

İKİ BOYUTLU GENELLEŞTİRİLMİŞ AYRIT SAPTAYICI

Binnur KURT, Muhittin GÖKMEN

İstanbul Teknik Üniversitesi, Bilgisayar Mühendisliği Bölümü, Maslak, İstanbul 80626
{kurt,gokmen}@cs.itu.edu.tr

Özetçe

Bu çalışmada, daha önce Gökmen ve Jain [1] tarafından geliştirilen $\lambda\tau$ -uzayında görüntü gösterimi ve ayrıt saptayıcı, iki boyutlu uzaya genişletilmektedir. Bu genişletme özellikle iki açıdan önemlidir. Birinci olarak, görüntülerin $\lambda\tau$ -uzayındaki davranışları en iyi, iki boyutlu düzleştirme ve ayrıt saptama süzgeçleri ile modellenabilir. İkincisi, genelleştirilmiş ayrıt saptayıcı (GAS) bilinen başarılı bir çok ayrıt saptayıcısını üretebildiğinden, iki boyutlu GAS ile bu süzgeçlerin iki boyutlu biçimleri oluşturulabilir. Düzleştirme problemi, zar ve levha modellerinin doğrusal bileşiminden oluşan iki boyutlu karma enerji fonksiyonelinin [1] en aza indirgenmesi olarak tanımlanmıştır. [1]'deki yazarlar karma fonksiyoneli en aza indirgeyen denklemi, ayrıştırılabilir olduğu varsayımı altında tek boyutlu kısmi diferansiyel denklem olarak çözmüşlerdir. Ancak mevcut ayrıştırılabilir çözüm iki boyutlu özgün denklemi sağlamamaktadır. Bu çalışmada, karma fonksiyoneli en aza indirgeyen denklem takımının dördüncü dereceden kısmi diferansiyel denklem olduğu gösterilmekte ve çözümü sunulmaktadır. Türetilen süzgeçler, önceki süzgeçlerle, FOM (Figure Of Merit), birinci ve ikinci tür hata karakteristiklerine göre karşılaştırıldığında, gürültüye daha az duyarlı olduğu gözlenmiştir. Gerçek ve yapay görüntüler üzerinde yapılan deneysel sonuçlarla ayrıt saptayıcının performansı ve ayrıtların $\lambda\tau$ -uzayındaki davranışları incelenmiştir.

1 GİRİŞ

Ayrıt saptamada amaç, yoğunluk yüzeylerinden nesnelerin sınırlarına karşı düşen ayrıtların üretilmesidir. Üretilen bu ayrıtlar görüntü yüzeyindeki keskin değişimlerin neden olduğu süreksizlikler olarak kendini göstermektedir. Görüntü yüzeyindeki bu ani değişimin kaynağı nesnenin dış yüzeyinin yapısal özellikleri (örneğin, örüntü, örtme) yada aydınlatma özellikleri (örneğin, gölgeler, parlaklık) olabilir. Kaynağı ne olursa olsun, durağan bir görüntüdeki ayıtların saptanması, yüksek doğruluk gerektiren herhangi bir ayrıt temelli bilgisayarlı görü algoritmasının en önemli aşamasını oluşturmaktadır. Bir çok çevrit temelli görü algoritmasında (örneğin şekil-tabanlı sorgulama, çevrit-temelli görüntü çifti, çevrit-temelli görüntü sıkıştırma, ayrıt-temelli yüz tanıma ve ayrıt-temelli hedef tanıma) başarımlar büyük oranda saptanan ayrıtların doğruluğuna bağlıdır. Bu nedenle, ayrıt saptama bilgisayarlı görüde önemli araştırma konularından birini oluşturmaktadır. Mevcut çözümlerin amaca yönelik ayrıtlar üretmekten uzak olmaları, araştırmacıları genel amaçlı bir ayrıt saptayıcı tasarımına yöneltmektedir.

Herhangi bir ayrıt saptayıcı, yüksek doğruluk ile gürültüyü bastırma özellikleri arasındaki ödünleşimi çözmelidir. Ne varki, bir ön bilgi olmaksızın en iyi ödünleşimi belirlemek mümkün değildir. Gerçekten, bir benneğin ayrıt üzerinde bulunup bulunmadığına karar verme problemi kötü konumlandırılmış bir problemdir. Karar verme süreci, yoğunluk yüzeyinin çeşitli derecelerden türevinin hesabını gerektirmektedir. Bilindiği gibi, türev alma işlevi gürültüyü kuvvetlendirmektedir. Bu problemin önüne geçmek için türev işlevinden önce düzleştirme işlemi uygulanır. Bu görüntüye alçak geçiren bir süzgeç uygulanması ile sağlanır.

Mevcut ayrıt saptayıcıların çoğunluğu [2, 3, 4] bu ödünleşimin optimal çözümünü hedeflemişlerdir. Ancak, optimal çözümün tek bir ölçekte saptanan ayrıtlardan elde edilemeyeceği gösterilmiş ve farklı ölçeklerdeki ayrıtlar saptanarak [2, 5] tümleştirilmesine dayanan çözümler [2, 6] önerilmiştir. Bu çalışmaların çoğu ya Gauss süzgeci yada şekli Gauss süzgecine çok benzeyen [2, 7] süzgeçlerle

sonuçlanmıştır. Ayrıca bu süzgeçler tek bir parametre ile kontrol edilebilen ölçek uzayı gösterimine oldukça uygundur.

Bu çalışma Karma modelin ve $\lambda\tau$ -uzayının kısa bir tanıtımı ile başlamaktadır. Üçüncü bölümde iki boyutlu R- ve G-süzgeçlerinin karma modelden türetimi tanıtılacaktır. Son bölümde deneysel sonuçlar sunulmaktadır.

2 KARMA MODEL ve $\lambda\tau$ -UZAYI GÖSTERİMİ

Genelleştirilmiş ayrıt saptayıcı geliştirilirken, [1]'deki yazarlar düzenleştirme ve süzgeçlerle evriştirme arasındaki ilişkiden yararlanmışlardır. Düzenleştirme teorisinde, çözüm üzerindeki düzlük koşutu, çözümün türevlerini içeren enerji fonksiyonelinin en aza indirgenmesi şeklinde sağlanır. Gürültülü veri $d(x, y)$ 'den, düzenleştirilmiş çözüm, $f(x, y)$, zar fonksiyoneli $E_z(f)$ 'nin

$$E_z(f) = \int \int_{\Omega} [(f(x, y) - d(x, y))^2 + \lambda(f_x^2(x, y) + f_y^2(x, y))] d\Omega \quad (1)$$

en aza indirgenmesiyle elde edilir. Diğer bir düzenleştirilmiş çözüm levha fonksiyoneli $E_l(f)$ 'nin

$$E_l(f) = \int \int_{\Omega} [(f(x, y) - d(x, y))^2 + \lambda(f_{xx}^2(x, y) + 2f_{xy}^2(x, y) + f_{yy}^2(x, y))] d\Omega \quad (2)$$

en aza indirgenmesiyle elde edilebilir. Bu fonksiyonelerde, ilk terim çözüm $f(x, y)$ 'nin, veri $d(x, y)$ 'ye yakınlığının bir ölçütü, ve ikinci terim düzlüğün bir ölçütüdür. Bu iki terim arasındaki ödünleşim düzenleştirme parametresi, λ , tarafından kontrol edilmektedir.

Düzenleştirme ile süzgeçleme arasındaki bağlantı, fonksiyonele ilişkin Euler-Lagrange denklemi ile kurulmaktadır. Zar modeli için Euler-Lagrange denklemi

$$f - \lambda \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right) = d \quad (3)$$

sınır koşulları $\lim_{x, y \rightarrow \pm\infty} f(x, y) = 0$ ile birlikte verilmektedir. Kısmi diferansiyel denklemin $d(x, y) = \delta(x, y)$ için çözümünü $R(x, y)$ ile gösterelim. Verilen herhangi bir $d(x, y)$ için çözüm, $f(x, y)$,

$$f(x, y) = d(x, y) * R(x, y) \quad (4)$$

şeklinde yazılabilir. Zar ve levha fonksiyonelleri için R-süzgeçlerinin özellikleri [1]'de verilmiştir.

Karma modelin amacı bu iki farklı özelliklere sahip süzgeç grubu arasındaki ara çözümleri elde etmektir. Bu amaçla, karma enerji fonksiyoneli, zar ve levha fonksiyonellerinin doğrusal bileşiminden

$$E_k(f) = \int \int_{\Omega} [(f(x, y) - d(x, y))^2 + \lambda[(1 - \tau)(f_x^2(x, y) + f_y^2(x, y)) + \tau(f_{xx}^2(x, y) + 2f_{xy}^2(x, y) + f_{yy}^2(x, y))] d\Omega \quad (5)$$

oluşturulmaktadır. Burada λ düzenleştirme parametresi olarak adlandırılan gerçel bir sayıdır. $\tau \in [0, 1]$ ise sürekliliği kontrol eden bir parameter. Dikkat edilirse, $\tau = 0$ için karma enerji fonksiyoneli zar modeline ve $\tau = 1$ için ise levha modeline dönüştüğü görülebilir. τ parametresinin ara değerleri için ise karma yüzeyler elde edilmektedir. Bu yüzeylerin elde edilebilmesi için karma modele karşı düşen Euler-Lagrange denkleminin çözülmesi gerekmektedir. Bir sonraki bölümde, karma modele karşı düşen $R(x, y)$ süzgecinin çıkarılışı ve analizi sunulacaktır.

3 İKİ BOYUTLU R- ve G-SÜZGEÇLERİNİN TÜRETİLMESİ

Bu bölümde karma modeli en aza indirgeyen $f(x, y)$ fonksiyonunu ve aşağıda verilen Euler-Lagrange denklemini ele alacağız.

$$f(x, y) - Q(f_{xx}(x, y) + f_{yy}(x, y)) + P(f_{xxx}(x, y) + 2f_{xyy}(x, y) + f_{yyy}(x, y)) = d(x, y) \quad (6)$$

$\Omega = \{(x, y) | x \geq 0, y \geq 0\}$, $Q = \lambda(1 - \tau)$ ve $P = \lambda\tau$, sınır koşulları:

$$\begin{aligned} \lim_{x,y \rightarrow \infty} f(x, y) &= 0 \\ \lim_{x,y \rightarrow 0} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} &= 0 \\ \lim_{x,y \rightarrow 0} \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

ve

$$\int \int_{\Omega} f(x, y) dx dy = 1$$

olmak üzere (6) ile verilen diferansiyel denklem, diferansiyel operatörleri cinsinden

$$\mathcal{L}f = d \quad (8)$$

$$\mathcal{L} = P(D_{xxxx} + 2D_{xxyy} + D_{yyyy}) - Q(D_{xx} + D_{yy}) + 1 \quad (9)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $D_{xx} = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$, $D_{yy} = \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $D_{xxxx} = \frac{\partial^4}{\partial x^4}$, $D_{xxyy} = \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2}$, ve $D_{yyyy} = \frac{\partial^4}{\partial y^4}$ 'dir. Ayrıca $D_{xxxx} + 2D_{xxyy} + D_{yyyy} = (D_{xx} + D_{yy})(D_{xx} + D_{yy}) = (D_{xx} + D_{yy})^2$ olarak yazılabilir. Bu durumda, $\mathcal{L}$, diferansiyel operatörü

$$\mathcal{L} = P(D_{xx} + D_{yy})^2 - Q(D_{xx} + D_{yy}) + 1 \quad (10)$$

biçimini alır. Dikkat edilirse, (10) ifadesi

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 &= (D_{xx} + D_{yy} - \eta) \\ \mathcal{L}_2 &= (D_{xx} + D_{yy} - \xi) \end{aligned}$$

olmak üzere

$$\mathcal{L} = P\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2 = P(D_{xx} + D_{yy} - \eta)(D_{xx} + D_{yy} - \xi) \quad (11)$$

biçiminde gösterilebilir. Burada η ve ξ , $Ps^2 - Qs + 1$ polinomunun kökleridir. $\mathcal{L}_1$ ve $\mathcal{L}_2$ operatörleri Helmholtz tipinden kısmi diferansiyel denklemlerdir. Helmholtz kısmi diferansiyel denkleminin çözümü [8]'de verilmiştir. $\Delta = Q^2 - 4P$ 'nin işaretine ve $P = 0$ 'a göre dört durum oluşmaktadır. η ve ξ 'nin bu dört durum için aldığı değerler Tablo 1'de verilmiştir. Bu durumlara karşı düşen çözümler (R-süzgeçleri) ise Tablo 2'de verilmiştir. G-süzgeçleri ise R-süzgeçlerinin x 'e ve y 'ye göre türevleri alınarak elde edilmektedir. x doğrultusundaki G-süzgeçleri $G^{(x)}(x, y)$ ile gösterilmektedir ve Tablo 3'de verilmiştir. R-süzgeçleri bakışlımlı, ancak G-süzgeçleri ters bakışlımlıdır. Her iki süzgeçte, Gauss süzgecinin aksine dairesel bakışlımlılık özelliğine sahip değildir. Bu nedenle, R- ve G-süzgeç cevabı, görüntüye ait ayırıt, köşe ve doğru gibi yerel özelliklerin doğrultusuna bağlı olarak değişmektedir. Şekil.1'de Tablo 4'de belirtilen λ ve τ değerleri için $R(x, y; \lambda, \tau)$ süzgeçlerinin grafiği verilmiştir.

4 DENEYSEL SONUÇLAR

Karma modelin zar ve levha modelleri ile karşılaştırabilmek amacıyla gürültülü dama görüntüsünü ele aldık ve sonra $\tau = 0, 0.5$ ve 1 için kurulan yüzeylerin ortalama karesel hatasını hesapladık (Tablo. 5). Tablodan karma modelin özgün görüntüye daha yakın yüzeyler ürettikleri görülebilir. Diğer taraftan, $\tau = 0.5$ için elde edilen karma çözümler zar modelindeki aşırı düzleme yada levha modelindeki aşım problemlerini içermemektedir.

Genelleştirilmiş ayırıt saptayıcının ayırıt yerini saptama performansını incelemek için gürültülü dama ve bar imgeleri ele alınmıştır. Bu yapay imgeler saptayıcının özellikle saptama ve yöresellik başarımını ölçmede yararlıdır. Nicel değerler olarak koşullu olasılıklar, $P(DE/IE)$, $P(IE/DE)$, Pratt'in FOM (Figure Of Merit) ölçütü ve özgün ve saptanan ayırıt haritaları arasındaki ortalama karesel uzaklık (OKU) [6] hesaplanmıştır. Bu hesaplanan nicel değerler Tablo 6'da verilmiştir. Ayırıt yerini saptamanın önemli olduğu bu tip görüntüler için $\tau = 0$ en iyi sonucu verirken, gürültü oranı yüksek olan ev görüntüsü için en iyi sonuç $\tau = 0.5$ için elde edilmiştir (Şekil.2). Böylece genelleştirilmiş ayırıt saptayıcının değişik özellikte amaca uygun ayırıtları üretebildiği gösterilmektedir.

Tablo 1: Dört durumda η ve ξ 'nin aldığı değerler

Durum		η	ξ
I	$\Delta > 0$	$\frac{Q+\sqrt{\Delta}}{2P}$	$\frac{Q-\sqrt{\Delta}}{2P}$
II	$\Delta < 0$	$\frac{Q+i\sqrt{ \Delta }}{2P}$	$\frac{Q-i\sqrt{ \Delta }}{2P}$
III	$\Delta = 0$	$\frac{Q}{2P}$	$\frac{Q}{2P}$
IV	$P = 0$	$\frac{1}{Q}$	-

Tablo 2: R -süzgeçleri

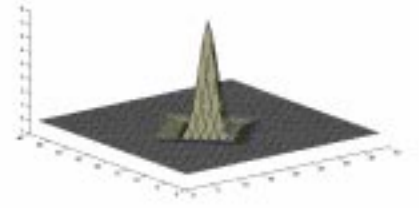
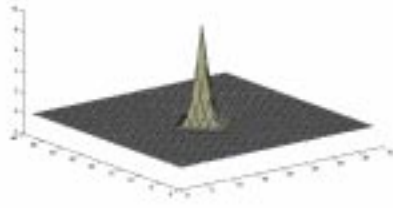
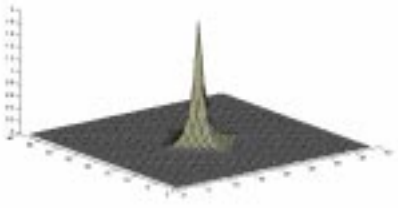
Durum		$R(x, y)$
I	$\Delta > 0$	$\frac{2P}{\sqrt{\Delta}}[a \exp(-b(x + y)) - b \exp(-a(x + y))],$ $a = \sqrt{\frac{Q+\sqrt{\Delta}}{4P}},$ $b = \sqrt{\frac{Q-\sqrt{\Delta}}{4P}}$
II	$\Delta < 0$	$K \exp(-\frac{1}{\sqrt[4]{4P}} \cos(\theta)(x + y)) \times$ $(\cos(\theta) \cos(\varphi(x + y)) + \sin(\theta) \sin(\varphi(x + y)))$ $K = \frac{4}{\sqrt{P} \cos^3(\theta) \sin^2(2\theta)},$ $2\theta = \arctan \frac{\sqrt{ \Delta }}{Q},$ $\varphi = \frac{1}{\sqrt[4]{4P}} \sin(\theta)$
III	$\Delta = 0$	$\frac{1}{4Q}(\frac{1}{\sqrt{Q}} x + 1)(\frac{1}{\sqrt{Q}} y + 1) \exp(-\sqrt{\frac{1}{Q}}(x + y))$
IV	$P = 0$	$2Q \exp(-\sqrt{\frac{1}{2Q}}(x + y))$

Kaynakça

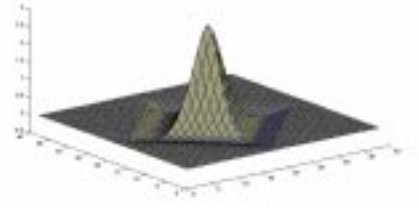
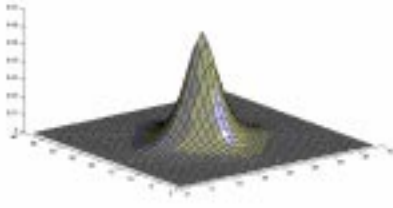
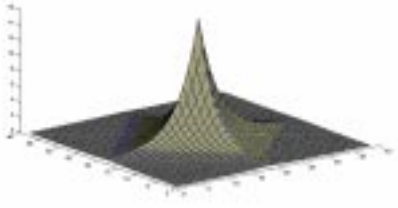
- [1] M. Gökmen ve A.K. Jain, “ $\lambda\tau$ -Space Representation of Images and Generalized Edge Detector,” *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 9:545-563, 1997.
- [2] J.F. Canny, “A Computational Approach to Edge Detection,” *IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8:679-698, 1986.
- [3] R. Deriche, “Optimal Edge Detection using Recursive Filtering,” *Proc. IEEE First International Conference on Computer Vision*, 1987, s.501-505.
- [4] J. Shen ve S. Castan, “An Optimal Linear Operator for Edge Detection,” *Proc. IEEE First Conference on Pattern Recognition*, 1986, s.109-114.
- [5] A.P. Witkin, “Scale-space Filtering,” *Proc. 8th Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence*, 1983, s.1019-1022.
- [6] M. Gökmen ve C. Li, “Multiscale Edge Detection using first-order R-filter,” *Proc. Int. Conf. Pattern Recognition*, 1992, s.307-310.
- [7] T. Poggio, H. Voorhees ve A. Yuille, “A Regularized Solution to Edge Detection,” Teknik Rapor, MIT AI Lab., AI Memo 833, 1985.
- [8] M. Renardy ve R.C. Rogers, *An Introduction to Partial Differential Equations*, Texts in Applied Mathematics, Springer-Verlag, Newyork, 1993.

Tablo 3: x doğrultusundaki G-süzgeci: $G^{(x)}(x, y; \lambda, \tau)$

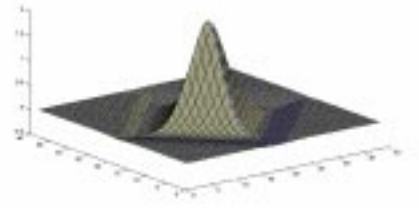
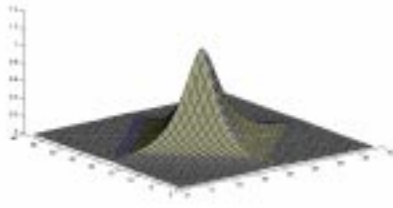
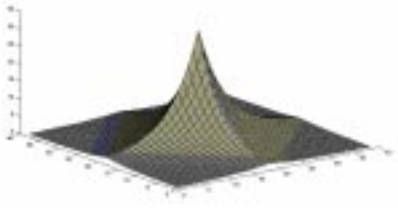
Durum		$G^{(x)}(x, y)$
I	$\Delta > 0$	$\frac{2P}{\sqrt{\Delta}} \text{sgn}(x) a b [\exp(-a(x + y)) - \exp(-b(x + y))]$
II	$\Delta < 0$	$K \text{sgn}(x) \exp(-\frac{1}{\sqrt[4]{4P}} \cos(\theta)(x + y)) \times$ $[(\sin(\theta)\varphi - \cos(\theta)\frac{1}{\sqrt[4]{4P}}) \cos(\varphi(x + y)) -$ $(\cos(\theta)\varphi + \sin(\theta)\frac{1}{\sqrt[4]{4P}}) \sin(\varphi(x + y))]$
III	$\Delta = 0$	$\frac{-1}{4Q^2} x \text{sgn}(x) (\frac{1}{\sqrt{Q}} y + 1) \exp(-\sqrt{\frac{1}{Q}}(x + y))$
IV	$P = 0$	$-\sqrt{2Q} \text{sgn}(x) \exp(-\sqrt{\frac{1}{2Q}}(x + y))$



(a) $\lambda = 1.0$



(b) $\lambda = 8.0$



(c) $\lambda = 16.0$

Şekil 1: R-süzgeci (τ soldan sağa 0.0, 0.5, ve 1.0 değerlerini alıyor)

Tablo 4: Parametre değerlerine karşı düşen süzgeç tipleri

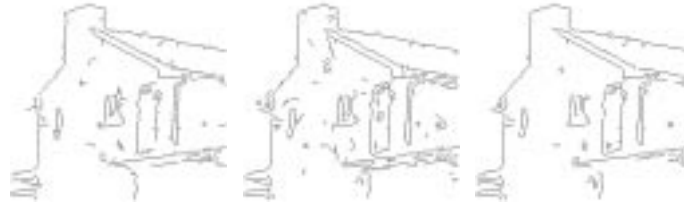
λ	τ		
	0.0	0.5	1.0
1.0	IV	II	I
8.0	IV	III	I
16.0	IV	I	I

Tablo 5: Kurulmuş ve özgün yüzeyler arasındaki ortalama karesel hata

$\tau \Rightarrow$		SNR=12dB			SNR=8.5dB			SNR=5.5dB		
		0	0.5	1.0	0.0	0.5	1.0	0.0	0.5	1.0
Dama	λ 1.0	31.0	26.8	29.5	31.8	28.7	31.5	32.7	30.9	33.6
	8.0	54.5	48.5	35.9	54.8	48.6	36.3	54.9	48.8	36.9
	16.0	64.2	54.5	39.5	65.3	54.5	39.9	75.6	54.7	40.2
Bar	λ 1.0	47.5	35.7	38.7	48.0	37.2	39.8	48.6	38.9	41.5
	8.0	77.2	74.8	54.6	77.3	74.8	55.0	77.3	74.8	55.5
	16.0	84.2	77.7	60.3	84.2	77.7	60.5	84.2	77.8	60.9

Tablo 6: Dama imgesine ait ayırıtların sayısal değeri

λ $\tau =$		SNR=12dB			SNR=8.5dB			SNR=5dB		
		0	0.5	1	0	0.5	1	0	0.5	1
1.0	P(DE/IE)	0.58	0.51	0.52	0.56	0.48	0.47	0.52	0.46	0.46
	P(IE/DE)	0.59	0.50	0.52	0.57	0.49	0.48	0.58	0.52	0.48
	OKU	0.64	0.77	0.75	0.66	0.77	0.77	0.64	0.69	0.75
	FOM	0.60	0.52	0.53	0.58	0.51	0.50	0.53	0.48	0.48
8.0	P(DE/IE)	0.79	0.73	0.46	0.73	0.57	0.46	0.62	0.57	0.45
	P(IE/DE)	0.81	0.79	0.47	0.75	0.64	0.47	0.63	0.62	0.45
	OKU	0.45	0.49	0.82	0.53	0.72	0.86	0.70	0.82	0.88
	FOM	0.80	0.74	0.49	0.74	0.58	0.49	0.63	0.58	0.47
16.0	P(DE/IE)	0.79	0.45	0.44	0.79	0.47	0.44	0.73	0.44	0.42
	P(IE/DE)	0.90	0.50	0.48	0.88	0.50	0.46	0.83	0.45	0.45
	OKU	0.36	0.71	0.83	0.34	0.77	0.89	0.57	0.89	0.88
	FOM	0.79	0.47	0.46	0.79	0.49	0.46	0.74	0.47	0.44

(a) $\lambda = 1.0$ (b) $\lambda = 8.0$ (c) $\lambda = 16.0$ Şekil 2: Gürültülü ev imgesine ait ayırıtların $\lambda\tau$ -uzayı gösterimi (τ soldan sağa 0.0, 0.5, ve 1.0 değerlerini alıyor).