Yinelemeli ve Uyarlanır Ayrıt Saptayıcı Süzgeçleri

Binnur Kurt, Muhittin Gökmen
İstanbul Teknik Üniversitesi
Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
Maslak 80626, İstanbul
{kurt,gokmen}@cs.itu.edu.tr

Özetçe

Görüntü işlemede yüzey kurma, ayrıt saptama gibi değişik amaçlarla kullanılan süzgeçler, çoğunlukla bir ölçek parametresine bağlı olarak belirli bir destek bölgesinde bir benek için çıkış üretirler. Bu çıkış değerinin hesaplanmasında kullanılan işlem ve benek sayısı ölçek parametresinin değerine bağlı olarak değişmektedir. Deriche, belirli bazı kısmi diferansiyel denklemlerle ifade edilen süzgeçlerin hızlı hesabı için yinelemeli bir süzgeç önermiştir ([1],[2]). Yinelemeli süzgeç yapısında, işleme giren benek sayısı ölçek ile değişmeyip sabittir. Bu çalışmada yinelemeli süzgeç tasarımı iki boyutlu $\mathrm{R}(x,y;\lambda,\tau)$ ve $\mathrm{G}(x,y;\lambda,\tau)$ süzgeçlerine ([3]) uygulanmıştır. Daha sonra bu yinelemeli süzgeç uyarlanır süzgece genişletilmiştir.

1 Giriş

Ayrıt saptamada amaç, yoğunluk yüzeylerinden nesnelerin sınırlarına karşı düşen ayrıtların üretilmesidir. Üretilen bu ayrıtlar görüntü yüzeyindeki keskin değişimlerin neden olduğu süreksizlikler olarak kendini göstermektedir. Görüntü yüzeyindeki bu ani değişimin kaynağı nesnenin dış yüzeyinin yapısal özellikleri (örneğin örüntü, örtme) yada aydınlatma özellikleri (örneğin gölgeler, parlaklık) olabilir. Kaynağı ne olursa olsun, durağan bir görüntüdeki ayıtların saptanması, yüksek doğruluk gerektiren ayrıt temelli herhangi bir bilgisayar görü algoritmasının en önemli aşamasını oluşturmaktadır. Bir çok çevrit temelli görü algoritmasında (örneğin şekil-tabanlı sorgulama, çevrit-temelli görüntü çifti, çevrit-temelli görüntü sıkıştırma, ayrıt-temelli yüz tanıma ve ayrıt-temelli hedef tanıma) başarım büyük oranda saptanan ayrıtların doğruluğuna bağlıdır. Bu nedenle, ayrıt saptama ve yüzey kurma, bilgisayar görüde önemli araştırma konularından birini oluşturmaktadır.

Görüntülerin çok-ölçekli gösterimi daha önce görüntü işleme problemlerinin çözümünde önerilmiştir ([4],[5],[6]). Gökmen ve Jain çalışmalarında düzenlileştirme kuramı çerçevesinde yeni bir ölçek uzayı gösterimi elde etmişlerdir. Ayrıt saptamada ve yüzey kurmada kullanılan $\mathrm{R}(x,y;\lambda,\tau)$ ve $\mathrm{G}(x,y;\lambda,\tau)$ süzgeçleri zar ve levha modellerinin doğrusal bileşiminden oluşturulan karma modelin

$$E(f) = \iint_\Omega \|f-d\|^2 + \lambda\left((1-\tau)\|\nabla f\|^2 + \tau\left\|\nabla^2 f\right\|^2\right)d\Omega \tag{1}$$

en iyilenmesiyle elde edilmektedir. Bu çözüm

$$u(x,y) = \arg\min_f (E(f)) = R(x,y) * d(x,y) \tag{2}$$

ile verilen $u(x,y)$ olsun. Bu fonksiyonele ilişkin Euler-Lagrange denklemi

$$R - B\left(\frac{\partial^2 R}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 R}{\partial y^2}\right) + A\left(\frac{\partial^4 R}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 R}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 R}{\partial y^4}\right) = \delta(x,y) \tag{3}$$

kısmi diferansiyel denklemi (KDD) olarak elde edilmektedir. (3) ile verilen KDD'nin çözümü, $R(x,y)$, $\Delta = B^2 - 4A$ 'nın işaretine bağlı olarak değişmektedir. Bu çözümler Tablo.1'de verilmiştir.

Verilen (N,M) boyutunda bir imgenin λτ-uzayı gösterimi $64 \cdot N \cdot M \cdot \left(\min\left(1,\lambda^2\right)\right)^2$ adet çarpma ve toplama işlemi gerektirmektedir. Bu işlem sayısını azaltmak amacıyla λτ-uzayı gösterimi yinelemeli süzgeç olarak gerçekleştirilmiştir. İkinci bölümde yinelemeli süzgecin türetim yöntemi tanıtılacaktır.

2 Yinelemeli Süzgeçlerin Türetilmesi

Burada önce süzgeçlemenin nedenselliğini sağlamak amacıyla iki boyutlu $\mathrm{R}(x,y;\lambda,\tau)$ süzgeci düzlemde dört bölgeye ayrılmıştır:

$$R(m,n) = \begin{cases} R_{\mathrm{I}}(m,n) & m,n \geq 0 \\ R_{\mathrm{II}}(m,n) & m<0, n>0 \\ R_{\mathrm{III}}(m,n) & m,n \leq 0 \\ R_{\mathrm{IV}}(m,n) & m>0, n<0 \end{cases} \tag{4}$$

Şekil-1'de bu bölgeler verilmiştir. Ardından $\mathrm{R}(x,y;\lambda,\tau)$ süzgecinin her bir bölgedeki bileşeninin iki boyutlu Z dönüşüğü

$$H_{\mathrm{i}}(z_1^{-1},z_2^{-1}) = Z\{R_{\mathrm{i}}(m,n)\}; i \in \{I,II,III,IV\}$$

olmak üzere

$$H(z_1^{-1},z_2^{-1}) = H_{\mathrm{I}}(z_1^{-1},z_2^{-1}) + H_{\mathrm{II}}(z_1,z_2^{-1}) + H_{\mathrm{III}}(z_1,z_2) + H_{\mathrm{IV}}(z_1^{-1},z_2) \tag{5}$$

hesaplanır. Transfer fonksiyonunun, $H(z_1^{-1},z_2^{-1})$, genel biçimi $p,q \in \{-1,1\}$ olmak üzere

$$H(z_1^p,z_2^q) = H_{00}\frac{c_{00}+c_{10}z_1^p+c_{01}z_2^q+c_{11}z_1^pz_2^q+c_{20}z_1^{2p}+c_{21}z_1^{2p}z_2^q+c_{02}z_2^{2q}+c_{12}z_1^pz_2^{2q}+c_{22}z_1^{2p}z_2^{2q}}{d_{00}+d_{10}z_1^p+d_{01}z_2^q+d_{11}z_1^pz_2^q+d_{20}z_1^{2p}+d_{21}z_1^{2p}z_2^q+d_{12}z_1^pz_2^{2q}+d_{02}z_2^{2q}+d_{22}z_1^{2p}z_2^{2q}}$$

şeklinde verilebilir. Bu durumda giriş ile çıkış arasındaki ilişki

$$\begin{aligned} y(m,n) = H_{00} & \begin{bmatrix} c_{00}x(m,n) + c_{10}x(m-p,n) + c_{01}x(m,n-q) + c_{11}x(m-p,n-q) + \\ c_{20}x(m-2p,n) + c_{02}x(m,n-2q) + c_{21}x(m-2p,n-q) + \\ c_{12}x(m-p,n-2q) + c_{22}x(m-2p,n-2q)) - \end{bmatrix} \\ & - d_{10}y(m-p,n) - d_{01}y(m,n-q) - d_{11}y(m-p,n-q) \\ & - d_{20}y(m-2p,n) - d_{02}y(m,n-2q) - \\ & - d_{21}y(m-2p,n-q) - d_{12}y(m-p,n-2q) - d_{22}y(m-2p,n-2q) \end{aligned} \tag{6}$$

bağıntısı ile belirlenir. Δ'nın işaretine bağlı olarak dört farklı formda ifade edilen $R(m,n)$ süzgeçleri için hesaplanan transfer fonksiyonlarında görünen (6) ifadesinde verilen katsayılar Tablo.2'de verilmiştir. Dikkat edilirse giriş verildiğinde çıkış değerinin hesabı için sabit sayıda işlem yapılması gerekmektedir. İşlem sayısı, (6) ifadesinden, her bir çıkış için **48** çarpma ve **42** toplama olarak belirlenir.

Bu çalışmada ayrıca dördüncü dereceden karma yayınım denklemi ile (6) ile verilen yinelemeli sistem arasındaki ilişki kurulmuştur. Dördüncü dereceden karma yayınım denklemi

$$E(f) = \iint_\Omega \left(\|\nabla f\|^2 + \|Hf\|^2\right) d\Omega \tag{7}$$

enerji fonksiyonelini en aza indirgeyen kısmi diferansiyel denklemdir:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = (1-\tau)\lambda_r\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right) + \tau\lambda_s\left(\frac{\partial^4 f}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 f}{\partial y^4}\right) \tag{8}$$

(8) ifadesi

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right) \approx f_{m+1,n}^{k+1} + f_{m,n+1}^{k+1} + f_{m-1,n}^{k+1} + f_{m,n-1}^{k+1} - 4f_{m,n}^{k+1}$$

$$\left(\frac{\partial^4 f}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 f}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 f}{\partial y^4}\right)\approx f_{m+2,n}^{k+1}+f_{m,n+2}^{k+1}+f_{m-2,n}^{k+1}+f_{m,n-2}^{k+1}- \\ 8\left(f_{m+1,n}^{k+1}+f_{m,n+1}^{k+1}+f_{m-1,n}^{k+1}+f_{m,n-1}^{k+1}\right)+ \\ 2\left(f_{m+1,n+1}^{k+1}+f_{m-1,n+1}^{k+1}+f_{m+1,n-1}^{k+1}+f_{m-1,n-1}^{k+1}\right)+20f_{m,n}^{k+1}$$

fark operatörleri kullanılarak sayısallaştırılırsa

$$f_{m,n}^{k+1}-f_{m,n}^{k}=(1-\tau)\lambda_r\left(f_{m+1,n}^{k+1}+f_{m,n+1}^{k+1}+f_{m-1,n}^{k+1}+f_{m,n-1}^{k+1}-4f_{m,n}^{k+1}\right)+ \\ \tau\lambda_s\left(\begin{array}{l}f_{m+2,n}^{k+1}+f_{m,n+2}^{k+1}+f_{m-2,n}^{k+1}+f_{m,n-2}^{k+1}- \\ 8\left(f_{m+1,n}^{k+1}+f_{m,n+1}^{k+1}+f_{m-1,n}^{k+1}+f_{m,n-1}^{k+1}\right)+ \\ 2\left(f_{m+1,n+1}^{k+1}+f_{m-1,n+1}^{k+1}+f_{m+1,n-1}^{k+1}+f_{m-1,n-1}^{k+1}\right)+20f_{m,n}^{k+1}\end{array}\right) \tag{9}$$

elde edilir.

(9) ile verilen yayınım denklemine ilişkin transfer fonksiyonu

$$\hat{H}(z_1,z_2;\lambda_r,\lambda_s,\tau)=\frac{1}{\left(\begin{array}{l}(1+4(1-\tau)\lambda_r-20\tau\lambda_s)- \\ ((1-\tau)\lambda_r+8\tau\lambda_s)\left(z_1+z_2+z_1^{-1}+z_2^{-1}\right)- \\ \tau\lambda_s\left(\begin{array}{l}z_1^2+z_1^{-2}+z_2^2+z_2^{-2}+ \\ 2\left(z_1z_2+z_1^{-1}z_2+z_1z_2^{-1}+z_1^{-1}z_2^{-1}\right)\end{array}\right)\end{array}\right)} \tag{10}$$

biçimindedir. (5) ile verilen transfer fonksiyonları (10) transfer fonksiyonunun özel durumlarıdır. Bu şekilde yayınım denklemi yinelemeli süzgeçlerin özel bir gerçeklemesi olduğu söylenebilir. Dördüncü dereceden karma yayınım denkleminde

$$\lambda_r(m,n)=\lambda_r\left(\left\|\nabla_{m,n}^{k+1}f\right\|\right)$$
$$\lambda_s(m,n)=\lambda_s\left(\left\|H_{m,n}^{k+1}f\right\|\right)$$

biçiminde uyarlanır olarak belirlenmektedir.

3 Deneysel Sonuçlar

Önceki bölümde tanıtılan yinelemeli $R(m,n)$ süzgeçleri gerçek görüntüler üzerinde incelenmiştir. Tablo-3'de papağan imgesi için yinelemeli $R(m,n)$ süzgeçleri ile elde edilen $\lambda\tau$-uzayı gösterimi sonuçları verilmiştir. Bu sonuçlar Pentium-II 350 Mhz, Windows NT 5 kurulu bir kişisel bilgisayarda elde edilmiştir. Yürütme zamanları $\Delta > 0$ için 550ms, $\Delta < 0$ için 560ms, $\Delta = 0$ için 550ms ve $A = 0$ için 270ms şeklinde gerçekleşmiştir. Ayrıca yinelemeli $R(m,n)$ süzgeçleri dördüncü dereceden uyarlanır yayılım denklemini gerçeklemek amacıyla kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar Tablo-4'de özetlenmiştir.

Bu çalışmada lineer $R(m,n)$ süzgeçlerinin katlama toplamı yerine yinelemeli süzgeç biçiminde ölçek parametresinden bağımsız olarak, çok daha az ve sabit sayıda işlem kullanılarak gerçekleştirilebileceği gösterilmiştir. Ayrıca bu yinelemeli süzgecin aslında dördüncü dereceden uyarlanır yayılım denkleminin özel bir gerçeklemesi olduğu gösterilmiştir.

Kaynakça

[1] R. Deriche, “Recursively Implementing the Gaussian and its Derivatives,” Technical Report, INRIA RR-1893, April 1993. (http://www.inria.fr/rapports/sophia/RR-1893.html)

[2] R. Deriche, “Fast Algorithms for low level vision,” IEEE *Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.12(1), sayfa 78-87, 1990.

[3] B. Kurt, M. Gökmen, “Two Dimensional Generalized Edge Detector,” 10th International Conference on Image Analysis and Processing, sayfa 148-153, Venice, Italy, 1999.

[4] A. P. Witkin, “Scale-Space Filtering”, Proceedings of 8th International Joint Conference on AI, sayfa 1019-1027, 1983.

[5] P. Perona, J. Malik, “Scale-Space and Edge Detection Using Anisotropic Diffusion,” IEEE Transactions on PAMI, Vol. 12, No. 7, sayfa 629-639, 1990.

[6] J.A. Bangham, P.D. Ling, R. Harvay, “Scale-Space From Nonlinear Filters,” IEEE Transactions on PAMI, Vol. 18, No. 5, pp. 520-527, 1996.

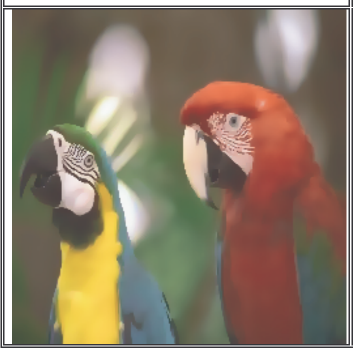
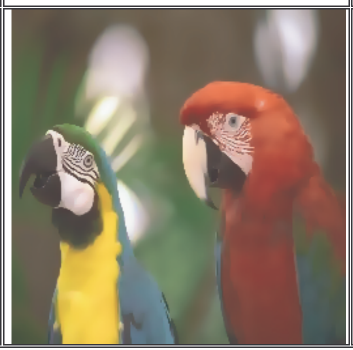
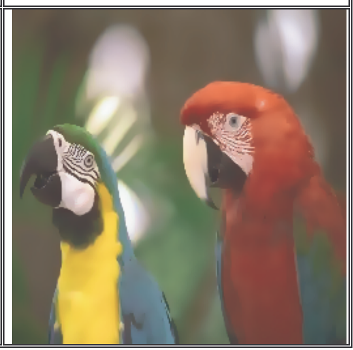
Tablo.1 $R(m,n)$ süzgeçleri

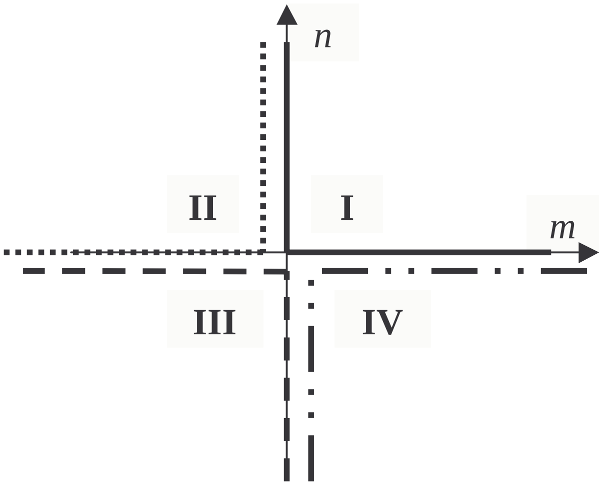
Durum	$R(m,n)$
$\Delta > 0$	$R(m,n) = H_{00}\left(ae^{-b(\lvert m\rvert + \lvert n\rvert)} - be^{-a(\lvert m\rvert + \lvert n\rvert)}\right)$ $H_{00} = \dfrac{a(1-e^{-a})^2\left(1+e^{-b}\right)^2 - b(1+e^{-a})^2\left(1-e^{-b}\right)^2}{(1-e^{-a})^2\left(1-e^{-b}\right)^2}$ $a = \sqrt{\dfrac{B+\sqrt{\Delta}}{4A}}, \qquad b = \sqrt{\dfrac{B-\sqrt{\Delta}}{4A}}$
$\Delta < 0$	$R(m,n) = H_{00}\left(\cos(\theta)\cos(\varphi(\lvert m\rvert + \lvert n\rvert)) + \sin(\theta)\sin(\varphi(\lvert m\rvert + \lvert n\rvert))\right)e^{-\frac{\cos(\theta)(\lvert m\rvert + \lvert n\rvert)}{\sqrt[4]{4A}}}$ $H_{00} = \dfrac{4}{\sqrt{A}\cos^3(\theta)\sin^2(2\theta)}, 2\theta = \arctan\left(\dfrac{\sqrt{\lvert\Delta\rvert}}{B}\right), \quad \varphi = \dfrac{1}{\sqrt[4]{4A}}\sin(\theta)$
$\Delta = 0$	$R(m,n) = \dfrac{\left(1-e^{-\frac{1}{\sqrt{B}}}\right)^4}{\left(1+\frac{2}{\sqrt{B}}e^{-\frac{1}{\sqrt{B}}} - e^{-\frac{2}{\sqrt{B}}}\right)^2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{B}}\lvert m\rvert + 1\right)\left(\dfrac{1}{\sqrt{B}}\lvert n\rvert + 1\right)e^{-\frac{1}{\sqrt{B}}(\lvert m\rvert + \lvert n\rvert)}$
$A = 0$	$R(m,n) = \left(\dfrac{1-e^{-\frac{1}{\sqrt{2B}}}}{1+e^{-\frac{1}{\sqrt{2B}}}}\right)^2 e^{-\left(\frac{(\lvert m\rvert + \lvert n\rvert)}{\sqrt{2B}}\right)}$

Tablo.2 $H(z_1^p, z_2^q)$ süzgeçleri

Durum		$R(m,n)$
$\Delta > 0$		$d_{00}=1, d_{10}=d_{01}=-(e^{-a}+e^{-b}), d_{11}=(e^{-a}+e^{-b})^2$ $d_{20}=d_{02}=e^{-(a+b)}, d_{21}=d_{12}=-e^{-(a+b)}(e^{-a}+e^{-b}), d_{22}=e^{-2(a+b)}$
	I	$c_{00}=(b-a), c_{10}=c_{01}=be^{-b}-ae^{-a}, c_{11}=ae^{-2a}-be^{-2b}$
	II	$c_{10}=\left(ae^{-b}-be^{-a}\right), c_{11}=c_{20}=e^{-(a+b)}(b-a), c_{21}=\left(ae^{-a}+be^{-b}\right)e^{-(a+b)}$
	III	$c_{01}=\left(ae^{-b}-be^{-a}\right), c_{11}=c_{02}=e^{-(a+b)}(b-a), c_{12}=\left(ae^{-a}+be^{-b}\right)e^{-(a+b)}$
	IV	$c_{11}=\left(ae^{-2b}-be^{-2a}\right), c_{21}=c_{12}=\left(be^{-2a}-ae^{-2b}\right), c_{22}=(a-b)e^{-2(a+b)}$
$\Delta < 0$		$d_{00}=1, d_{10}=d_{01}=-2\cos(w), d_{11}=4\cos^2(w)$ $d_{20}=d_{02}=e^{-2\alpha}, d_{21}=d_{12}=-2e^{-2\alpha}\cos(w), d_{22}=e^{-4\alpha}$
	I	$c_{00}=\cos(\theta), c_{10}=c_{01}=e^{-\alpha}\cos(w-\theta), c_{11}=e^{-2\alpha}\cos(2w-\theta)$
	II	$c_{00}=\cos(\theta), c_{10}=-e^{-\alpha}\cos(w-\theta), c_{01}=-e^{-\alpha}\cos(w+\theta), c_{11}=e^{-2\alpha}\cos(\theta)$
	III	$c_{00}=\cos(\theta), c_{10}=-e^{-\alpha}\cos(w-\theta), c_{01}=-e^{-\alpha}\cos(w+\theta), c_{11}=e^{-2\alpha}\cos(\theta)$
	IV	$c_{00}=\cos(\theta), c_{10}=c_{01}=e^{-\alpha}\cos(w-\theta), c_{11}=e^{-2\alpha}\cos(2w-\theta)$
$\Delta = 0$		$d_{00}=1, d_{10}=d_{01}=-2e^{-\frac{1}{\sqrt{B}}}, d_{11}=4e^{-\frac{2}{\sqrt{B}}}\ d_{20}=d_{02}=e^{-\frac{2}{\sqrt{B}}}, d_{21}=d_{12}=-2e^{-\frac{3}{\sqrt{B}}}, d_{22}=e^{-\frac{4}{\sqrt{B}}}$
	I	$c_{00}=1, c_{10}=c_{01}=\left(\frac{1}{\sqrt{B}}-1\right)e^{-\frac{1}{\sqrt{B}}}, c_{11}=e^{-\frac{2}{\sqrt{B}}}\left(\frac{1}{\sqrt{B}}-1\right)^2$
	II	$c_{10}=\left(\frac{1}{\sqrt{B}}+1\right)e^{-\frac{1}{\sqrt{B}}}, c_{11}=e^{-\frac{2}{\sqrt{B}}}\left(\frac{1}{B}-1\right), c_{20}=-e^{-\frac{2}{\sqrt{B}}}, c_{21}=-e^{-\frac{3}{\sqrt{B}}}\left(\frac{1}{\sqrt{B}}-1\right)$
	III	$c_{01}=\left(\frac{1}{\sqrt{B}}+1\right)e^{-\frac{1}{\sqrt{B}}}, c_{11}=e^{-\frac{2}{\sqrt{B}}}\left(\frac{1}{B}-1\right), c_{02}=-e^{-\frac{2}{\sqrt{B}}}, c_{12}=-e^{-\frac{3}{\sqrt{B}}}\left(\frac{1}{\sqrt{B}}-1\right)$
	IV	$c_{11}=\left(\frac{1}{\sqrt{B}}+1\right)^2 e^{-\frac{2}{\sqrt{B}}}, c_{21}=c_{12}=-\left(\frac{1}{\sqrt{B}}+1\right)e^{-\frac{3}{\sqrt{B}}}, c_{22}=e^{-\frac{4}{\sqrt{B}}}$
$A = 0$		$d_{00}=1, d_{10}=d_{01}=-e^{-\frac{1}{\sqrt{2B}}}, d_{11}=e^{-\frac{2}{\sqrt{2B}}}$
	I	$c_{00}=1$
	II	$c_{10}=e^{-\frac{1}{\sqrt{2B}}}$
	III	$c_{01}=e^{-\frac{1}{\sqrt{2B}}}$
	IV	$c_{11}=e^{-\frac{2}{\sqrt{2B}}}$

Tablo 4. Papağan imgesinin uyarlanır λτ-uzayı gösterimi

τ=0.0	τ=0.5	τ=1.0
		



Şekil.1 (m,n) düzleminde tanımlı bölgeler ve sınırları.

Tablo 3. Papağan imgesi için λτ-Uzayı gösterimi

λ/τ	0.0	0.5	1.0
1.0			
4.0			
16.0