

# Analiz Seyreklik Tabanlı Görüntü Çözünürlüğü Yükseltme

## Analysis Sparsity Based Single Image Superresolution

Özden Bayır, Ender M. Ekşioğlu

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye  
{bayiroz,eksioglu}@itu.edu.tr

**Özetçe** —Bir görüntünün çözünürlüğünün yükseltilmesi işlemi, o görüntünün alt örnekleme ve muhtemelen bulanıklaştırılmış düşük çözünürlüklü halinden yüksek çözünürlüklü görüntüyü kestirme işlemi olarak ifade edilebilir. Bu problem oldukça kötü koşullu bir ters problemdir. Bu ters problemi düzenlemek için farklı yöntemler sunulmuştur ve seyrek gösterim tabanlı yöntemler bu probleme yakın zamanda uygulanmaya başlamıştır. Görüntü işlemede seyrek gösterim, ele alınan bir görüntünün aşırı-tam bir sözlüğün mümkün olduğunca az elemanının seyrek doğrusal bir birleşimi şeklinde kestirilmesini ifade eder. Seyrek gösterimi görüntü çözünürlüğü yükseltmeye uyarlayan öncü çalışmalarda, bir görüntü kümesinden öğrenilmiş sözlük çiftlerinin sentez seyreklik altında kullanımı önerilmiştir. Bu çalışmada ise çözünürlük yükseltme probleminde analiz seyrek gösterim modelini kullanan yeni bir yöntem sunulmaktadır. Benzetim sonuçları, öğrenilmiş bir analiz seyreklik dönüşümü ile analiz seyreklik modelinin kullanımının, görüntü çözünürlük yükseltmede sentez seyrekliğe işlemsel karmaşıklık açısından etkin ve başarılı yüksek bir alternatif oluşturabileceğini gösterilmektedir.

**Anahtar Kelimeler**—görüntü çözünürlüğü yükseltme; analiz operatör öğrenme; seyrekleştirici dönüşüm öğrenme.

**Özet**—The superresolution problem can be formulated as reconstructing a high resolution image from a down-scaled and possibly blurred version. This problem is a highly ill-posed inverse problem. To regularize this ill-posed inverse problem different methods have been used in previous works, where the use of sparse representation has been quite popular recently. Sparse representation for image processing works on the premise that images can be represented as a sparse linear combination of elements from a redundant dictionary. In a pioneering work, dictionary couples which are learned from a set of images have been used to solve the superresolution problem using synthesis sparsity. In this paper we present a new approach to single image superresolution problem by using the analysis sparse representation model. Simulation results indicate that using analysis sparsity model with a learned analysis sparsity operator can be an effective and efficient alternative to the synthesis sparsity for the image superresolution problem.

**Keywords**—image superresolution; analysis operator learning; sparsifying transform learning.

### I. GİRİŞ

İşaret ve görüntü işleme alanındaki birçok çalışmada, performans kazancından dolayı seyreklik kullanımı son yıllarda oldukça popülerlik kazanmıştır. Sentez seyrek gösterimde işaret, bir sözlük ve bir seyrek katsayı vektörünün çarpımı ile ifade edilir. Burada kullanılan sözlük analitik bir sözlük veya öğrenilmiş bir sözlük olabilir. Bu sözlüğün, seyrek katsayı vektörünün sıfır olmayan elemanlarına denk düşen sütunlarının doğrusal kombinasyonu ile işaret seyrek bir şekilde gösterilmektedir [1]. Analiz seyrek gösterimde bir işaretin seyrek gösterimi, bir operatör ile işaretin kendisinin çarpılması suretiyle bulunur [2]. Son yıllardaki çalışmalarda bu modellerin yanısıra oldukça verimli bir model olan seyrekleştirici dönüşüm modeli ortaya çıkmıştır. Analiz modeli ile arasında küçük farklılıklar bulunan bu modelde hesapsal karmaşıklık daha azdır [3]. Sentez seyrek gösterimin kullanımının artması ile birlikte sözlük öğrenme problemi önemli bir araştırma alanı haline gelmiştir. Sentez (orijinal) K-SVD [4] bu alanda sunulmuş en bilinen etkili sözlük öğrenme metodudur. Bu metodun analiz seyreklik modeline adapte edilmiş hali ise Analiz K-SVD [5] metodudur. Dönüşüm K-SVD [6] ise bu etkili metod ile seyrekleştirici dönüşüm modelinin avantajlarını bir araya getiren bir dönüşüm operatörü öğrenme metodudur. Bir başka seyrekleştirici operatör öğrenme metodu da [7] çalışmasında verilmiştir. Literatürde sentez seyrekliğin ve analiz seyrekliğin kullanıldığı uygulama alanları oldukça geniştir. Bu uygulamalara görüntü gürültüsü giderme, sınıflandırma, görüntü ayrıştırma, iç boyama, yüz tanıma ve çözünürlük artırma gibi birçok örnek verilebilir. Bu çalışmada önemli bir ters problem uygulaması olan bir görüntünün çözünürlük artırma uygulaması, dönüşüm K-SVD metodu kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Yüksek çözünürlüklü bir  $X$  görüntüsünün bulanıklaştırılmış ve alt-örnekleme hali olan  $Y$  görüntüsü  $Y = \mathcal{S}HX$  matematiksel modeli ile ifade edilebilir. Burada  $\mathcal{S}$  alt-örnekleme operatörü ve  $\mathcal{H}$  bulanıklaştırıcı bir süzgeci göstermektedir. Burada amaç, gözlemlenmiş olan düşük çözünürlüklü  $Y$  görüntüsünden yüksek çözünürlüklü  $X$  görüntüsünü elde etmektir. Bu problemin çözümü olabilecek sonsuz sayıda  $X$  görüntüsü olduğundan bu problemi sınırlamak adına bir düzenleyici kullanmak gerekmektedir. Bu çalışmada düzenleyici olarak analiz seyreklik önseli kullanılmıştır. Yani bulunacak olan yüksek çözünürlüklü  $X$  görüntüsünün bir seyrekleştirici operatör altında seyrek olduğu varsayılmıştır. Daha önceki [9] çalışmasında çözünürlük yükseltme probleminin çözümü için bir görüntü kümesinden öğrenilmiş sözlük çiftlerinin

kullanımı önerilmiştir. [9] çalışmasında Yang ve diğ., sentez seyreklik tabanlı bir öğrenme prosedürü ile öğrenilmiş sözlükleri çözünürlük yükseltme uygulamasında kullanmışlardır. Bu çalışmada ise seyrekleştirici dönüşüm operatörü ile öğrenilen operatörler çözünürlük yükseltme uygulamasında kullanılmıştır. Seyrekleştirici dönüşüm operatörü kullanan çözünürlük yükseltme algoritması ilerleyen bölümde detaylı bir şekilde ele alınmıştır. Seyrekleştirici dönüşüm operatörünün öğrenilmesi aşaması üçüncü bölümde açıklanmış ve takip eden dördüncü bölümde ilgili uygulamanın benzetim sonuçları verilmiştir. Son olarak beşinci bölümde sonuçlar verilerek çalışma bitirilmiştir.

## II. SEYREKLEŞTİRİCİ DÖNÜŞÜM KULLANARAK ÇÖZÜNÜRLÜK YÜKSELTME

Giriş bölümünde bir düşük çözünürlüklü  $\mathbf{Y}$  görüntüsünün matematiksel gözlem modeli verilmiştir. Bu modele göre yüksek çözünürlüklü  $\mathbf{X}$  görüntüsünün bir  $\mathbf{W}$  seyrekleştirici dönüşüm operatörüne göre seyrek olduğunu varsayan çözünürlük yükseltme ana problemi şu şekilde formülize edilebilir:

$$\min_{\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}} \|\mathbf{S}\mathbf{H}\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_F^2 + \gamma \|\mathbf{W}\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{A}\|_F^2 + k\|\mathbf{A}\|_1 + \beta \|\mathcal{P}(\mathbf{X}) - \hat{\mathbf{X}}\|_F^2 \quad (1)$$

Burada  $N_l < N_h$  olmak üzere  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{N_l}$  ve  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N_h}$ 'dir.  $\mathbf{A}$  seyrek katsayı matrisini,  $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  dönüşüm K-SVD metodu kullanılarak gözlem görüntüsünün kübik interpolasyonu ile çözünürlüğü yükseltilmiş  $\mathbf{X}_0 \in \mathbb{R}^{N_h}$  görüntüsünden öğrenilen seyrekleştirici dönüşüm operatörünü,  $\hat{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{N_h}$  ise sütunları,  $\mathbf{X}$  görüntüsünün yamalarından oluşan matrisi gösterir. Burada  $\mathcal{P}$  girdi olarak giren görüntüyü yama matrisi haline getiren bir matematiksel operatörü göstermektedir. Bu ana problem, polinomsal zamanda çözülemeyen NP-zor bir problem olduğundan yaklaşık çözümü bulabilmek için bazı değişkenler sabit tutularak iki adımda çözülmeye çalışılır. İlk adımda, önceden öğrenilmiş operatöre uygun seyrek katsayılar ve yama matrisi aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\min_{\mathbf{A}, \hat{\mathbf{X}}} \gamma \|\mathbf{W}\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{A}\|_F^2 + k\|\mathbf{A}\|_1 + \beta \|\mathcal{P}(\mathbf{X}) - \hat{\mathbf{X}}\|_F^2 \quad (2)$$

Bu adımda yine NP-zor bir problem olduğundan yaklaşık çözümü bulmak için öncelikle  $\hat{\mathbf{X}}$  sabit tutulup  $\mathbf{A}$  seyrek katsayı matrisi bulunur. Bu adım literatürde seyrek kodlama olarak isimlendirilir. Bu problemin çözümü için yumuşak eşikleme işlemi yapılır.

$$\min_{\mathbf{A}} \gamma \|\mathbf{W}\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{A}\|_F^2 + k\|\mathbf{A}\|_1 \quad (3)$$

Birinci adımın ilk alt adımı olan (3)'te başlangıçta  $\hat{\mathbf{X}}$  olarak, gözlemlenmiş düşük çözünürlüklü görüntünün kübik interpolasyon ile çözünürlüğü yükseltilmiş hali  $\mathbf{X}_0$  görüntüsünün yamaları kullanılırken,  $\mathbf{W}$  bu çözünürlüğü yükseltilmiş görüntüden öğrenilmiş bir dönüşüm operatörünü göstermektedir. Dönüşüm operatörünün öğrenilmesi aşaması üçüncü bölümde incelenmiştir.

$$\min_{\hat{\mathbf{X}}} \gamma \|\mathbf{W}\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{A}\|_F^2 + \beta \|\mathcal{P}(\mathbf{X}) - \hat{\mathbf{X}}\|_F^2 \quad (4)$$

Birinci adımın ikinci alt adımı olan (4)'te  $\mathcal{P}(\mathbf{X}) = \mathcal{P}(\mathbf{X}_0)$ 'dir. Dolayısıyla başlangıçta  $\hat{\mathbf{X}} = \mathcal{P}(\mathbf{X}_0)$ 'dir. Bu adımda (3) adımı bulunan  $\mathbf{A}$  seyrek katsayı matrisi kullanılarak en

## Algoritma 1 Seyrekleştirici Dönüşüm Operatörü ile Görüntü Çözünürlüğü Yükseltme

*Giriş:* Öğrenilmiş dönüşüm operatörü  $\mathbf{W}$ , gözlemlenmiş düşük çözünürlüklü görüntü  $\mathbf{Y}$ .

*Hedef:*  $\min_{\mathbf{X}, \mathbf{A}, \hat{\mathbf{X}}} \|\mathbf{S}\mathbf{H}\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|_F^2 + \gamma \|\mathbf{W}\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{A}\|_F^2 + k\|\mathbf{A}\|_1 + \beta \|\mathcal{P}(\mathbf{X}) - \hat{\mathbf{X}}\|_F^2$

- 1: Düşük çözünürlüklü görüntünün çözünürlüğünü kübik interpolasyon ile yükseltip  $\mathbf{X}_0$  'ı elde et.
- 2: Algoritma 2'de verilen dönüşüm K-SVD metoduyla  $\mathbf{X}_0$ 'dan  $\mathbf{W}$ 'yı öğren.
- 3: Başlangıç değerlerini ata:  $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_0$ .
- 4: **for**  $i := 1, 2, \dots$  **do** ▷ ana iterasyon
- 5:     **for**  $i := 1, 2, \dots$  **do** ▷ P1 iterasyon
- 6:          $\mathbf{A}$  'yı hesapla (3).
- 7:         İlk adımda bulunan  $\mathbf{A}$  ile  $\hat{\mathbf{X}}$  'i güncelle (4).
- 8:     **end for** ▷ P1 iterasyonunun sonu
- 9:     1. adımda bulunan  $\hat{\mathbf{X}}$  'i, gözlemlenmiş görüntü  $\mathbf{Y}$  'ye yaklaştır.
- 10: **end for** ▷ ana iterasyonun sonu

küçük kareler yöntemine göre  $\hat{\mathbf{X}}$  güncellenir. Benzer problem [8] çalışmasında da aynı yaklaşım ile çözülmüştür. Birinci adım belirli bir iterasyon sayısı kadar tekrarlanır. İkinci adım, ilk adımda bulunan  $\hat{\mathbf{X}}$  yama matrisini,  $\mathbf{Y} = \mathbf{S}\mathbf{H}\mathbf{X}$  gözlem modeline göre gözlemlenen  $\mathbf{Y}$  görüntüsüne olabildiğince yakın olması zorlanan adımdır. İkinci adımda işlemler görüntüler üzerinden yapılacağından ilk adımda kullanılan  $\mathcal{P}$  operatörünün tam tersi, yamalardan görüntü oluşturan  $\hat{\mathcal{P}}$  operatörü kullanılır. Bu adımda çözülen optimizasyon problemi:

$$\min_{\hat{\mathbf{X}}} \|\mathbf{S}\mathbf{H}\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{Y}\|_F^2 + \beta' \|\hat{\mathcal{P}}(\hat{\mathbf{X}}) - \mathbf{X}\|_F^2 \quad (5)$$

şeklinde verilir. Bu problemin çözümü için de [9] çalışmasındaki gradyan düşüş yaklaşımı kullanılır. Seyrekleştirici dönüşüm operatörü ile çözünürlük yükseltme metoduna ait algoritma Algoritma 1'de verilmiştir. Kullanılan operatörün öğrenildiği 'dönüşüm K-SVD' metoduna ilişkin algoritma ise Algoritma 2'de verilmiştir.

## III. DÖNÜŞÜM K-SVD

Analiz modelin genelleştirilmiş hali olan seyrekleştirici dönüşüm modelinde, seyrekleştirme hatası olarak isimlendirilen model hatası orijinal işaretin bulunduğu domende değil de dönüşüm ya da analiz domeninde hesaplanır ve bu sayede analiz modele göre bazı avantajlar elde edilir. Analiz K-SVD metodunun ve dönüşüm modelinin avantajlarını bir araya getiren seyrekleştirici dönüşüm operatörü öğrenme metodu dönüşüm K-SVD metodudur. Bu algoritma ile analiz K-SVD algoritmasına benzer yapıda ve benzer performansta operatörler daha az hesapsal yük ile elde edilmektedir [6]. Dönüşüm K-SVD algoritmasında ele alınan maliyet fonksiyonu (6) denklemi ile verilir.

$$\min_{\mathbf{W}, \mathbf{A}} \|\mathbf{W}\mathbf{X} - \mathbf{A}\|_F^2, \|\alpha_n\|_0 \leq s \quad \forall n; \|\mathbf{w}^k\|_2 = 1 \quad \forall k; \quad (6)$$

$$\mu\{\mathbf{W}^T\} = \max_{k \neq j} |\mathbf{w}^k \mathbf{w}^j{}^T| \leq 1 - \delta$$

---

**Algoritma 2** Dönüşüm K-SVD [6]

---

*Giriş:*  $N$  uzunluklu data  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_n\}_{n=1}^N$ ; istenilen seyreklik seviyesi  $s$ ;  $\delta$ .

*Hedef:*  $\{\mathbf{W}, \mathbf{A}\} = \arg \min_{\mathbf{W}, \mathbf{A}} \|\mathbf{W}\mathbf{X} - \mathbf{A}\|_F^2$ ,

$$\|\alpha_n\|_0 \leq s \forall n; \|\mathbf{w}^k\|_2 = 1 \forall k; \mu\{\mathbf{W}^T\} \leq 1 - \delta.$$


---

- 1: Operatör başlangıç değeri,  $\mathbf{W}_{(0)} = \mathbf{W}_0$ 'ı ata.
  - 2: **for**  $i := 1, 2, \dots$  **do** ▷ ana iterasyon
  - 3:  $\mathbf{A}_{(i)} = \arg \min_{\mathbf{A}} \|\mathbf{W}_{(i-1)}\mathbf{X} - \mathbf{A}\|_F^2$ ,  
 $\|\alpha_n\|_0 \leq s \forall n$  ▷ seyrek kodlama,  $\mathbf{W}_{(i-1)}\mathbf{X}$ 'in sütun bazlı eşiklenmesi.
  - 4: **for**  $k := 1, 2, \dots, K$  **do** ▷ dönüşüm operatörünün satırlarını ardışık bir şekilde güncelle
  - 5:  $\alpha_{(i)}^k$ 'daki sıfırların bulunduğu pozisyonlara karşılık gelen  $\mathbf{X}$ 'in sütunları ile  $\mathbf{X}_k^{(i)}$  matrisini oluştur.
  - 6:  $\mathbf{w}_{(i)}^k = \arg \min_{\mathbf{w}} \|\mathbf{w}\mathbf{X}_k^{(i)}\|_2^2$ , s.t.  $\|\mathbf{w}\|_2 = 1$  ▷  $\mathbf{X}_k^{(i)}$  için tekil vektörü, en küçük tekil değer ile hesapla.
  - 7: Herhangi bir  $j < k$  için, eğer  $|\mathbf{w}_{(i)}^k \mathbf{w}_{(i)}^{jT}| > 1 - \delta$  ise  $\mathbf{w}_{(i)}^k$ 'yi değiştir.
  - 8: **end for** ▷ satır güncelleme iterasyonunun sonu
  - 9: **end for** ▷ ana iterasyonun sonu
- 

Bu problem NP-zor bir problem olduğundan yaklaşık çözümleri bulmak için değişkenlerden birinin sabit tutulup diğerinin optimizasyonunun yapılacağı iki aşamaya bölünür. İlk aşamada  $\mathbf{W}$  sabit tutulup  $\mathbf{A}$  minimize edilmeye çalışılır. Diğer algoritmalarındaki seyrek kodlama aşamasının eşdeğeri olan bu aşama diğer metodlara nazaran oldukça kolay olan sert eşikleme işlemi ile çözülür. Kullanıldığı algoritmalarda hesapsal yükün yüksek oranda azalmasını sağlayan bu eşikleme işlemi ile  $\mathbf{W}\mathbf{X}$  matrisinin sütunlarının en yüksek  $s$  adet elemanı kalacak şekilde çözüm sağlanmaktadır.

$$\min_{\mathbf{A}_{(i)}} \|\mathbf{W}_{(i-1)}\mathbf{X} - \mathbf{A}\|_F^2, \|\alpha_n\|_0 \leq s \forall n \quad (7)$$

İkinci aşamada  $\mathbf{W}$  minimize edilmeye çalışılır:

$$\min_{\mathbf{W}_{(i)}} \|\mathbf{W}\mathbf{X} - \mathbf{A}_{(i)}\|_F^2, \|\mathbf{w}^k\|_2 = 1 \forall k \quad (8)$$

Dönüşüm K-SVD metodu dönüşüm modelindeki öğrenme yaklaşımının avantajı ile analiz K-SVD metodunun avantajını bir araya getirmektedir. Bu avantajlardan ilki seyrek kodlama aşamasının analiz K-SVD metodundakine göre oldukça basitleştirilmiş olmasıdır. Diğer avantaj ise analiz K-SVD metodunun satır bazlı operatör güncelleme işlemi ile her bir satırın birbirinden ayrı şekilde düzenlenmesine ve güncellenmesine olanak sağlamasıdır. Bu çalışma göstermektedir ki; dönüşüm K-SVD metodu kullanılarak öğrenilen  $\mathbf{W}$  seyrekleştirici dönüşüm operatörü çözünürlük yükseltme algoritmasında kullanıldığında oldukça iyi sonuçlar elde edilebilmektedir.

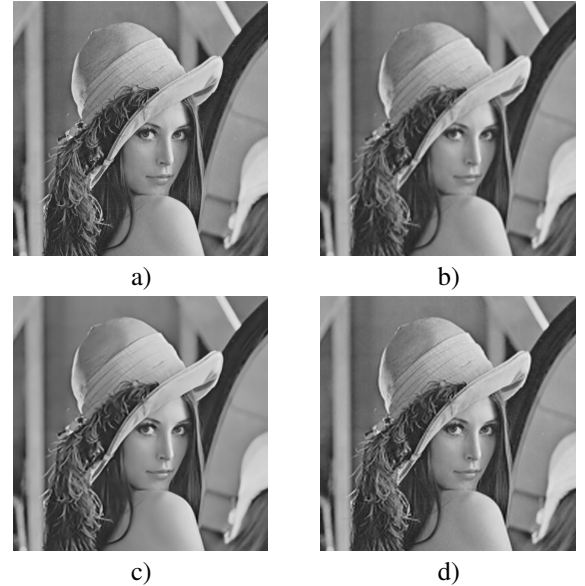
#### IV. BENZETİM SONUÇLARI

Bu bölümde beş farklı gri seviyeli görüntüye ait çözünürlük yükseltme uygulamasının sonuçları verilmiştir. Sonuçlar, temel çözünürlük yükseltme metodlarından biri olan kübik interpolasyon ile ve görüntü çözünürlüğü yükseltme uygulaması

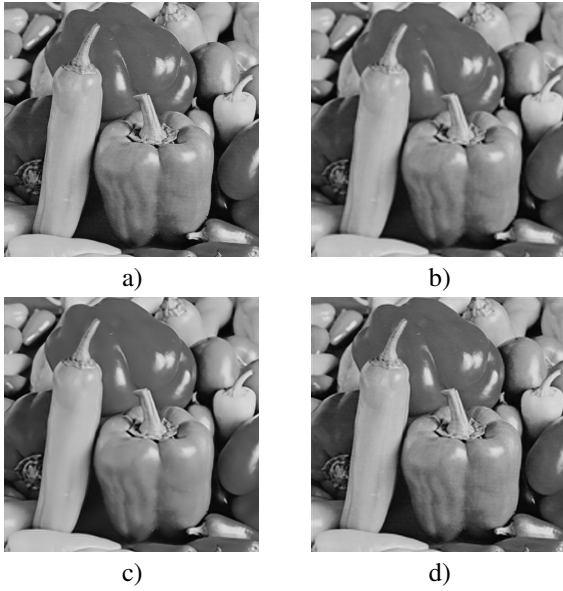
Tablo I: Farklı görüntülere ait çözünürlük yükseltme sonuçları

Görüntü	Kübik int.	Yang ve diğ. [9]	Önerilen metod
Lena	30.74	31.83	32.04
Barbara	24.07	24.16	24.33
Boat	27.13	27.97	27.96
House	29.80	31.06	31.14
Peppers	31.06	32.07	32.25

alanındaki etkin bir metod olan sentez seyreklik kullanılarak öğrenilmiş sözlük çiftlerinin kullanıldığı [9] yaklaşımı ile karşılaştırılmıştır. Benzetimler Matlab bilgisayar programında Intel Core i7, 2.4 GHz, 8 GB belleğe sahip 64 bit Windows 8 işletim sistemli bilgisayarda gerçekleştirilmiştir. Düşük çözünürlüklü görüntüler oluşturulurken her bir orijinal görüntü öncelikle kübik filtre ile bulanıklaştırılıp 1/3 ölçekleme faktörü ile küçültülmüştür. Oluşturulan bu düşük çözünürlüklü görüntüden yüksek çözünürlüklü görüntü elde etmek için ara aşama olarak 3 ölçekleme faktörü ile kübik interpolasyon kullanılarak tekrar orijinal görüntü boyutuna geçilmiştir. Bu ara aşamada elde edilen görüntü algoritmada  $\mathbf{X}_0$  olarak isimlendirilmiştir. Bu görüntü çözünürlük yükseltme algoritmasına başlangıç görüntüsü olarak girilmiştir. Bu görüntüden  $S1 = S2 = 1$  kaydırma (maksimum örtüşme) ile elde edilen  $8 \times 8$ 'lik yamalardan dönüşüm K-SVD metodu ile  $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{64 \times 64}$  seyrekleştirici dönüşüm operatörü öğrenilmiştir. Daha sonra ikinci bölümde verilen çözünürlük yükseltme algoritmasından yüksek çözünürlüklü görüntüler elde edilmiş ve bu görüntüler diğer iki metod ile karşılaştırılmıştır. Tüm bu işlemler her bir görüntü için tekrarlanıp farklı metodlara ilişkin sonuçların dB cinsinden PSNR değerleri bulunmuştur ve bu değerler Tablo 1'de gösterilmiştir. Elde edilen 'Lena' görüntüsüne ilişkin yüksek çözünürlüklü görüntüler Şekil 1'de, 'Peppers' ve 'Barbara' görüntülerine ilişkin yüksek çözünürlüklü görüntüler de sırasıyla Şekil 2'de ve Şekil 3'te verilmiştir.



Şekil 1: Lena görüntüsüne ait çözünürlük yükseltme sonuçları (a) Orijinal görüntü, (b) Kübik interpolasyon, (c) Yang ve diğ. [9], (d) Önerilen metod.



Şekil 2: Peppers görüntüsüne ait çözünürlük yükseltme sonuçları (a) Orijinal görüntü, (b) Kübik interpolasyon, (c) Yang ve diğ. [9], (d) Önerilen metod.



Şekil 3: Barbara görüntüsüne ait çözünürlük yükseltme sonuçları (a) Orijinal görüntü, (b) Kübik interpolasyon, (c) Yang ve diğ. [9], (d) Önerilen metod.

## V. SONUÇLAR

Seyrek gösterim modeli sağladığı performans kazancından dolayı araştırmacıların birçok çalışmada yararlandığı bir model olmuştur. Seyrek gösterim modelinin ortaya çıktığı ilk zamanlarda sentez seyreklik olarak kullanımı birçok uygulamanın sentez seyreklik modeline adapte edilmesine sebep olmuştur. Bu alandaki araştırmacıların daha sonraları ilgisini çeken analiz gösterim modeli de birçok uygulamada kullanılabilen bir modeldir. Bu çalışmada görüntü işleme alanındaki

popüler uygulamalardan biri olan çözünürlük yükseltme uygulamasına analiz seyreklik tabanlı bir yaklaşım sunulmuştur. Burada kullanılan seyreklik modeli analiz tabanlı modelin daha özel bir hali olan seyrekleştirici dönüşüm modelidir. Bu çalışmada sunulan yaklaşım, temel çözünürlük yükseltme metodlarından biri olan kübik interpolasyon ile ve etkin bir görüntü çözünürlüğü yükseltme metodu olan [9] çalışmasında sunulan metod ile karşılaştırılmıştır. Bu çalışmanın sonuçları, çözünürlük yükseltme uygulamalarında sentez seyrekliğin kullanımının yanısıra analiz seyreklik kullanımının da oldukça iyi performanslar ortaya koyduğunu göstermiştir.

## KAYNAKLAR

- [1] M. Elad, *Sparse and Redundant Representations - From Theory to Applications in Signal and Image Processing*. Springer, 2010.
- [2] M. Yaghoobi, S. Nam, R. Gribonval, and M. Davies, "Constrained overcomplete analysis operator learning for cospase signal modelling," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 61, no. 9, pp. 2341–2355, May 2013.
- [3] S. Ravishanker and Y. Bresler, "Learning sparsifying transforms," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 61, no. 5, pp. 1072–1086, March 2013.
- [4] M. Aharon, M. Elad, and A. Bruckstein, "K-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 54, no. 11, pp. 4311–4322, Nov 2006.
- [5] R. Rubinstein, T. Peleg, and M. Elad, "Analysis K-SVD: A dictionary-learning algorithm for the analysis sparse model," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 61, no. 3, pp. 661–677, Feb 2013.
- [6] E. Eksioğlu and O. Bayir, "K-SVD meets transform learning: Transform k-svd," *Signal Processing Letters, IEEE*, vol. 21, no. 3, pp. 347–351, March 2014.
- [7] —, "Overcomplete sparsifying transform learning algorithm using a constrained least squares approach," in *Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2014 IEEE International Conference on*, May 2014, pp. 7158–7162.
- [8] S. Ravishanker and Y. Bresler, "Sparsifying transform learning for compressed sensing mri," in *Biomedical Imaging (ISBI), 2013 IEEE 10th International Symposium on*, April 2013, pp. 17–20.
- [9] J. Yang, J. Wright, T. Huang, and Y. Ma, "Image super-resolution via sparse representation," *Image Processing, IEEE Transactions on*, vol. 19, no. 11, pp. 2861–2873, Nov 2010.