

YÖNSEL ANİZOTROPİK DİFÜZYON KULLANILARAK GÖRÜNTÜ İYİLEŞTİRME

Binnur KURT

İstanbul Teknik Üniversitesi,
Elektrik-Elektronik Fakültesi, Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
kurt@cs.itu.edu.tr

ÖZETÇE. Bu çalışmada, ölçek-uzayı filtreleme yöntemlerinden biri olan anizotropik difüzyon denklemi, zamanda çözülerek, farklı topolojilere sahip ayrıtların korunarak gürültünün süzülmesini sağlayan yeni bir yöntem geliştirilmiştir. Önceki çalışmalarda ([1],[2],[3],[4]) karşılaşılan en büyük problem, süzgeçlenen görüntünün, difüzyonu kontrol etmekte kullanılan iletkenlik fonksiyonunun ve parametresinin seçimine oldukça bağımlı olmasıdır ([5]). Geliştirilen yeni yöntemde, iletkenlik parametresi adaptif olarak belirlenebilmekte ve böylelikle çözümün bu parametreye daha az duyarlı olması sağlanmaktadır. Ayrıca, yeni yöntemle difüzyonun doğrultusu daha etkin bir biçimde kontrol edilebilmekte ve böylelikle görüntüdeki gürültü süzülürken, jonksiyon, köşe gibi görüntüye ait yapısal özellikler, bu doğrultudaki ayrıtların korunmasıyla iyileştirilmektedir.

1 GİRİŞ

Görüntü işleme ve bilgisayarla görü uygulamalarında başarımlı, çoğu kez görüntünün elde edilmesi yada daha sonraki aşamalarında oluşan bozulmaların (bindirilmiş gürültü, bulanıklaşma gibi), görüntüye ait önemli özelliklerin (ayrıtlar, örüntü gibi) korunarak giderilmesine bağlıdır. Bu çalışmada özellikle ayrıtların korunarak gürültünün süzülmesi problemi ele alınmıştır. Bir görüntüde nesne sınırlarına karşılık gelen ve görüntüdeki bölütleri birbirinden ayıran ayrıtlar, görüntüyü tanımlayan önemli özelliklerden biridir. Ayrıt saptamada yaygın olarak görüntüye ait yerel gradyan büyüklüğünden yararlanılır ([6],[7]). Ancak gradyan operatörü gürültüye oldukça duyarlıdır. Bu nedenle gradyan değeri hesaplanmadan önce görüntü yumuşatılır. Bu ise ayrıtların bozulmasına neden olur. Ayrıtların korunarak gürültünün süzülmesi problemi bu çalışmanın çıkış noktasını oluşturmaktadır.

Görüntü iyileştirme yöntemlerini temelde üç sınıfa ayırmak mümkündür. Birinci sınıfta yer alan yöntemler (doğrusal ölçek-uzayı filtrelemesi), Gauss yada $R_{\lambda,\tau}$ ([7]) filtreleri gibi sabit bir filtrenin görüntüye uygulanması şeklindedir. Bu yöntemler gürültüyü süzmekle birlikte, görüntüye ait özelliklerin önemli ölçüde bozulmasına neden olmaktadır. Doğrusal olmayan süzgeçlerden istatistiksel süzgeçler, belirli bir komşuluk içinde yer alan benek değerlerini bir sıralamaya sokar ve bu sıralanmış değerlerden özgün benek değeri kestirilmeye çalışılır. Ortanca süzgeçte, bu sıralamada ortada yer alan eleman kullanılır. Bu sınıfa giren yöntemlere örnek olarak Seyrekleştirilmiş Ortanca Süzgeç ([8]) ve α -kestirimli ortalama filtresi verilebilir ([9]). Görüntü iyileştirme için son yıllarda önerilen lineer olmayan yöntemler arasında anizotropik difüzyon denklemi oldukça etkin bir çözüm sunmaktadır [10]. Burada doğrusal olmayan istatistiksel süzgeçlerden farklı olarak, belirli bir pencere içindeki benek değerlerinin sıralanması yerine, bazı benek değerleri bu komşuluktan dışlanır. Geriye kalan komşu benek değerlerinden özgün benek değeri belirlenmeye çalışılır.

İkinci bölümde lineer olmayan difüzyon denklemi ve difüzyon süreci tanıtılmaktadır. Üçüncü bölümde var olan çözümlerin problemleri ve geliştirilen yeni yöntem verilmektedir. Son bölümde ise geliştirilen

yöntemin başarımı yapay ve gerçek görüntüler üzerinde yapılan deney sonuçlarıyla test edilmekte ve diğer yöntemlerle karşılaştırılmaktadır.

2 Anizotropik Difüzyon Denklemi

Lineer difüzyon denkleminin, $I_0(x)$ başlangıç görüntüsü olmak üzere zamanda çözüm, görüntünün Gauss fonksiyonunun çekirdeğini oluşturduğu ölçek-uzay gösterilimini verir :

$$\frac{\partial}{\partial t} I(x, y; t) = K \Delta I(x, y; t) \quad ((x, y) \in R, t \in [0, T]); \quad \frac{\partial}{\partial t} I(x, y)|_{\partial R} = 0; \quad I(x, y; 0) = I_0(x, y) \quad (1)$$

Burada K iletim katsayısı olarak adlandırılan bir sabittir. K ile Gauss fonksiyonu arasında

$$N(x, y; \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \frac{-(x^2 + y^2)}{2\sigma^2}, \quad \sigma^2 = 4\pi K \quad (2)$$

şeklinde bir ilişki mevcuttur. Ölçek-uzayı filtrelemesinde, nedensellik özelliğini sağlayan tek çekirdeğin Gauss fonksiyonu, dolayısı ile nedensellik özelliğini sağlayan tek lineer diferansiyel denklemin difüzyon denklemi olduğu gösterilmiştir [11].

Lineer olmayan difüzyon denklemi ise

$$\frac{\partial}{\partial t} I(x, y) = \text{div}(c(\|\nabla I\|)\nabla I) \quad (3)$$

olarak verilmektedir. Burada iletim katsayısı, $c(\|\nabla I\|)$, $\|\nabla I\|$ 'nın monoton azalan bir fonksiyonudur ve görüntü boyunca değişmektedir. $c(\|\nabla I\|)$ fonksiyonu ayrıt üzerindeki noktalarda küçük ve bölge üzerindeki noktalarda büyük değerler alacak şekilde seçilir. Perona ve Malik çalışmalarında [1]

$$c(\|\nabla I\|) = \exp\left(-\frac{\|\nabla I\|^2}{K^2}\right) \quad \text{ve} \quad c(\|\nabla I\|) = \frac{1}{1 + \frac{\|\nabla I\|^2}{K^2}} \quad (4)$$

fonksiyonlarını önermiştir. Difüzyon denkleminin iyi konumlandırılmış olması için $c(\|\nabla I\|)$ fonksiyonu $c'(\infty) = 0$ olacak şekilde seçilmelidir [5].

Görüntüye ait farklı özellikler farklı gradyan seviyelerinde ortaya çıktığından, $c(\cdot)$ fonksiyonlarında görünen K parametresi zamanın azalan fonksiyonu olarak, $K(t)$, seçilmelidir [12]. Böylelikle iterasyonun başlarında $K(t)$ büyük seçilerek gürültü süzülürken, K azaldıkça başlangıçta bozulan ayrıtlar iyileştirilecektir. Ancak elde edilen sonuçlar, $K(t)$, fonksiyonunun ve difüzyon süresinin, T , seçimine oldukça bağlıdır. Bu çalışmada, elde edilen görüntünün $K(t)$ fonksiyonunun ve difüzyon süresinin, T , seçimine bağlı olmadığı yeni bir yöntem geliştirilmiştir. Bir sonraki bölümde yeni yöntem tanıtılacaktır.

3 ALGORİTMA

Difüzyon denklemi, belirli doğrultulardaki difüzyonlar cinsinden yeniden

$$\nabla I = \left[\frac{\partial I}{\partial d_1}, \frac{\partial I}{\partial d_2}, \dots, \frac{\partial I}{\partial d_N} \right]^T, \quad \frac{\partial I}{\partial d_i} \Big|_p = I(p + d_i) - I(p), \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$\frac{\partial I(x, y)}{\partial t} = \text{div}(C \nabla I) \quad (5)$$

$$C = [C_{ij}], \quad C_{ij} = \begin{cases} g\left(\left|\frac{\partial I}{\partial d_i}\right|\right) & i = j \\ g\left(\left|\frac{\partial I}{\partial (d_i + d_j)}\right|\right) & i \neq j \text{ ve } d_i + d_j \neq \mathbf{0} \\ 0 & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (6)$$

şeklinde yazılabilir. Burada g fonksiyonu $g(0) = 1$ olmak üzere monoton azalan bir fonksiyondur ve bu çalışmada (4) ile verilen fonksiyonlar kullanılmıştır. Gürültünün benek değerlerinin homojen dağıldıkları bölgelerde yumuşatılması amacıyla, benek değerlerini iki sınıfa ayırıyoruz. Basitlik açısından iki sınıf gözönüne alınmıştır :

$$\begin{aligned} C^+(p) &= C_p^+ = \{q | R(p, q) = 1, q \in N(p)\} \\ C^-(p) &= C_p^- = \{q | R(p, q) = 0, q \in N(p)\} \end{aligned} \quad (7)$$

Burada $R(p)$ fonksiyonu, p noktasının komşuluğunda, $N(p)$, p noktasındaki benek değerine göre yaklaşık homojen dağılan noktalar için 1, aksi halde 0 değeri alan bir fonksiyondur. $R(p)$ fonksiyonu $N(p)$ kümesini, $C^+(p)$ ve $C^-(p)$ olmak üzere iki ayrı kümeye böler : $N(p) = C^+(p) \cup C^-(p)$. Şekil-1'de $R(p)$ fonksiyonu için iki öneri verilmiştir. $C^+(p)$ ve $C^-(p)$ kümeleri görüntüye ilişkin yerel geometri bilgisini taşımaktadır. Difüzyonun doğrultusu bu geometri bilgisi kullanılarak kontrol edilmiştir. Şekil-2'de 5×5 boyutunda $N(p)$ penceresi içinde oluşabilecek konfigürasyonlara birkaç örnek verilmiştir. p noktası, Şekil-2(a)'da bir ayırıt noktası, Şekil-2(b)'de bir köşe noktası ve Şekil-2(c)'de ise bir V jonksiyonu üzerinde yer almaktadır. Şekil-2(d)'de p noktasının ayırıt civarında olduğu bir konfigürasyon verilmiştir. Şekil-2(e),(f)'de verilen örneklerde, p noktasının, geometrik olarak, $C^+(p)$ kümesine değil, $C^-(p)$ kümesine ait olması gerektiği görülmektedir.

Ancak gürültü nedeniyle, bir görüntüde Şekil-2'de verilenden çok daha fazla sayıda konfigürasyon vardır. Gerçekte ise bir görüntü için geometrinin sürekliliğinden dolayı, $C^+(p)$ ve $C^-(p)$ kümelerinin alabileceği değerler küçük bir alt küme oluşturmaktadır. Şekil-3'de örnek bir alt küme verilmiştir. Verilen bir $C^+(p)$ ve $C^-(p)$ kümesinin bu konfigürasyonlardan hangisine karşı düştüğü Şekil-3'de verilen maskeler, $M = \{M_i, i = 1, 2, \dots, S\}$, yardımıyla

$$M_d = \arg \max_{1 \leq i \leq S} \{M_i \star (C^+(p) \cup C^-(p))\} \quad (8)$$

şeklinde hesaplanır. Herbir sınıf içindeki en büyük, $|\frac{\partial I}{\partial d_i}|_p$ değerlerini $K_{max}^+(p)$ ve $K_{max}^-(p)$ ile gösterelim. Bu durumda $[\tilde{C}(p)]$ matrisi görüntü boyunca

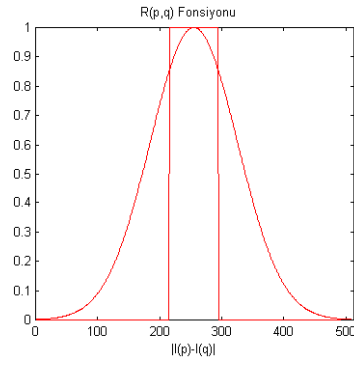
$$C^{\sim}(p) = M_d(p) \star C(p) \quad (9)$$

şeklinde belirlenir. Bir sonraki bölümde, tanıtılan algoritmanın, yapay ve gerçek görüntülere uygulanmasıyla elde edilen sonuçlar verilecektir.

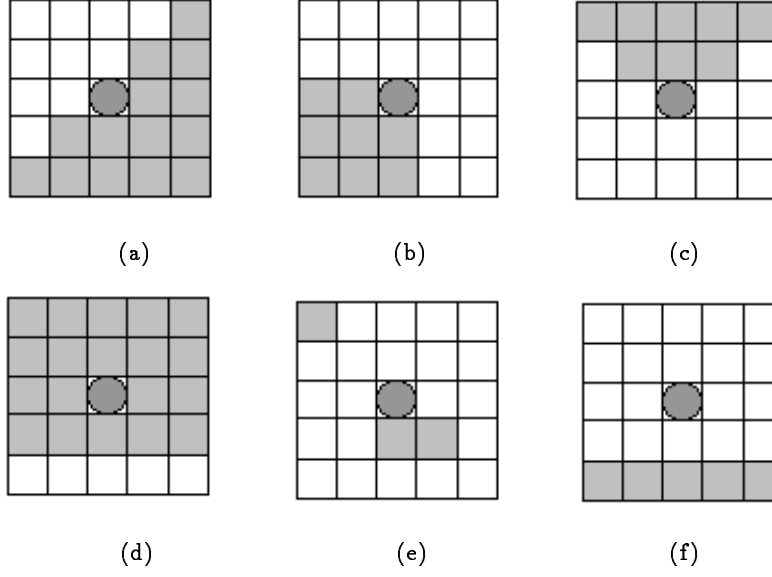
4 DENEYSEL SONUÇLAR

Önceki bölümde tanıtılan yöntem, farklı topolojilere sahip ayırıt jonksiyonlarını koruyarak gürültüleri süzdüğünü göstermek amacıyla, çeşitli yapay görüntülere uygulanmıştır. Bu çalışmada, $c(\|\nabla I\|)$ olarak $c(\|\nabla I\|) = \exp(-\frac{\|\nabla I\|^2}{K_p^2(t)})$, $K_p(t) = \alpha K_{max}^+(p)$, $\alpha \leq 1.0$ seçilmiştir. Şekil-4(a)'da özgün ve (b)'de $N(0.0, 20.0)$ oranında gürültü eklenmiş görüntüler verilmiştir. Şekil-4(c)'de ortanca süzgeç ve (d)'de $R_{\lambda\tau}$ filtresi ile elde edilen sonuçlar verilmiştir. Ortanca süzgeç ayırıtları koruyarak gürültüyü süzmesine karşın köşe ve X jonksiyonlarında önemli ölçüde bozulmaya neden olmaktadır. $R_{\lambda\tau}$ süzgeci ise gürültüyü süzmekle birlikte, görüntüye ait önemli özelliklerin bozulmasına neden olmaktadır. Şekil-4(e)'de geliştirilen yeni yöntemle elde edilen sonuç verilmiştir. Elde edilen sonuçtan hem ayırıtların ve hem de köşe ve jonksiyonların korunduğu gözlenmektedir.

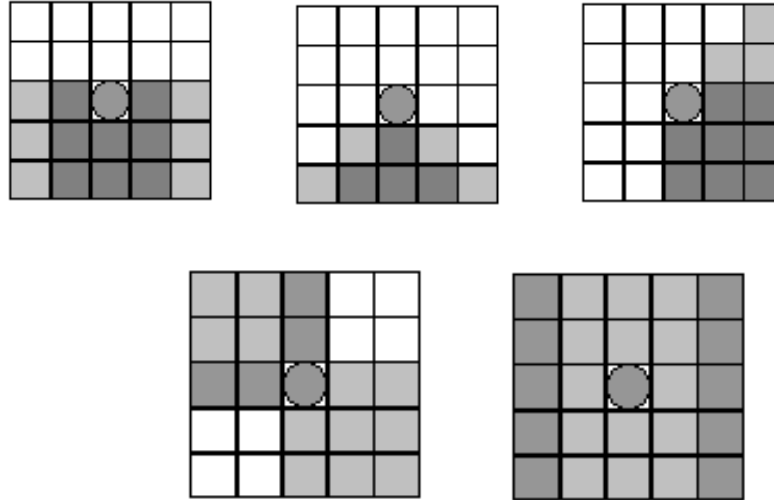
Difüzyon denkleminin, ortanca süzgece oranla dürtün gürültüyü süzmekte başarısız olduğu bilinmektedir. Doğrusal olmayan difüzyon denklemiyle elde edilen yeni formülasyonla, bu tür gürültülerin daha başarılı biçimde süzülebilmesi sağlanmıştır. Buna ilişkin sonuçlar şekil-5'de verilmiştir. Şekil-5(a)'da özgün ve (b)'de yüksek oranda bozulmuş Ev görüntüleri verilmiştir. Şekil-5(c)'de ortanca süzgeçle ve (d)'de yeni yöntemle elde edilen sonuçlar verilmiştir. Bu örnekten görüldüğü gibi difüzyon denkleminin yeni formülasyonu, dürtün gürültüyü süzmede, ortanca süzgeç kadar başarılı olmaktadır.



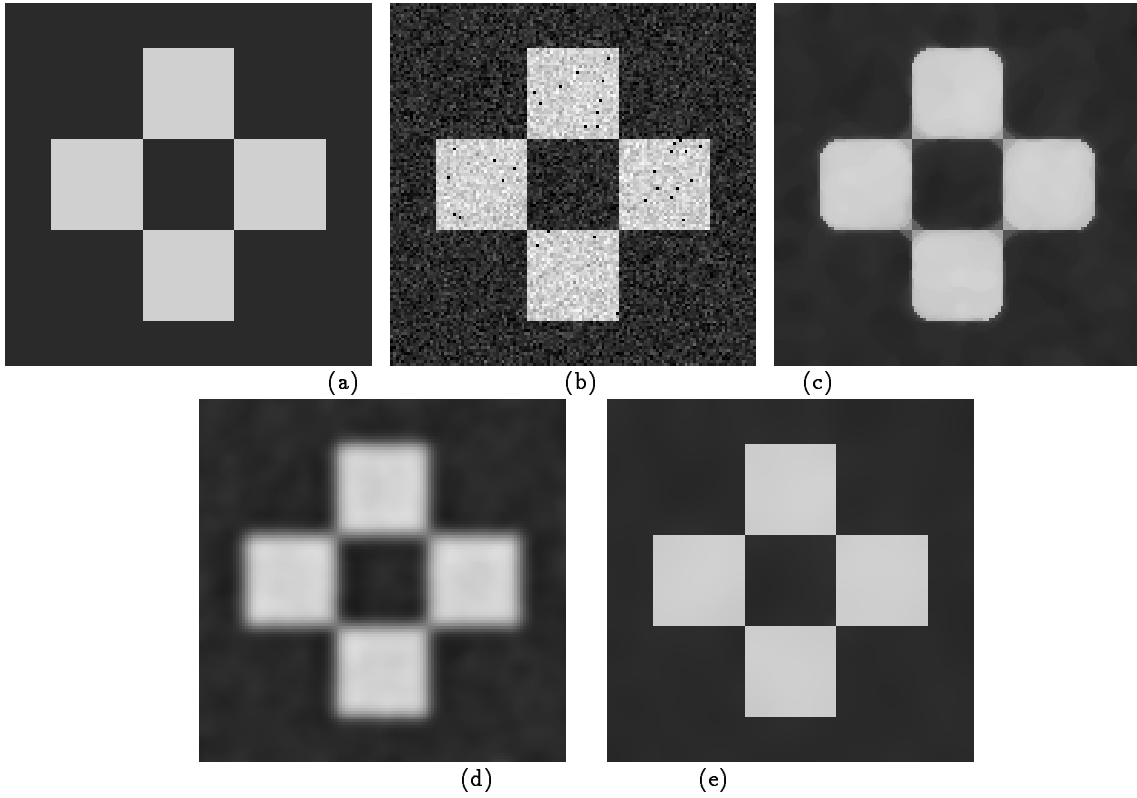
Şekil 1. $R(p)$ fonksiyonu



Şekil 2. $C^+(p)$ ve $C^-(p)$ kümelerine ilişkin çeşitli örnekler.



Şekil 3. Örnek bir alt küme.



Şekil 4. (a) Özgün Dama görüntüsü, (b) Bindirilmiş gürültü eklenmiş Dama görüntüsü ($N(0.0, 20.0)$), (c) Ortanca süzgeç cevabı : İterasyon sayısı 6, Filtre boyu 5×5 , ($NMSE = 18.16, SNR = 34.10$), (d) $R_{\lambda\tau}$ cevabı : $\lambda = 10.0, \tau = 1.0$, ($NMSE = 29.08, SNR = 24.70$), (e) Yeni yöntemle elde edilen sonuç : İterasyon sayısı 45, $\alpha = 0.85$, ($NMSE = 2.46, SNR = 74.08$).

REFERANSLAR

1. P. Perona, J. Malik, "Scale-Space and Edge Detection using Anisotropic Diffusion," *IEEE Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.12, sayfa 629-639, Nisan 1990.
2. Andrew P. Witkin, "Scale-space Filtering," *International Joint Conference on Artificial Intelligence*, Vol. 2, sayfa 1019-1022, Ağustos, 1983.
3. F. Torkomani-Azar ve K. E. Tait, "Image Recovery Using the Anisotropic Diffusion Equation", *IEEE Transactions on Image Processing*, Vol. 5, sayı 11, sayfa 1573-1577, 1997.
4. G. Derig, O. Kübler, R. Kikinis ve F.A. Jolesz, "Nonlinear Anisotropic Filtering of MRI Data", *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol. 11, sayı 2, sayfa 221-232, 1992.
5. Y.-L. You, W. Xu, A. Tannenbaum, M. Kaveh, "Behavioral Analysis of Anisotropic Diffusion in Image Processing," *IEEE Trans. On Image Processing*, Vol.5, sayfa 1539-1553, Nisan 1996.
6. J. Canny, "A computational approach to edge detection", *IEEE Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 8, No. 6, sayfa 679-698, 1987.
7. Muhittin Gökmen, A.K. Jain, " $\lambda\tau$ -Space Representation of Images and Generalized Edge Detector," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 19, sayfa 545-563, Haziran 1997.
8. Lale Akarun, Richard A. Haddad, "İmge İşleme için Uyarlanı Ortanca Süzgeçler," *1. Sinyal İşleme ve Uygulamaları Kurultayı*, sayfa 82-87, Nisan 1993.
9. J.B. Bedner, T.L. Watt, " α -trimmed means and their relations to median filters," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, ASSP-32, sayfa 145-153, 1984.
10. B. Romeny (editör), "Geometry-driven diffusion in Computer Vision," Kluwer, 1994.



(a)



(b)



(c)



(d)

Şekil 5. (a) Özgün Ev görüntüsü, (b) Dürtün, $N(0.0, 10.0)$ gürültü eklenmiş Ev görüntüsü, (c) Ortanca süzgeç cevabı : İterasyon sayısı 6, filtre boyu 5×5 , ($NMSE = 24.02$, $SNR = 28.52$), (d) Yeni yöntemle elde edilen sonuç : İterasyon sayısı 55, ($NMSE = 22.55$, $SNR = 29.78$).

11. Jean Babaud, Andrew P. Witkin, Micheal Babaud, Richard Duda, "Uniqueness of the Gaussian Kernel for Scale-Space Filtering," *IEEE Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.8, sayfa 26-33, Ocak 1986.
12. Xiaoping Li, Tongwen Chen, "Nonlinear Diffusion with Multiple Edginess Thresholds", *Pattern Recognition*, Vol. 27, sayfa 1029-1037, Ağustos 1994.