ \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \end{pmatrix} \quad (3.3.1)$$

şeklinde yazılabilir. Buradaki T matrisi, katsayıları içeren bir matristir. Katsayılar ise sabit, yani çalışma noktasından bağımsızdır. Aktarma tipi EM modeli ele alındığında T matrisi

$$(T) = \begin{pmatrix} \left(1 + \frac{1}{\beta_F}\right) \cdot I_S & -I_S \\ -I_S & \left(1 + \frac{1}{\beta_R}\right) \cdot I_S \end{pmatrix} \quad (3.3.2)$$

şeklinde olur. Bilindiği gibi,  $\beta_F$  ileri yönde akım kazancı,  $\beta_R$  ters yönde akım kazancı,  $I_S$  ise doyma akımıdır.  $I_S$  doyma akımı baz bölgesindeki toplam yük sayısına bağlıdır. Yukarıdaki (3.3:2) bağıntısı gerek  $I_C$  kolektör akımının ve gerekse  $I_E$  emetör akımının ortak bir baskın bileşenleri bulunduğunu ve bu baskın bileşenin

$$I_{cc} = I_S \cdot \left\{ \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) \right\} \quad (3.3.3)$$

şeklinde olduğunu göstermektedir. Bunlara ek olarak, emetör ve kolektör akımlarının  $I_1$  ve  $I_2$  ile gösterilen bileşenleri bulunmaktadır. Bu bileşenler

$$I_1 = \frac{I_S}{\beta_F} \left[ \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.3.4)$$

$$I_2 = \frac{I_S}{\beta_R} \left[ \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.3.5)$$

şeklinde. Böylece uç akımları

$$I_E = -I_{cc} + I_1 \quad (3.3.6)$$

$$I_C = I_{cc} + I_2 \quad (3.3.7)$$

$$I_B = -(I_1 + I_2) \quad (3.3.8)$$

bağıntıları yardımıyla hesaplanabilir.

Buraya kadar, EM modeline ilişkin eşitliklerde herhangi bir değişiklik yapılmamıştır. Ancak, bunlar yeni bir modelin kullanılmasına elverişli bir hale getirilmiştir. Burada (3.3.4) den (3.3.8)' e kadar olan eşitlikler, bir tranzistorun fiziksel özelliklerinin temsil edilmesi açısından iyileştirilmekte, ancak uç akımlarını veren bağıntılarda herhangi bir değişiklik olmamaktadır.

Emetör ve kolektör akımlarının başkın bileşene ve baz akımı bileşenlerine ( $I_1$  ve  $I_2$ ) ayrılması, ayrı ayrı bileşenler için farklı akım-gerilim ilişkileri verilmesini mümkün kılmaktadır. Örneğin, düşük enjeksiyon seviyelerinde kolektör akımı ile baz-emetör gerilimi arasındaki ilişki ideal diyot değişimini izler. Başka bir deyişle, akım-gerilim ilişkisi  $\exp(V_{EB}/V_T)$  ile orantılı olarak düşünüldüğünde  $n = 1$  olur. Buna karşılık, düşük enjeksiyon seviyelerindeki ileri yönde kutuplama için baz akımı tipik bir ideal olmayan diyot bağıntısını izler, bu durumda ise  $n$  büyüklüğü 1,5 ile 2 arasında yer alır. Daha önce EM3 modeli incelenirken belirtildiği gibi, ideal olmayan bu bağıntı fakirleşmiş bölgedeki yeniden birleşmelerden, yüzeydeki yeniden birleşmelerden, yahut her iki olayın birlikte etki etmelerinden kaynaklanmaktadır. Daha yüksek emetör-baz gerilimlerinde ise baz akımının ideal bileşeni baskın bileşen durumuna gelmektedir.

Prensip olarak, baz akımını, tek boyutlu sistemlerde katkılama profiline ve yeniden birleşme parametrelerine bağlı olarak belirli bir  $V_{CB}$  gerilimi için  $V_{EB}$  nin bir fonksiyonu biçiminde hesaplamak mümkündür. Ancak, pratikte, yeniden birleşme özellikleri böyle hesapların yapılmasını sağlayacak kadar ayrıntılı olarak bilinmemektedir.

Baz akımını üstel bağıntıların toplamı olarak ifade etmek kolaylık sağladığından, modeller geliştirilirken, bu yola gidilmektedir.

Gummel-Poon modelinde hareket noktası olarak alınan yük kontrol bağıntısı, temel fiziksel olaylara dayanmakta ve baskın  $I_{cc}$  bileşeni

$$I_{cc} = -I_S \frac{Q_{BO}}{Q_B} \left\{ \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) \right\} \quad (3.3.9)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada  $Q_B$  ile gösterilen büyüklük baz ucuyla ilişkili her türlü taşıyıcı yükünü belirtmekte ve kısaca baz yükü olarak ifade edilmektedir; başka bir deyişle, bir PNP tranzistorda elektronlara ve bir NPN tranzistorda da deliklere ilişkin toplam yük olmaktadır. Baz yükü kutuplamanın bir fonksiyonudur.  $Q_{BO}$  ise sıfır kutuplama şartı altında baz yükünün değeri olmaktadır. Baz yükü kontrol teorisi, bazdaki  $Q_B - Q_{BO}$  ek yükünü kapasitif olaylara ilişkin yüklerle kolektör akımı bileşenleri ve geçiş sürelerinin toplamı olarak ifade etmektedir

Daha önce EM bağıntılarından bilindiği gibi, kolektör akımı baz-emetör geriliminin bir fonksiyonu ile kolektör-baz geriliminin bir fonksiyonunun toplamı olarak ifade edilebilmekteydi. Yani, modelde çeşitli çalışma durumlarına ilişkin şartların süperpozisyonu gerçekleştirilmektedir. Gummel-Poon modeline ilişkin (3.3.9) bağıntısında ise  $Q_B$  baz yükü, kolektör ve emetör jonksiyonları ile ilişkili olayları birarada ifade etmektedir. Başka bir ilginç özellik de, baz bölgesindeki yüksek enjeksiyon seviyesi olaylarının modellenmesidir. Bilindiği gibi,  $I_{cc}$  nin  $V_{EB}$  gerilimine bağımlılığı birinci derecede baz bölgesinin emetör tarafındaki azınlık taşıyıcıları yoğunluğu ile ilişkilidir ve bu  $\exp(V_{EB}/V_T)$  ile orantılıdır. Ancak, bu şart, azınlık taşıyıcıları yoğunluğunun katkılama yoğunluğuna kıyasla az olması halinde geçerlidir. Azınlık taşıyıcıları yoğunluğunun katkı yoğunluğuna göre fazla olması halinde, bu değişim  $\exp(V_{EB}/2V_T)$  ile orantılı olur. Bunun yanısıra değişimi etkileyen başka bir olay da baz genişlemesi olayıdır.  $n=1$  ve  $n=2$  eğimli asimptotların kesişme noktası tranzistörün önemli parametrelerinden biridir ve dirsek noktası olarak isimlendirilir. Dirsek noktasının koordinatlarını belirleyen büyüklükler de  $V_K$

dirsek gerilimi ve  $I_K$  dirsek akımı olarak isimlendirilirler. Bunlar, aynı zamanda modelde yapılan normalizasyonu belirleyen temel parametreler olmaktadır.

EM bağıntılarından ve GP bağıntılarından hareket edilirse, kolektör ve baz akımları

$$I_C = -I_S \frac{Q_{BO}}{Q_B} \left\{ \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) \right\} + I_{BC} \quad (3.3.10)$$

$$I_B = -(I_{BE} + I_{BC}) \quad (3.3.11)$$

şeklinde yazılabilir. Bu bağıntılardaki  $I_{BE}$  ve  $I_{BC}$  baz akımı bileşenleri sıkı bir biçimde yapının yeniden birleşme özelliklerine bağlıdır ve ilk bakışta pratik bir biçimde ifade edilemezler. Aksine, baz yükü kutuplamasının bir fonksiyonu olarak birinci derecede katkılama profiline bağlı olmakta ve hemen hemen yeniden birleşmelerden bağımsız çıkmaktadır. Verilen bir katkılama profili için  $Q_B$  baz yükü  $V_{EB}$  ve  $V_{CB}$  nin bir fonksiyonu olarak, bilinen teknikler yardımıyla hesaplanabilir. Bilgisayar programlarında  $Q_B$ yi basit cebrik yahut algoritmik yaklaşımlarla ifade etmek tercih edilmektedir.

### **Baz yükünün ve baz akımının kutuplamaya bağımlılığının temsil edilmesi**

Baskın akım bileşeni alan  $I_{cc}$  birer emetör ve kolektör akımı bileşenine, yani bir ileri ve bir de ters yön akım bileşenine ayrılırsa,

$$I_{cc} = -I_S \frac{Q_{BO}}{Q_B} \left( \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - 1 \right) + I_S \frac{Q_{BO}}{Q_B} \left( \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \right) \quad (3.3.12)$$

$$I_{cc} = -I_F + I_R$$

elde edilir. Bazdaki ek yükü kolektör ve baz jonksiyonlarındaki kapasitif olayları, ileri ve ters yönde akımlarla ilişkili yükleri içerecek biçimde ifade edelim. Emetör-baz jonksiyonlarına ilişkin kapasitif etkiye karşı düşen yükü  $Q_E$ , kolektör jonksiyonuna ilişkin olanı da  $Q_C$  ile gösterelim. Bunlar fakirleşmiş bölge yükleridir ve kutuplamaya bağımlı büyüklüklerdir. Bunun yanısıra, tranzistorda emetör ve kolektör jonksiyonlarından enjekte edilen taşıyıcılar baz içindeki yük yoğunluğunu değiştirirler. Emetörden enjekte edilen taşıyıcıların akıttığı akımı  $I_F$  ile gösterelim; bunların bazdan geçiş süreleri de  $\tau_F$  olduğuna göre, söz konusu akım baz içinde  $\tau_F \cdot I_F$  kadar bir yük değişimine karşı düşecektir.

Benzer şekilde kolektörden enjekte edilen taşıyıcıların akıtacağı akımla ilişkili yük de  $\tau_R \cdot I_R$  olacaktır. Burada  $\tau_R$  geriye doğru, yani ters çalışma için geçiş süresidir. Bütün bunlar dikkate alınırsa, toplam baz yükü

$$Q_B = Q_{BO} + Q_E + Q_C - B \cdot \tau_F \cdot I_F - \tau_R \cdot I_R \quad (3.3.13)$$

şeklinde olur. B katsayısı baz genişlemesi oluşması halinde ileriye doğru geçiş süresini arttırmak üzere model kapsamına alınmıştır. Baz genişlemesi olmaması halinde B=1 değerini alır.

(3.3.13) bağıntısındaki bütün yükler sıfır kutuplamaya ilişkin  $Q_{BO}$  büyüklüğüne göre normalize edilirse

$$q_B = 1 + q_E + q_C + \frac{1}{q_B} \left[ \frac{-I_S}{Q_{BO}} \left[ \tau_F \cdot B \cdot \left( \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - 1 \right) + \tau_R \cdot \left( \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \right) \right] \right] \quad (3.3.14)$$

elde edilir. Bağıntılardaki eksi işareti, baz yükünün pozitif  $\tau_F \cdot B \cdot I_F$  ve  $\tau_R \cdot I_R$  yüklerini nötrleştiren elektronlar içermesinin bir sonucudur. Pozitif  $V_{EB}$  ve  $V_{CB}$  değerleri için  $Q_B$ ,  $Q_{BO}$  ve  $Q_C$  tümüyle negatif yüklerdir. Yine

$$q_E = \frac{Q_E}{Q_{BO}} \quad (3.3.15)$$

$$q_C = \frac{Q_C}{Q_{BO}} \quad (3.3.16)$$

$$q_B = \frac{Q_B}{Q_{BO}} \quad (3.3.17)$$

olarak tanımlanmışlardır,

$$q_2 = \frac{-I_S}{Q_{BO}} \left[ \tau_F \cdot B \cdot \left( \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - 1 \right) + \tau_R \cdot \left( \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \right) \right] \quad (3.3.18)$$

$$q_1 = 1 + q_E + q_C \quad (3.3.19)$$

alınırsa, (3.3.14) bağıntısı

$$q_B = q_1 + \frac{q_2}{q_B} \quad (3.3.20)$$

şekline girer. Buradan hareketle

$$q_B^2 = q_1 \cdot q_B + q_2$$

$$q_B^2 - q_1 \cdot q_B - q_2 = 0$$

bulunur. Yapılan işlemle, (3.3.20) bağıntısındaki ikinci terimin paydasında yer alan  $q_B$  ortadan kaldırılmış ve  $q_B$  için karesel bir terim elde edilmiştir. Bu karesel denklemin çözümü:

$$q_B = \frac{q_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{q_1}{2}\right)^2 + q_2} \quad (3.3.21)$$

olur. Elde edilen çözüm kapalı bir ifade olarak jonksiyon gerilimleri cinsinden  $q_B$  yi vermektedir,  $q_1$  terimi sıfır kutuplama yükü ile jonksiyon kapasitelerine ilişkin yükü vermektedir.  $q_2$  ise aşırı baz yükünü, yani difüzyon kapasiteleri ile ilişkili akıma bağımlı yükü verir. Yine  $q_2$  terimi, baz genişlemesi olayını temsil eden B parametresini içerir.

Yüksek enjeksiyon seviyelerinde  $q_2$  normalize yükü baskın bileşen olur. Baz genişlemesini temsil eden B büyüklüğünün dışında  $q_2$  büyüklüğü,  $I_S$ ,  $Q_{BO}$ ,  $\tau_F$  ve  $\tau_R$  şeklinde dört parametre ile temsil edilmektedir.

Bu aşamada bir normalizasyon daha yapalım ve bunun için  $q_2$  nin bire eşit olduğu baz-emetör gerilimini  $V_K$  ile gösterelim. Kolektör gerilimi sıfır kabul edilsin, emetör geriliminin üstel fonksiyonu yanında diğer terimlerin yeteri kadar küçük kaldığını düşünelim. Buradan hareketle

$$V_K = \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{-Q_{BO}}{I_S \cdot \tau_F}\right) \quad (3.3.22)$$

elde edilir. Böylece, düşük enjeksiyon bölgesine karşı düşen doğrunun  $V_{EB} = V_K$  için vereceği değer

$$I_K = \frac{-Q_{BO}}{\tau_F} \quad (3.3.23)$$

olur. Modeldeki bütün akım büyüklüklerini  $I_K$  ya göre normalize edelim. Yine, bütün gerilimleri  $kT/q$  cinsinden  $V_K$  ya olan farkları ile belirtelim, Normalize büyüklükler için aşağıdaki sembolleri belirleyelim:

$$v_k = \frac{qV_K}{kT} \quad (3.3.24)$$

$$v_e = \frac{qV_{EB}}{kT} - v_k \quad (3.3.25)$$

$$v_c = \frac{qV_{CB}}{kT} - v_k \quad (3.3.26)$$

$$e_k = \exp(-v_k) \quad (3.3.27)$$

Yapılan bu normalizasyonla uç akımları

$$I_C = I_K \cdot i_c = I_K \cdot \left( \frac{\exp(v_e) - \exp(v_c)}{q_B} + i_{bc} \right) \quad (3.3.28)$$

$$I_B = I_K \cdot i_b = I_K \cdot (-i_{be} - i_{bc}) \quad (3.3.29)$$

şeklini alırlar. Burada  $i_c$ ,  $i_b$ ,  $i_{bc}$  ve  $i_{be}$  büyüklükleri  $I_C$ ,  $I_B$  ve  $I_{BE}$  ye ilişkin normalize değerlerdir. Baz yükü için de

$$q_2 = B \cdot (\exp(v_e) - e_k) + \frac{\tau_R}{\tau_F} (\exp(v_c) - e_k) \quad (3.3.30)$$

$$q_B = \frac{q_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{q_1}{2}\right)^2 + q_2} \quad (3.3.31)$$

$$Q_B = -I_K \cdot \tau_F \cdot q_B \quad (3.3.32)$$

eşitliklerini elde ederiz. Yapılan bu normalizasyonla  $I_K$ ,  $V_K$ ,  $r_t = \tau_F/\tau_R$  büyüklükleri,  $B=1$  durumu için  $q_2$  yükünü temsil eden dört model parametresi olmaktadır.

İkinci aşamada emetör ve kolektör jonksiyon kapasitelerine ilişkin yükleri ele alalım. Daha önce gerek diyotları, gerekse EM2 modelini incelerken gördüğümüz gibi, klasik jonksiyon kapasitesi bağıntısı

$$C_j(V) = \frac{C_{j0}}{\left[1 - \frac{V}{\phi}\right]^m}$$

şeklinde ifade edilmekte ve bunun için  $C_{j0}$ ,  $m$  ve  $\phi$  şeklinde üç parametre gerekmektedir. Bilindiği gibi, Si malzeme için  $\phi$  büyüklüğü 0.7V mertebesinde, Bu bağıntı  $V$  geriliminin  $\phi$  ye yaklaşması halinde  $C$  kapasitesinin sonsuza gitmesi sonucunu verir. Gerçek bir tranzistorda her türlü kutuplama şartı altında yük miktarı sonludur. Bu nedenle, yükün jonksiyon gerilimine göre türevi olan kapasite de sonlu olmak sorundadır. Gösterilmiştir ki, dördüncü bir model parametresinin katılması ile jonksiyon kapasitesi bağıntısının uygun bir biçimde değiştirilmesi halinde, yukarıda sözü edilen sonsuza gitme olayı ortadan kalkmaktadır. Ortaya konan dördüncü model parametresi, ileri yönde kutuplamaya ilişkin kapasiteyi geçiş süresi-emetör akımı ölçmelerine bağlamaktadır. Demek oluyor ki, her bir jonksiyona ilişkin dört parametre bulunmaktadır. Genel gösterim amacıyla, bu dört parametreyi dört boyutlu bir  $P$  vektörünün elemanları olarak  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  ve  $p_4$  sembolleri ile gösterelim. Bu dört değişkenin bir fonksiyonu olan  $f(v,P)$  yi aşağıdaki biçimde tanımlayalım

$$f(v, P) = p_3 \cdot \left\{ \frac{1}{(1 + p_4)^{p_2}} + \frac{\frac{v}{p_1} - 1}{\left[ \left( \frac{v}{p_1} - 1 \right)^2 + p_4 \right]^{p_2}} \right\} \quad (3.3.33)$$

Bu fonksiyon göz önüne alındığında normalize edilmiş emetör ve kolektör yükleri

$$q_E = f\left(\frac{V_{EB}}{V_T}, P_e\right) \quad (3.3.34)$$

$$q_C = f\left(\frac{V_{CB}}{V_T}, P_c\right) \quad (3.3.35)$$



şeklinde ifade edilirler. Bu bağıntılarda yer alan  $P_e$  ve  $P_c$  büyüklükleri emetör ve kolektör jonksiyonlarına ilişkin jonksiyon kapasitelerini modelleyen model parametreleridir; bu parametrelere daha sonra tekrar değinilecektir.

Daha önce belirtildiği gibi, bir tranzistordaki yeniden birleşmeler, en iyi, baz akımının jonksiyon geriliminin üstel fonksiyonlarının toplamı olarak ifade edilmesiyle temsil edilmektedir. Bir tranzistorda tipik olarak, ileri yönde kutuplama için baz akımı iki bileşenle modellenmektedir. Bunlardan biri ideal bileşen olup emisyon katsayısı  $n=1$  dir. Diğeri ise ideal olmayan bileşendir ve emisyon katsayısının değeri de  $n = n_e$  şeklindedir. Ters çalışma için de aynı şeyler söylenebilir. Benzer biçimde burada da ideal olmayan bileşen gerekmede, buna ilişkin emisyon katsayısı da  $n_e$  ile gösterilmektedir. (3.3.27) bağıntısı ile verilen

$$e_K = \exp(-v_k)$$

ifadesine benzeyen

$$e_{Ke} = \exp(-v_k / n_e) \quad (3.3.36)$$

şeklinde bir büyüklük tanımlayalım. Bu durumda ileri yönde çalışma için

$$i_{be} = i_1 \cdot (\exp(v_e) - e_k) + i_2 \cdot (\exp(v_e / n_e) - e_{ke}) \quad (3.3.37)$$

yazılabilir. Ters yönde çalışma için GP modelinde ideal olmayan tek bir bileşen kullanılmıştır ve bunun emisyon katsayısı  $n_c$  ile gösterilmektedir. Ters çalışma için (3.3.36) daki gibi bir büyüklüğün tanımlanmasıyla, bu bölgeye ilişkin bileşen

$$i_{bc} = i_3 \cdot (\exp(v_c / n_c) - e_{kc}) \quad (3.3.38)$$

biçiminde normalize olarak ifade edilebilir. Bu bağıntılarda yer alan  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $n_e$ ,  $i_3$  ve  $n_c$  şeklindeki beş parametre, bir tranzistorda yeniden birleşme olaylarını da içerecek şekilde baz akımını temsil etmek üzere öngörülmüşlerdir.

Baz genişlemesi olayını temsil etmek üzere, ayrıca bir parametre takımı daha tanımlanmıştır. Bu parametre takımına da daha sonra değinilecektir.

Sonuçta, bir bipolar tranzistoru temsil edebilmek üzere, Gummel-Poon modelinde 21 model parametresi kullanılmıştır. Bu modelin ve parametrelerinin özellikleri hakkında şunlar söylenebilir.

(i)  $I_K$  dirsek akımı emetör kesit alanı ile orantılıdır. Diğer bütün parametreler alandan bağımsızdır. Dolayısıyla, alan düzeltmeleri  $I_K$  nın değeri değiştirilerek gerçekleştirilebilir.

(ii) PNP tranzistorlar için tüm model parametreleri pozitif büyüklüklerdir. NPN tranzistor için iki değişikliğin yapılması gerekli olmaktadır:

a)  $I_K$  dirsek akımı negatif bir büyüklük olarak alınmalıdır.

b)  $V_T = kT/q$  Boltzmann gerilimi negatif değerli olarak alınmalıdır. Bu yapıldığı takdirde, uç akımlarının ve gerilimlerinin yönü elemandaki referans yönleri ile uyuşur, yani akım elemana doğru akarken pozitif kabul edilmiş olur,

(iii) Normalize edilmiş  $v_k$  dirsek gerilimi sıcaklığa bağımlı olarak

$$v_k(T) = v_k(T_0) + \frac{q \cdot V_0}{k \cdot T_0} \left( \frac{T_0}{T} - 1 \right) \quad (3.3.39)$$

yaklaşımı ile ifade edilmektedir. Burada T bir referans sıcaklığı ve  $V_0$  da malzemenin yasak enerji bandı gerilimidir (Si için oda sıcaklığında 1,12eV).

### Baz genişlemesi olayının modellenmesi

Baz genişlemesi olayının B büyüklüğü ile modellendiği, bu büyüklüğün düşük enjeksiyon seviyelerinde bir, yüksek enjeksiyon seviyelerinde ise birden büyük olduğuna önceki bölümlerde değinilmişti. Bu bölümde baz genişleme faktörü daha ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

Baz genişlemesi olayının modellenmesindeki yaklaşım, bu olayın ayrıntılı olarak analiz edilmesiyle sağlanan sonuçlara dayanmaktadır. İnceleme yine PNP tranzistor üzerinde yürütülecektir. Kolektör bölgesinin özgül direncinin sabit olduğu kabulü ile (epitaksiyel bölge) baz genişlemesi olayının başladığı kolektör akımı değeri yaklaşık olarak

$$I_1 = \frac{A_e \cdot (V_{OC} - V_{CB})}{\rho \cdot W_C} \quad (3.3.40)$$

şeklinde olup, burada  $A_e$  emetör kesit alanı ve  $W_C$  de az katkılı kolektör bölgesinin genişliği olmaktadır.  $I_C \gg I_1$  olması halinde etkin baz genişliği metalurjik baz genişliğine eşit olur, böylece

$$W_{eff} = W_B$$

yazılabilir. -  $I_C \gg I_1$  olması halinde ise etkin baz genişliği yaklaşık olarak

$$W_{eff} = W_B + W_C \cdot \left(1 - \frac{I_1}{I_C}\right) \quad (3.3.41)$$

biçiminde ifade edilebilir. Elde edilen bu bağıntı  $W_{eff}$  için  $W_B$  den  $W_B + W_C$  ye sert bir geçiş vermektedir. Ayrıca, bu bağıntı  $I_C$  nin sıfıra yaklaşması halinde nümerik kararsızlığa yol açmaktadır. Bu nedenle,  $I_2$  ile gösterilen bir diğer parametrenin de katılmasıyla, daha farklı ve

$$W_{eff} = W_B + \frac{W_C}{4} \cdot \frac{\left\{ \left[ (I_C + I_1)^2 + I_2^2 \right]^{1/2} - (I_C + I_1) \right\}^2}{I_C^2 + I_2^2} \quad (3.3.42)$$

şeklinde bir bağıntı önerilmiştir. İleri yönde geçiş süresi  $\tau_F$  etkin baz genişliğinin metalurjik baz genişliğine oranının karesi ile orantılı olarak değiştirilir ve toplam baz geçiş süresi  $\tau_{FB}$  ile gösterilirse

$$\tau_{FB} = \tau_F \cdot \left( \frac{W_{eff}}{W} \right)^2 = \tau_F \cdot B \quad (3.3.43)$$

olur. Burada B ile gösterilen büyüklük

$$B = \left\{ 1 + \frac{W_C}{4W_B} \cdot \frac{\left\{ \left[ (I_C + I_1)^2 + I_2^2 \right]^{1/2} - (I_C + I_1) \right\}^2}{I_C^2 + I_2^2} \right\}^2 \quad (3.3.44)$$

şeklindedir. B büyüklüğü, model parametreleri ve  $i_c = I_C/I_K$  normalize kolektör akımı cinsinden ifade edilebilir.

$$B = \left\{ 1 + \frac{r_w}{4} \cdot \frac{\left\{ \left[ (i_c + i_1')^2 + r_p \right]^{1/2} - (i_c + i_1') \right\}^2}{i_c^2 + r_p} \right\}^2 \quad (3.3.45)$$

burada

$$r_w = \frac{W_C}{W_B} \quad (3.3.46)$$

$$r_p = \left( \frac{I_2}{I_K} \right)^2 \quad (3.3.47)$$

$$i_1' = \frac{A_e \cdot (V_{OC} - V_{CB})}{\rho \cdot W_C \cdot I_K} = \frac{v_{oc} - v_k - v_c}{v_{rp}} \quad (3.3.48)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. (3.3.45) bağıntısıyla verilen B büyüklüğü, tek boyutlu tranzistordaki olayları temsil etmektedir. Gerçekte, bir tranzistorda etkili olan başka olaylar da vardır. Emetör yığılması ve aktif olmayan baz bölgesindeki yük birikmesi, yüksek akımlarda geçiş süresini çok daha fazla etkilerler. Bunların etkisinin de dikkate alınması için (3.3.45) bağıntısında bir değişiklik daha yapılabilir ve köşeli paranteze ilişkin üs için 2 yerine  $n_p$  gibi daha genel bir parametre konabilir.  $n_p$  baz genişleme üssü olarak isimlendirilir. Bu durumda (3.3.45) bağıntısı

$$B = \left\{ 1 + \frac{r_w}{4} \cdot \frac{\left\{ \left[ (i_c + i_1')^2 + r_p \right]^{1/2} - (i_c + i_1') \right\}^{n_p}}{i_c^2 + r_p} \right\}^2 \quad (3.3.49)$$

şeklini alır. Bu bağıntıda yer alan  $r_w$ ,  $r_p$ ,  $v_{rp}$ ,  $n_p$  ve  $v_{oc}$  büyüklükleri model parametreleri olmaktadır. Bunlardan  $r_w$  etkin baz genişliği oranı,  $r_p$  baz genişlemesi geçiş katsayısı,  $n_p$  baz genişlemesi üssüdür.  $v_{oc}$  büyüklüğü kolektör jonksiyonu potansiyel seddidir.

### Modele genel bakış

Ele alınan PNP tranzistor için uç büyüklükleri  $I_C$  kolektör akımı,  $I_B$  baz akımı,  $V_{EB}$  emetör-baz gerilimi,  $V_{CB}$  kolektör-baz gerilimi olup,  $Q_B$  büyüklüğü de baz yüküdür.

Aşağıda verilen normalize büyüklükler

$$I_C = I_K \cdot i_c$$

$$I_B = I_K \cdot i_b$$

$$v_e = \frac{qV_{EB}}{kT} - v_k$$

$$v_c = \frac{qV_{CB}}{kT} - v_k$$

$$q_B = \frac{Q_B}{I_K \cdot \tau_F}$$

ve

$$f(v, P) = p_3 \cdot \left\{ \frac{1}{(1 + p_4)^{p_2}} + \frac{\frac{v}{p_1} - 1}{\left[ \left( \frac{v}{p_1} - 1 \right)^2 + p_4 \right]^{p_2}} \right\}$$

şeklinde bir fonksiyon tanımlanırsa, normalize büyüklükler arasında aşağıda verilen ilişkiler bulunur :

$$i_{be} = i_1 \cdot (\exp(v_e) - e_k) + i_2 \cdot (\exp(v_e / n_e) - e_{ke})$$

$$i_{bc} = i_3 \cdot (\exp(v_c / n_c) - e_{kc})$$

$$i_b = -i_{be} - i_{bc}$$

$$i_4 = i_c + \frac{v_{oc} - v_k - v_c}{v_{rp}}$$

$$B = \left\{ 1 + \frac{r_w}{4} \cdot \frac{\left\{ \left[ (i_c + i_1')^2 + r_p \right]^{1/2} - (i_c + i_1') \right\}^{n_p}}{i_c^2 + r_p} \right\}^2$$

$$\begin{aligned}
q_1 &= 1 + f(v_e + v_k, P_e) + f(v_c + v_k, P_c) \\
q_2 &= B \cdot (\exp(v_e) - e_k) + r_t (\exp(v_c) - e_k) \\
q_B &= \frac{q_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{q_1}{2}\right)^2 + q_2} \\
i_c &= \frac{\exp(v_e) - \exp(v_c)}{q_B} + i_{bc}
\end{aligned}$$

### Model parametrelerinin yorumu

Dirsek akımına ilişkin parametreler olan  $I_K$  akımı ve  $V_K$  gerilimi ile  $\tau_F$  büyüklüğü, klasik modeldeki  $I_S$  doyma akımına, sıfır kutuplama şartı altındaki  $Q_{BO}$  baz yüküne ve  $f_T$  geçiş frekansına bağlıdır. Bu ilişkiler

$$\begin{aligned}
I_K &= \frac{-Q_{BO}}{\tau_F} \\
v_k &= \ln\left(\frac{Q_{BO}}{\tau_F \cdot I_S}\right) \\
\tau_F &= \frac{1}{2\pi f_T}
\end{aligned}$$

şekindedir. Yapısal parametreler cinsinden  $\tau_F$  geçiş büyüklüğü yaklaşık olarak

$$\tau_F = \frac{W_B^2}{2\eta \cdot D}$$

bağıntısıyla ifade edilebilir. Bu bağıntıda  $W_B$  baz genişliği ve  $\eta$  da bazdaki sürüklenme etkisidir. Sıfır kutuplama şartı altındaki baz yükü

$$Q_{BO} = -A_e \cdot q \cdot N_B$$

şekindedir, burada ise  $A_e$  emetör alanı,  $q$  elektron yükü ve  $N_B$  de bazda birim yüzey başına katkı atomu sayısıdır.  $N_B$  için tipik değer  $\text{cm}^3$  başına  $10^{12}$  nin birkaç katıdır,  $I_S$  doyma akımı

$$I_S = A_e \cdot \frac{q \cdot n_i^2 \cdot D}{N_B} = \frac{-A_e^2 \cdot q^2 \cdot n_i^2 \cdot D}{Q_{BO}}$$

olup, burada  $n_i$  has yarıiletkenin taşıyıcı yoğunluğu ve D de bazdaki azınlık taşıyıcılarının etkin difüzyon katsayısıdır.  $v_k$  dirsek gerilimi

$$v_k = \ln \frac{N_B / W_B}{n_i} + \ln(2)$$

şeklindedir.

$i_1$ ,  $i_2$  ve  $i_3$  parametreleri tranzistorun akım kazancını belirler. İleri yönde akım kazancının düşük akımlarda  $I_C$  akımıyla değişimi  $n_e$  ile, ters yöndeki akım kazancının değişimi de  $n_c$  ile belirlenmektedir.

Emetör jonksiyonu kapasitesini modelleyen parametreler  $V_{oe}$  offset gerilimi,  $m_e$  gradyan faktörü,  $C_{oe}$  sıfır kutuplama kapasitesi ile ilişkili  $a_{e1}$  büyüklüğü ve ileri yönde kutuplamadaki kapasite ile ilişkili  $a_{e2}$  parametreleridir.  $V_{oe}$  potansiyel seddine yaklaşık olarak eşittir ve değeri Si için oda sıcaklığında tipik olarak 0.7V dur. Buradan hareketle elde edilen normalize edilmiş parametre de  $v_{oe} = V_{oe}/V_T = 27$  değerine sahiptir.  $m_e$  gradyan faktörü katkılamanın geçiş biçimine bağlıdır. İdeal sert geçişli jonksiyonda 1/4 ve lineer geçişli jonksiyonda da 1/6 civarındadır.  $a_{e1}$  parametresi  $C_{jEO}$  kapasitesine

$$a_{e1} = \frac{C_{jEO}}{Q_{BE} \cdot (1 - 2m_e)}$$

bağıntısı ile bağlıdır.

İleri yöndeki kapasite ile ilişkili  $a_{e2}$  büyüklüğü ise

$$a_{e2} = \left[ \frac{(1 - 2m_e) \cdot r \cdot C_{eff}}{C_{jEO}} \right]^{-m_e}$$

şeklinde belirlenmektedir.  $C_{ef}$  ileri yönde kutuplamadaki kapasite olup, r gerçek değeri katkılama profiline bağlı ve değeri yaklaşık olarak bire eşit bir büyüklüktür.  $a_{e2}$  kapasitenin maksimum değeri olmaktadır.

Kolektör jonksiyonu kapasitesini modellemek üzere de bu şekilde dört parametreye gereksinme duyulacağı açıktır. Bu parametreler  $v_{oc}$ ,  $m_c$ ,  $a_{c1}$  ve  $a_{c2}$

parametreleridir. Buradaki  $c$  indisi, söz konusu parametrelerin kolektör jonksiyonuna ilişkin olduklarını göstermektedir.

## Sonuç

Gummel-Poon modelinde, bipolar tranzistoru temsil edebilmek üzere, beş grup parametre yer almaktadır. Bu gruplar şunlardır :

### 1. Temel parametreler

$I_K$	dirsek akımı
$V_K$	$kT/q$ nun katları cinsinden dirsek gerilimi
$\tau_F$	ileri yönde geçiş süresi
$r_t$	ters yönde geçiş süresinin ileri yönde geçiş süresine oranı

### 2. Baz akımını modelleyen parametreler

$i_1$	baz akımının ideal bileşeni
$i_2$	baz akımının ideal olmayan bileşeni
$n_e$	ileri yönde baz akımın emisyon katsayısı
$i_3$	ters yönde baz akımı bileşeni katsayısı
$n_c$	ters yönde baz akımı emisyon katsayısı

### 3. Emetör kapasitesi $P(v_{oe}, m_e, a_{e1}, a_{e2})$

$V_{oe}$	$kT/q$ nun katları cinsinden emetör jonksiyonu normalize potansiyel seddi
$a_{e1}$	emetör kapasitesi sıfır kutuplama kapasitesi
$a_{e2}$	emetör tepe kapasite katsayısı

### 4. Kolektör kapasitesi $P(v_{oc}, m_c, a_{c1}, a_{c2})$

$V_{oc}$	$kT/q$ nun katları cinsinden kolektör jonksiyonu normalize potansiyel seddi
$a_{c1}$	kolektör kapasitesi sıfır kutuplama kapasitesi
$a_{c2}$	kolektör tepe kapasite katsayısı

### 5. Baz genişlemesi

$V_{rp}$	$kT/q$ nun katları cinsinden baz genişlemesi faktörü
$r_w$	etkin baz genişliği oranı
$r_p$	baz genişlemesi geçiş katsayısı
$n_p$	baz genişlemesi üssü