

# **BÖLÜM 11**

## **PERVANE TEORİSİ**

11.1. Giriş

11.2. Froude disk teorisi ile pervanenin incelenmesi

11.3. Pervane Katsayıları :

11.3.1. Çekme katsayısının boyut analizi ile bulunması:

11.3.2. Moment Katsayısı:

11.4. Pervane verimi, güç katsayısı ve tesirlilik faktörü

11.4.1. Pervane verimi

11.4.2. Güç katsayısı

11.4.3. Tesirlilik faktörü

11.5. Pala elemanı teorisi

11.5.1. Pervanenin hatvesi

11.5.2. Geometrik hatvenin pervane performansı üzerine etkisi

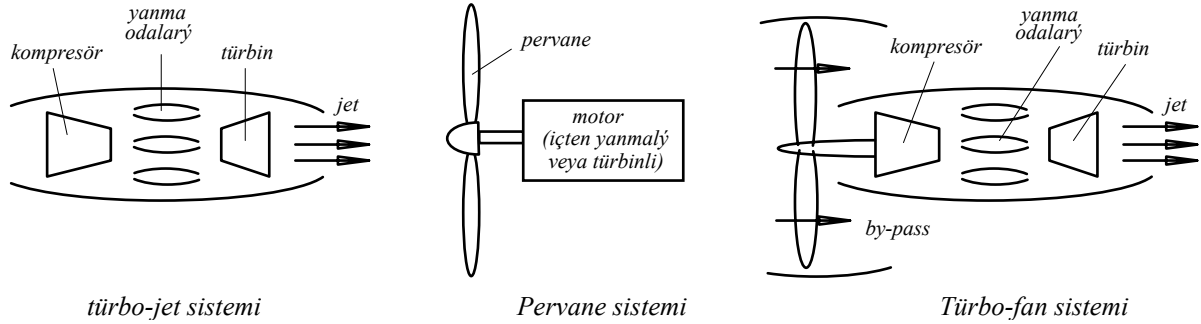
11.5.3. Pervane etrafındaki akım alanı

11.5.4. Pala elemanının performansı

### 11.1. Giriş:

Bir uçağı ileri doğru çeken kuvvet akışkan kütlesinin geriye doğru, momentumunun artırılarak sevk edilmesi suretiyle elde edilir. Sözü edilen momentum artımı genellikle :

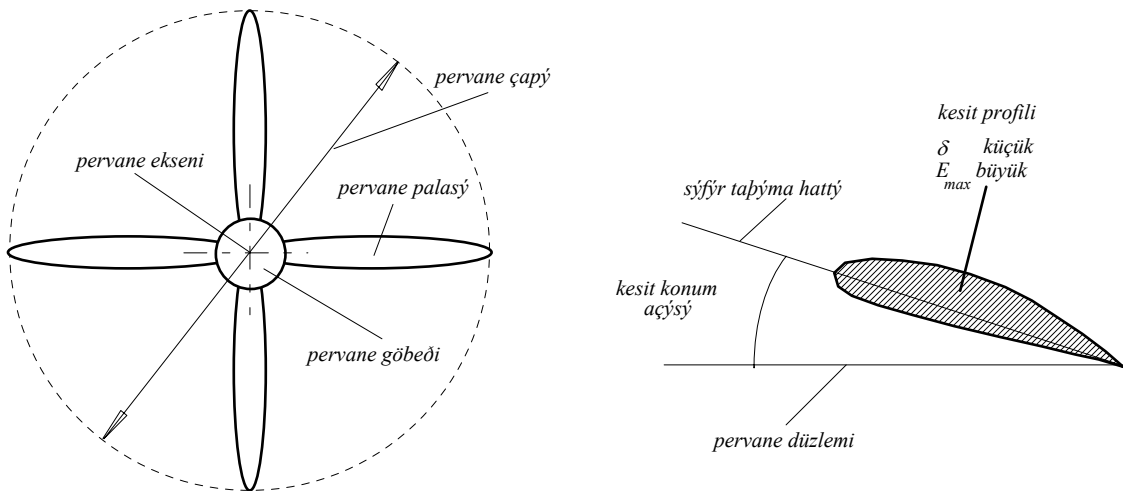
- Bir türbojet motorunda havanın önce sıkıştırılıp, sonra ısıtılarak genişletilmesi suretiyle,
- Bir pervane ile havanın geriye doğru hızlandırılması suretiyle, veya
- Modern, yüksek by-pass'lı türbojet motorlarında kısmen türbinde genişlemeyle ve kısmen de pervane ile hızlandırmak suretiyle elde edilir (Şekil 11.1).



Şekil 11.1 : Uçaklarda güç sistemleri

Pervane, içten yanmalı bir motorun veya türbinli bir motorun (türbo-prop) ürettiği mekanik enerjiyi, önündeki hava kütlesini uçağın hareket yönüne zıt yönde hızlandırmak suretiyle ileri doğru bir çekme kuvvetine dönüştürür.

Bir pervane göbeği etrafında eşit açısız aralıklarla konumlandırılmış ve pervane palası adı verilen kanatçıklardan meydana gelir. Pala sayısı genellikle 2, 3 veya 4 olur. Palaların kesit profillerinin kalınlık oranı genellikle küçük ancak maksimum finesleri büyüktür. Pervanenin de etrafında döndüğü göbek eksenine pervane eksenine, pala uçlarının izdüşümü olan daire çemberinin çapına ise pervane çapı adı verilir (Şekil 11.2).



Şekil 11.2 : Pervane geometrisi ve kesit profili

Pervane palasının açıklığına dik bir düzlemlle kesilmesi suretiyle elde edilen kesit profilinin veterinin pervanesinin içinde döndüğü düzlemlle yaptığı açıya kesit konum açısı denir. İleride görüleceği üzere kesit konum açısı pala açıklığı boyunca değişir. Yani pervane palaları genellikle burulmuş kanatlar gibidir.

Herhangi bir kesitindeki konum açısı sabit olan pervaneye sabit hatveli pervane, konum açısı değişen pervaneye ise değişken hatveli pervane adı verilir.

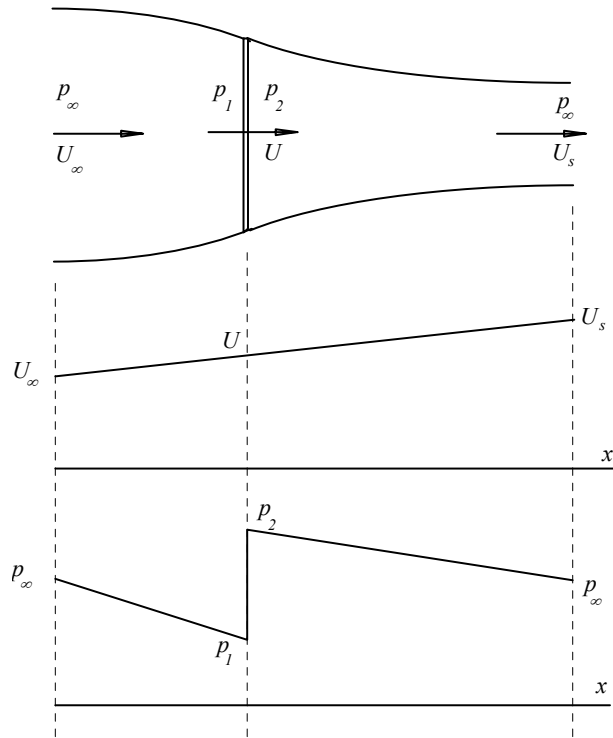
Pervanelerin analiz ve dizaynına yönelik olarak geliştirilmiş olan iki önemli klasik teori mevcuttur: Froude Disk Teorisi, Pala Elemanı Teorisi. Bu bölümün devamında bu iki teori ele alınacaktır.

### 11.2. Froude disk teorisi ile pervanesinin incelenmesi:

Froude tarafından geliştirilen ideal disk teorisinde pervane yerine aynı çapta sonsuz ince bir disk alınarak bu diskten geçen havanın kazandığı momentum incelenir. Ancak bu inceleme sırasında şu kabuller yapılır:

- Diskten geçen akışkan statik basınç artımı şeklinde bir enerji kazanır. Kazanılan enerji diskin her tarafında aynıdır.
- Diskin her tarafından geçen hava zerreciklerinin hızları aynıdır. Akım daimi ve girdapsızdır. Pervane çıkışındaki girdaplar ihmal edilir.

Bu kabuller altında diski geçen akışkan kütlelerinin Şekil 11.3 'deki gibi bir akım borusu oluşturduğu düşünülebilir.



Şekil 11.3 : Taşıyıcı disk

Pervanenin önünde ve yeterince uzağında hava, uçağın hızına eşit bir  $U_\infty$  hızıyla pervaneye doğru gelmekte ve pervaneye yaklaştıkça hızlanarak disk üzerinde  $U$  hızına erişmektedir. Diskten sonra hızlanmasına devam ederek yeterince geride  $U_s$  hızına erişmektedir. Bu hız artışına paralel olarak havanın statik basıncı da pervaneye yaklaştıkça azalarak diskin önünde  $p_1$  değerine inmekte, diskten kazandığı enerji ile diskin gerisinde  $p_2$  değerine artmakta ve diskin gerisinde giderek düşmek suretiyle yeniden sonsuzdaki  $p_\infty$  statik basıncına inmektedir.

Şimdi, akım girdapsız kabul edildiğine göre diskin önündeki ve gerisindeki bölgelerde ayrı ayrı olmak üzere Bernoulli denklemi birer defa

$$\begin{aligned} p_\infty + \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 &= p_1 + \frac{1}{2}\rho U^2 \\ p_\infty + \frac{1}{2}\rho U_s^2 &= p_2 + \frac{1}{2}\rho U^2 \end{aligned} \quad (11.1)$$

şeklinde uygulanarak bu iki bağıntıdan,

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2}\rho(U_s^2 - U_\infty^2) \quad (11.2)$$

yazılabilir. Diskin alanı  $S$  olmak üzere, diskin ön ve arkasındaki basınçların farkının disk üzerinde yarattığı ileri doğru çekme kuvveti  $T$  için

$$T = (p_2 - p_1)S \quad (11.3)$$

veya (11.2) bağıntısı kullanılarak

$$T = \frac{1}{2}\rho(U_s^2 - U_\infty^2)S \quad (11.4)$$

yazılabilir.

Diğer taraftan birim zamanda diskten geçen havanın kütleli debisi  $\rho SU$  olup, diskin hava hızında yarattığı artma da  $U_s - U_\infty$  olduğuna göre momentum teoremi yardımıyla, akışkanın momentumundaki artış çekme kuvvetine eşitlenerek

$$T = \rho SU(U_s - U_\infty) \quad (11.5)$$

yazılabilir. Bu durumda (11.4) ve (11.5) bağıntıları eşitlenerek

$$U = \frac{(U_s + U_\infty)}{2} \quad (11.6)$$

elde edilir. Buna göre disk üzerinden geçen havanın hızı serbest akım hızı ile pervanenin gelişmiş izindeki hava hızının aritmetik ortalamasına eşit olmaktadır.

### *Diskin ideal verimi :*

Diskin yeterince önünde ve yeterince gerisinde havanın statik basıncı aynı  $p$  değerine sahip, buna karşılık birim akışkan kütlelerinin kinetik enerjisi diskin önünde yeterince uzağında  $(1/2)\rho U_\infty^2$  iken diskin gerisinde ve uzağında  $(1/2)\rho U_s^2$  olmaktadır. Buna göre diski geçen akışkanın

enerjisindeki artış  $(1/2)(U_s^2 - U_\infty^2)$  olup diski birim zamanda geçen akışkanın enerjisindeki değişme (artım)

$$\frac{dE}{dt} = \rho S U \frac{1}{2} (U_s^2 - U_\infty^2) \quad (11.7)$$

olur. Bu sonucu ifade diskin, yani pervanenin havayı hızlandırırken harcadığı enerjiyi göstermektedir. Buna karşılık diski çeken kuvvet  $T$  olduğuna ve diskin hareket hızı da  $U_\infty$  olduğuna göre diskin birim zamanda yaptığı faydalı iş (faydalı güç)

$$T \cdot U_\infty \quad (11.8)$$

dur. Buna göre diskin ideal verimini

$$\eta_i = \frac{T \cdot U_\infty}{\rho S U (U_s^2 - U_\infty^2) / 2} \quad (11.9)$$

şeklinde tanımlamak mümkündür.  $T$  için daha önceden bulunan (11.5) bağıntısı kullanılarak

$$\eta_i = \frac{\rho S U (U_s - U_\infty) U_\infty}{\rho S U (U_s - U_\infty) \cdot (U_s + U_\infty) / 2} = \frac{2U_\infty}{U_s + U_\infty} = \frac{2}{1 + U_s / U_\infty} \quad (11.10)$$

veya (11.6) bağıntısı yardımıyla

$$\eta_i = U_\infty / U \quad (11.11)$$

elde edilir.

Diskten alınan faydalı güç  $TU_\infty$  ve ideal verim de  $U_\infty/U$  olduğuna göre disk için harcanan güç

$$P = \frac{T \cdot U_\infty}{\eta_i} = \frac{T \cdot U_\infty}{U_\infty / U} = T \cdot U \quad (11.12)$$

olacaktır.

(11.10) ifadesi verilen bir uçuş hızında pervanenin izinindeki  $U_s$  hızı arttıkça pervane veriminin azaldığını göstermektedir. Oysa pervane çekmesi hava kütlesinin hızlandırılması sayesinde elde edilmektedir. Bu çelişkili duruma açıklık kazandırmak için iki özel hali incelemekte yarar vardır. İlk olarak pervane çapının çok büyük olduğu hali ele alalım. Uçuş ve iz hızları verimin yüksek olması için  $U_s/U$  oranı küçük kalacak tarzda birbirinden az farklı iken  $S$  alanı yeterince büyük tutularak (11.5) eşitliğinden görüleceği üzere  $T$  çekme kuvveti yeterince büyük yapılabilir. İkinci halde ise küçük çaplı bir pervaneyi ele alalım. Aynı  $T$  çekme kuvveti için izdeki hızın artırılması gerekir ki bu durumda verim düşer. Buna göre sonuç olarak, verilen bir  $T$  çekme kuvvetini sağlayan pervanenin veriminin yüksek olması için mümkün olabilen en büyük disk çapı tercih edilmelidir.

Gerçekte pervaneler büyük miktarda havayı harekete geçirirler ve bu yüzden verimleri yüksektir. Buna karşılık bir türbo-jet motorunda çok küçük olup verim düşüktür. Bununla birlikte yüksek hızlarda sıkıştırılabilirlik etkileri nedeniyle pervane verimi düşer ve türbo-jet motoru daha avantajlı olur. Türbo-fan motorları ise her iki sistemin avantajlı yanlarını alarak türbo-jet motorunun daha verimli olmasını sağlar. Havanın bir kısmı türbinden genişletilerek yüksek hızlı jet şeklinde atılır. Büyük bir kısmı ise fan vasıtasıyla düşük hızla egzost edilir. Türbo-prop motoru ise türbo-fan motorunun bir ekstrem hali olup verimi oldukça yüksektir.

**ÖRNEK PROBLEM:**

Deniz seviyesinde 120 m/s uçuş hızlı bir pervanenin 4000 N 'luk bir çekme kuvveti vermesi istenmektedir. Pervanenin çapı 2.5 m olduğuna göre pervaneye verilecek minimum gücü hesaplayınız.

**ÇÖZÜM :**

Pervaneden sağlanan faydalı güç  $P_f = T \cdot U = 4000 \times 120 = 480000 \text{ W}$

Pervanenin çekme kuvveti  $T = \frac{1}{2} \rho (U_s^2 - U_\infty^2) S, \quad S = \frac{\pi D^2}{4} = 4.91 \text{ m}^2$

Buradan  $U_s = \sqrt{\frac{2T}{\rho S} + U^2} = \sqrt{\frac{2 \times 4000}{1.2256 \times 4.91} + 120^2} = 125.42 \text{ m/s}$

Diski geçen akım hızı  $U = \frac{U_\infty + U_s}{2} = \frac{120 + 125.42}{2} = 122.71 \text{ m/s}$

Pervanenin ideal verimi  $\eta_i = \frac{U_\infty}{U} = \frac{120}{122.71} = 0.9779 = \frac{T \cdot U}{P}$

Buradan  $P = \frac{T \cdot U}{\eta_i} = \frac{480000}{0.9779} = 490848 \text{ W} = 491 \text{ kW}$

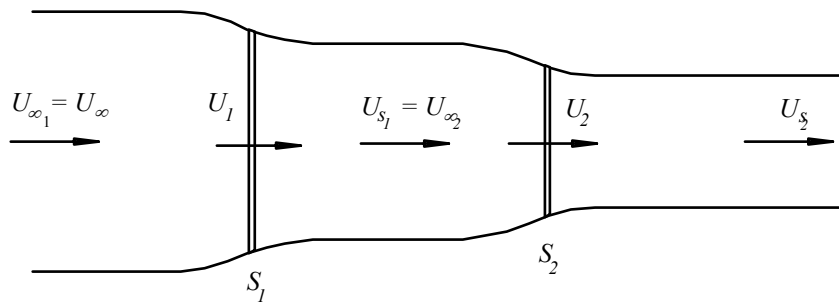
**ÖRNEK PROBLEM:**

İdeal verimi % 90 olan bir pervanenin gerisine, bu pervane ile aynı çekme kuvvetini veren ve çapı öndeki pervanenin izinin çapı kadar olan ikinci bir pervane yerleştirilmiştir. Pervaneler arasındaki uzaklığın, iki pervane arasında bir etkileşim olmayacak şekilde ayarlandığını farz ederek

- Bu pervane sisteminin toplam ideal verimini
- Gerideki pervanenin ideal verimini hesaplayınız.

**ÇÖZÜM:**

Pervane sisteminde disklerin önünde ve gerisindeki uzak akım hızları, diskleri geçen akım hızları ve disk alanları şekildeki gibi belirtilmiş olsun.



Birinci pervanenin veriminden  $\eta_1 = \frac{U_\infty}{U_1} = 0.90 = \frac{9}{10} \rightarrow U_1 = \frac{10}{9} U_\infty$

$$U_1 = \frac{U_\infty + U_{s1}}{2} \rightarrow U_{s1} = 2U_1 - U_\infty = 2 \times \frac{10}{9}U_\infty - U_\infty = \frac{11}{9}U_\infty$$

Birinci pervanenin çekme kuvveti

$$T_1 = \rho S_1 U_1 (U_{s1} - U_\infty) = \rho S_1 \frac{10}{9} U_\infty \left( \frac{11}{9} U_\infty - U_\infty \right) \rightarrow T_1 = \frac{20}{81} \rho S_1 U_\infty^2$$

İkinci pervane ilk pervanenin izinde yer aldığına göre bu pervanenin önünde uzağındaki hız  $U_{\infty 1}$ , ilk pervanenin izindeki  $U_{s1}$  hızına eşittir.

$$U_{\infty 2} = U_{s1} = \frac{11}{9} U_\infty$$

İkinci pervanenin çekme kuvveti ilk pervaneye eşit olup

$$T_2 = \rho S_2 U_2 (U_{s2} - U_{\infty 2}) = \frac{20}{81} \rho S_1 U_\infty^2$$

ve ayrıca süreklilikten

$$\rho S_1 U_1 = \rho S_2 U_2 \rightarrow S_1 U_1 = S_2 U_2 \rightarrow S_2 U_2 = \frac{10}{9} U_\infty S_1$$

yazılabilir. Bu ifade bir önceki eşitlikte kullanılarak

$$\frac{10}{9} U_\infty S_1 \left( U_{s2} - \frac{11}{9} U_\infty \right) = \frac{20}{81} S_1 U_\infty^2 \rightarrow U_{s2} = \frac{13}{9} U_\infty$$

Şimdi, arka pervane diskinden birim zamanda geçen kütleli debi  $\Delta m$  ile gösterilirse, arkadaki pervanenin çekme kuvveti için

$$T_2 = \Delta m (U_{s2} - U_{\infty 2}) = \Delta m \left( \frac{13}{9} U_\infty - \frac{11}{9} U_\infty \right) = \Delta m \frac{2}{9} U_\infty$$

yazılabilir. Pervane sisteminin uçuş hızı  $U_\infty$  olduğuna göre arkadaki pervaneden sağlanan faydalı güç

$$P_{f2} = T_2 \cdot U_\infty = \Delta m \frac{2}{9} U_\infty^2$$

olacaktır.

İkinci pervaneyi geçen akımı  $U_{\infty 2}$  hızından  $U_{s2}$  hızına kadar hızlandırmak için birim zamanda harcanacak enerji

$$P_2 = \frac{1}{2} \Delta m (U_{s2}^2 - U_{\infty 2}^2) = \frac{1}{2} \Delta m \left[ \left( \frac{13}{9} U_\infty \right)^2 - \left( \frac{11}{9} U_\infty \right)^2 \right] = \frac{1}{2} \Delta m \frac{169 - 121}{81} U_\infty^2 = \frac{8}{27} \Delta m U_\infty^2$$

Böylece ikinci pervanenin verimi

$$\eta_2 = \frac{\Delta m(2/9)U_\infty^2}{\Delta m(8/27)U_\infty^2} = \frac{3}{4} = 0.75 = \%75$$

İlk pervanenin veriminden bu pervane için harcanan güç

$$\eta_1 = \frac{T_1 \cdot U_\infty}{P_1} \rightarrow P_1 = \frac{T_1 \cdot U_\infty}{\eta_1} = \frac{T_1 \cdot U_\infty}{0.90}$$

İkinci pervanenin veriminden bu pervane için harcanan güç

$$\eta_2 = \frac{T_2 \cdot U_\infty}{P_2} \rightarrow P_2 = \frac{T_2 \cdot U_\infty}{\eta_2} = \frac{T_2 \cdot U_\infty}{0.75}$$

Pervaneler için harcanan toplam güç

$$P = P_1 + P_2 = \frac{T_1 \cdot U_\infty}{0.90} + \frac{T_2 \cdot U_\infty}{0.75}$$

$T_1 = T_2 = T$  olup,

$$P = \left( \frac{1}{0.90} + \frac{1}{0.75} \right) T \cdot U_\infty = 2.44T \cdot U_\infty$$

Pervanelerden elde edilen toplam faydalı güç

$$P_f = T_1 \cdot U_\infty + T_2 \cdot U_\infty = 2TU_\infty$$

Buna göre pervane sisteminin toplam ideal verimi

$$\eta_i = \frac{2TU_\infty}{2.44TU_\infty} \rightarrow \eta_i = 0.818 = \%81.8$$

olur.

### 11.3. Pervane Katsayıları :

Bir pervanenin performansı benzeri bir modeli üzerinde gerçekleştirilen deneysel ölçmelerle tespit edilebilir. Bu durumda, modellerle yapılan bütün deneylerde olduğu gibi deney sonuçlarını tam boyuttaki gerçek hale aktaracak uygun bir geçiş sistemine ihtiyaç vardır. Bu amaçla boyut analizi kullanılır. Pervane için yapılacak bir boyut analizi, herhangi bir cismin aerodinamik incelemesinde ortaya çıkan taşıma ve sürüklenme katsayılarına benzer şekilde pervanenin performansı ile ilgili bazı katsayılar verir. Pervane için söz konusu olan başlıca katsayılar, çekme katsayısı ve moment katsayısıdır.

#### 11.3.1. Çekme katsayısının boyut analizi ile bulunması:

Önceki bölümlerde görüldüğü gibi bir pervanenin verdiği çekme kuvveti, pervanenin geometrisi ve serbest akım karakteristikleriyle pervane izindeki hıza bağlıdır. Serbest akım karakteristikleri olarak

$$\text{- akışkanın yoğunluğu} \quad \rho \left[ M L^{-3} \right]$$



- kinematik viskozitesi	$\nu [L^2 T^{-1}]$
- bulk elastisite modülü	$E [M L^{-1} T^{-1}]$
- serbest akım hızı	$U_\infty [L T^{-1}]$

sayılabilir. Pervane geometrisi pervanenin çapı  $D[L]$  ile karakterize edildiği gibi izdeki hızın pervanenin devir sayısı  $n[T^{-1}]$  ile ilgili olduğu belirtilebilir. Buna göre pervanenin  $T[MLT^{-2}]$  çekme kuvveti için

$$T = f(D, n, \rho, \nu, E, U_\infty)$$

veya  $C$  boyutsuz bir sabit olmak üzere

$$T = C D^a n^b \rho^c \nu^d E^e U_\infty^f \quad (11.13)$$

yazılabilir. Buradan, her bir büyüklüğün değeri kullanılarak

$$[MLT^{-2}] = [L]^a [T^{-1}]^b [ML^{-3}]^c [L^2 T^{-1}]^d [ML^{-1} T^{-2}]^e [L^2 T^{-1}]^f$$

veya

$$[MLT^{-2}] = [L]^{a-3c+2d-e+f} [M]^{c+e} [T]^{-b-d-2e-f}$$

ve aynı boyuttaki terimlerin üstleri eşitlenerek

$$\begin{aligned} [M] &\rightarrow l = c + e \\ [L] &\rightarrow l = a - 3c + 2d - e + f \\ [T] &\rightarrow 2 = b + d + 2e + f \end{aligned}$$

elde edilir. Altı bilinmeyen içeren bu üç denklemden  $a$ ,  $b$  ve  $c$  parametreleri diğer parametreler cinsinden

$$\begin{aligned} c &= l - e \\ a &= 4 - 2e - 2d - f \\ b &= 2 - d - 2e - f \end{aligned}$$

çekildiği taktirde pervane çekmesi için yazılan (11.13) bağıntısı

$$T = C D^{4-2e-2d-f} n^{2-d-2e-f} \rho^{l-e} \nu^d E^e U_\infty^f$$

veya düzenlenerek

$$T = C \rho n^2 D^4 \left( \frac{\nu}{D^2 n} \right)^d \left( \frac{E}{\rho D^2 n^2} \right)^e \left( \frac{U_\infty}{nD} \right)^f \quad (11.14)$$

şekline getirilebilir. Bu son ifadede parantezler içinde geçen terimleri ayrı ayrı inceleyelim:

$\left( \frac{\nu}{D^2 n} \right)$   $n$  pervanenin açısal hızıyla ilgili bir büyüklük ve  $D$  de pervane çapı olup  $n \cdot D$  büyüklüğü pala ucunun hızıyla orantılı bir büyüklüktür. Buna göre bu ifade

$$\frac{\text{viskozite}(\nu)}{\text{uzunluk}(D) \times \text{hu}(D \cdot n)} = \frac{1}{\text{Re}}$$

şeklinde pala ucu için yazılmış Reynolds sayısından ibarettir.

$$\left( \frac{U}{D^2 n^2} \right)$$

$E/\rho = a^2$  akışkan içindeki ses hızı ve yine  $D \cdot n$  pala ucunun hızıyla orantılı bir büyüklük olmak üzere bu ifade

$$\left[ \frac{\text{ses hızı } (a)}{hu (D \cdot n)} \right]^2 = \frac{1}{M^2}$$

şeklinde pala ucundaki Mach sayısını belirtmektedir.

$$\left( \frac{U_\infty}{nD} \right) = J$$

$U_\infty$  uçağın ve dolayısıyla pervanenin ilerleme hızı,  $n \cdot D$  ise pala ucunun çevresel hızı ile ilgili bir büyüklük olmak üzere bu son ifade pervane ucunun her devirde ne kadar ilerlediğini gösteren boyutsuz bir faktör olup "*ilerleme faktörü*" olarak adlandırılır.

Buna göre pervanenin çekme kuvveti

$$T = C \rho n^2 D^4 f(\text{Re}, M, J)$$

şeklinde pala ucu için yazılmış Reynolds ve Mach sayılarıyla ilerleme oranı cinsinden yazılabilir. Bu bağıntı, boyutsuz  $C$  katsayısıyla  $f(\text{Re}, M, J)$  fonksiyonu birleştirilerek

$$k_T = C \cdot f(\text{Re}, M, J)$$

şeklinde yeni bir "*pervane çekme katsayısı*" tanımlanmak suretiyle

$$T = k_T \rho n^2 D^4 \quad (11.15a)$$

şeklinde de ifade edilebilir.  $k_T$  katsayısı, görüldüğü gibi  $Re$ ,  $M$  ve  $J$  sayılarıyla pervanenin geometrisine bağlı bir sabit olup deneysel veya teorik yöntemlerle tespit edilir.

### 11.3.2. Moment Katsayısı:

Pervanenin momentinin de, çekme kuvvetinde olduğu gibi pervane geometrisi, dönme hızı ve akışkan özelliklerine bağlı olduğu göz önüne alınarak yukarıdakine benzer bir analiz yapıldığı takdirde moment için de

$$M = k_M \rho n^2 D^5 \quad (11.15b)$$

şeklinde bir ifade elde edilir. Buradaki  $k_M$  katsayısı da yine  $Re$ ,  $M$  ve  $J$  sayılarıyla pervane geometrisine bağlı bir sabittir.

### 11.4. Pervane verimi, güç katsayısı ve tesirlilik faktörü:

Pervanenin aerodinamik benzerlik şartlarını ortaya koyan yukarıdaki boyut analizlerinin sonunda elde edilen boyutsuz pervane katsayıları yanında pervane verimi, güç katsayısı ve tesirlilik faktörü gibi diğer bazı boyutsuz katsayılar da pervane analiz ve dizaynında önemli kavramlardır.

#### 11.4.1. Pervane Verimi:

Pervane şaftına uygulanan moment  $M$  olmak üzere pervane için harcanan güç

$$P_h = 2\pi n \cdot M$$

şeklinde yazılabilir. Buna karşılık pervaneden birim zamanda alınan iş, yani pervanenin faydalı gücü

$$P_f = T \cdot U_\infty$$

olup, buna göre pervanenin verimi

$$\eta = \frac{P_f}{P_h} = \frac{T \cdot U_\infty}{2\pi n \cdot M}$$

veya  $T$  ve  $M$  için boyut analizi ile bulunan bağıntılar kullanılarak

$$\eta = \frac{k_T \rho n^2 D^4 U_\infty}{2\pi n k_M \rho n^2 D^5} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{k_T}{k_M} \cdot \frac{U_\infty}{nD} \rightarrow \eta = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{k_T}{k_M} \cdot J \quad (11.17)$$

şeklinde elde edilir.

#### 11.4.2. Güç Katsayısı :

Pervaneyi döndürmek için gereken güç

$$P = 2\pi n M = 2\pi n (k_M \rho n^2 D^5) = 2\pi k_M \rho n^3 D^5$$

olmak üzere güç katsayısı

$$P = k_P \rho n^3 D^5$$

den

$$k_P = \frac{P}{\rho n^3 D^5} = \frac{2\pi k_M \rho n^3 D^5}{\rho n^3 D^5} \rightarrow k_P = 2\pi k_M \quad (11.19)$$

şeklinde tanımlanır. Bu durumda pervane verimi için de

$$\eta = J \left( \frac{k_T}{k_P} \right) \quad (11.20)$$

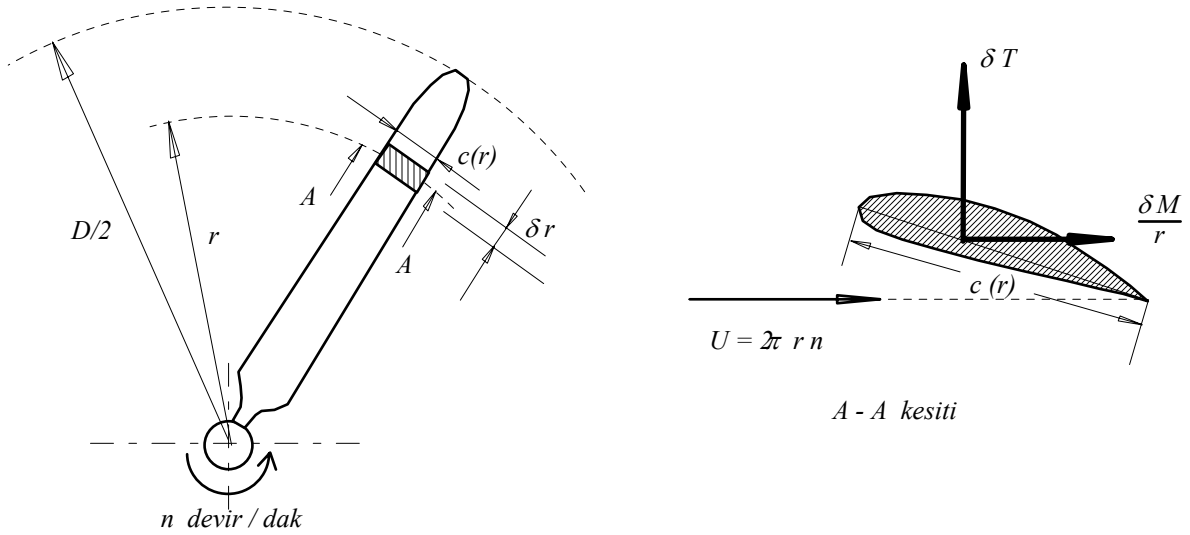
bağıntısı elde edilir.

#### 11.4.3. Tesirlilik faktörü:

Bilindiği gibi mukavemet gereksinimleri nedeni ile bir pervane palası göbekten uca doğru farklı kesitlere sahiptir. Göbek yakınında dairesel olan kesit önce ovalleşir, daha sonra profil şeklini alır. Profil şeklinin veter uzunluğu pala ucuna doğru giderek küçülür. Pervane kesitlerinin bu şekilde değişmesinin etkisini incelemek için "*tesirlilik faktörü*" adı verilen boyutsuz bir katsayı tanımlanır.

Dönme hızı  $n$  devir/s olan  $D$  çaplı bir pervanenin göbek ekseninden  $r$  uzaklıkta  $\delta r$  genişliğindeki bir pala elemanını ele alalım (Şekil 11.4).

Pervaneyi çevirmek için pervane şaftına uygulanan moment  $M$  olsun ve bu momentin  $\delta r$  genişliğindeki pala elemanına gelen kısmı da  $\delta M$  olsun. Moment kolu  $r$  olduğuna göre pala elemanına dönme yönünde uygulanan kuvvet  $\delta M/r$  büyüklüğünde olacaktır ve bu kuvvet pala elemanına etkiyen sürüklenme kuvvetine eşit olacaktır.



Şekil 11.4 : Pala elemanı

Yapılan incelemede, havanın pervane düzlemine dik doğrultudaki ilerleme hızının ihmal edilmesi mümkündür. Bu taktirde pala elemanına etkiyen akım hızı

$$U = 2\pi r n \quad (11.21)$$

ve sürüklenme kuvveti de

$$\frac{\delta M}{r} = C_D \frac{1}{2} \rho (2\pi r n)^2 c(r) \delta r$$

olur. Buradan, pala elemanına etkiyen elementer moment

$$\delta M = 2\pi^2 \rho C_D n^2 c(r) r^3 \delta r$$

olarak yazılabilir.  $C_D$  sürüklenme katsayısı genel olarak pala boyunca değişen bir büyüklük olmakla birlikte, bu incelemede bir an için sabit olduğu kabul edilerek son ifade pala kökünden ucuna kadar integre edilirse, pervanenin pala sayısı  $n_B$  olmak üzere pervane şaftına uygulanan toplam moment

$$M = 2\pi^2 \rho C_D n^2 n_B \int_{kök}^{uc} c(r) r^3 dr \quad (11.22)$$

olur.

Ancak önceden de belirtildiği gibi pervanenin göbeğe yakın kısımları mukavemet gereksinimleri nedeniyle profil kesitli olmayıp, bu kısımların pervane performansına bir katkısı olduğu söylenemez. Bu nedenle sonuncu ifadedeki integrali genellikle pervane ekseninden pervane çapının %10 'u kadar dışarıdan başlatılması uygun olur.

Diğer yandan pervaneyi çevirmek için gerekli güç,

$$P_g = 2\pi n M \quad (11.23)$$

olup,  $M$  için bulunan değer kullanılarak

$$P_g = 4\pi^3 \rho n^3 C_D n_B \int_{0,1D}^{0,5D} c(r) r^3 dr \quad (11.24)$$

bulunur. Bu ifadede geçen integral

$$t_f = \frac{10^5}{D^3} \int_{0,1D}^{0,5D} c(r) r^3 dr \quad (11.25)$$

şeklinde "tesirlilik faktörü" olarak adlandırılmak suretiyle güç ifadesi

$$P_g = 4\pi^3 \rho C_D n_B n^3 \left(\frac{D}{10}\right)^5 t_f \quad (11.26)$$

şeklinde yazılır.

### **ÖRNEK PROBLEM:**

$D=3.4$  m çapındaki bir pervanenin çeşitli ilerleme oranlarındaki moment katsayıları ve verimleri şu şekilde verilmiştir:

$J$	1.06	1.19	1.34	1.44
$k_M$	0.0410	0.0400	0.0378	0.0355
$\eta$	0.76	0.80	0.84	0.86

Bu pervanenin 3660 m irtifada ( $\sigma=0.693$ ), 1250 dev/dak dönme hızında 750 kW 'lık bir motor gücüyle ne kadarlık bir ilerleme hızı ve çekme kuvveti sağlayacağını hesaplayınız. Pervanenin verimini aynı şartlarda ideal disk teorisi ile hesaplayacağınız ideal verimle karşılaştırınız.

**Not:** 
$$\sigma = \frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{4.256} = \left(1 - \lambda \cdot \frac{h}{T_0}\right)^{4.256} = \left(1 - 0.0065 \times \frac{3660}{288.16}\right)^{4.256} = 0.693$$

### **ÇÖZÜM:**

Pervanenin devir sayısı : 
$$n = \frac{1250 \text{ (devir / dak)}}{60 \text{ (s / dak)}} = 20.83 \text{ devir / s}$$

Şaft gücü : 
$$P = 2\pi n M \rightarrow M = \frac{P}{2\pi n} = \frac{750000}{2\pi \times 20.83} = 5730 \text{ Nm}$$

Moment katsayısı : 
$$k_M = \frac{M}{\rho n^2 D^5} = \frac{5730}{(1,2256 \cdot 0,693) \cdot (20,83)^2 (3,4)^5} \rightarrow k_M = 0,0342$$

Moment katsayısının elde edilen bu değerine karşılık ilerleme oranını basit bir ekstrapolasyonla bulmak mümkündür.

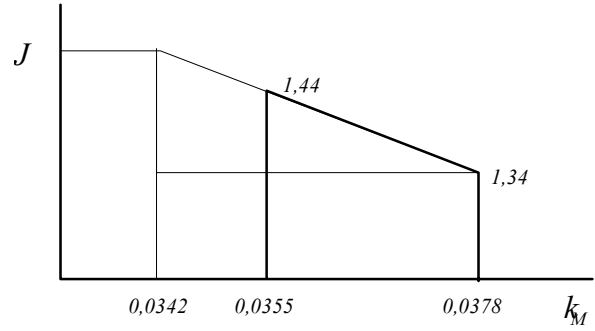
$$\frac{J - 1,34}{1,44 - 1,34} = \frac{0,0378 - 0,0342}{0,0378 - 0,0355}$$

$$\downarrow$$

$$J = 1,34 + 0,1 \times \frac{0,0036}{0,0023}$$

$$\downarrow$$

$$J = 1,4965$$



Yine basit bir ekstrapolasyonla bu ilerleme oranındaki verim bulunabilir.

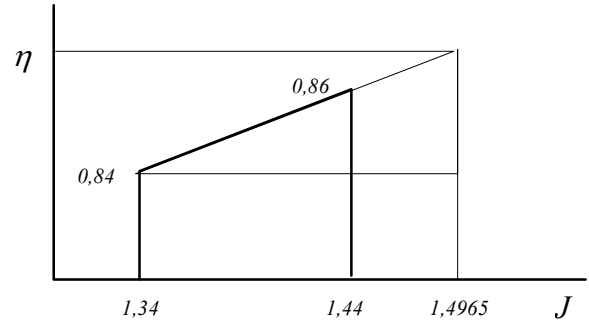
$$\frac{\eta - 0,84}{0,86 - 0,84} = \frac{1,4965 - 1,34}{1,4400 - 1,34}$$

$$\downarrow$$

$$\eta = 0,84 + 0,02 \times \frac{0,1565}{0,10}$$

$$\downarrow$$

$$\eta = 0,871$$



İlerleme oranının tanımından

$$J = \frac{U_\infty}{nD} \rightarrow U_\infty = J n D = 1,4965 \times 20,83 \times 3,4 = 106 \text{ m/s}$$

Verim tanımından

$$\eta = \frac{T \cdot U_\infty}{P_g} \rightarrow T = \frac{\eta P_g}{U_\infty} = \frac{750 \times 0,871}{106} = 6163$$

İdeal disk teorisinde verim

$$\eta = \frac{U_\infty}{U}, \quad U = \frac{U_\infty + U_s}{2}$$

Çekme kuvveti

$$T = \rho U S (U_s - U_\infty) = \rho S \frac{U_s + U_\infty}{2} (U_s - U_\infty) = \frac{\rho S}{2} (U_s^2 - U_\infty^2)$$

buradan

$$U_s = \sqrt{\frac{2T}{\rho S} + U_\infty^2} = \sqrt{\frac{2 \times 6163}{(1,2256 \times 0,693) \cdot (\pi/4) \cdot (3,4)^2} + (106)^2} \rightarrow U_s = 113 \text{ m/s}$$

$$U = \frac{106 + 113}{2} = 109,5 \rightarrow \eta = \frac{106}{109,5} = 0,968 = \%96,8$$

Buna göre pervanenin gerçek verim /ideal verim oranı

$$\eta = \frac{\%84,3}{\%96,8} = \%87$$

### **ÖRNEK PROBLEM:**

Tek motorlu bir uçağın motor gücünün devir sayısı ile değişimi şu şekilde verilmektedir.

devir/dak	1800	1900	2000	2100
$P_M$ (kW)	1072	1113	1156	1189

Uçağın 3.05 m çapındaki pervanesinin çeşitli ilerleme oranlarındaki katsayıları ise

$J$	0.040	0.42	0.44	0.46	0.48	0.50
$k_T$	0.118	0.115	0.112	0.109	0.106	0.103
$k_M$	0.0157	0.0154	0.0150	0.0145	0.0139	0.0132

şeklinde verilmektedir. Pervane motor şaftına doğrudan bağlıdır. Deniz seviyesindeki ilk tırmanış sırasında, 45 m/sn uçuş hızında pervanenin çekme kuvvetini ve verimini bulunuz.

### **CÖZÜM:**

Pervane için gerekli moment ( $M$ ) ve güç ( $P$ ) için ve ayrıca ilerleme oranı için sırasıyla

$$M = k_M \rho n^2 D^5 = 1.2256 \cdot (3.05)^5 k_M n^2 = 323.5 k_M n^2$$

$$P_g = 2\pi n M = 2032.6 k_M n^3$$

$$J = \frac{U_\infty}{nD} = \frac{45}{n \times 3.05} = \frac{14.75}{n}$$

bağıntıları yazılabilir. Buna göre çeşitli devir sayılarında motordan alınan güce karşılık, aynı devir sayılarında pervanenin ilerleme oranı, gerekli moment ve gücü için şu değerler elde edilir.

$n$ (d/dak)	1800	1900	2000	2100
$P$ - motor (kW)	1072	1113	1156	1189
$n$ (d/s) = $n$ (d/dak) / 60	30	31.67	33.33	35
$J$	0.492	0.466	0.443	0.421
$k_M$	0.01352	0.01432	0.01495	0.01536
$M$ (Nm)	3945	4646	5373	6087
$P_g$ (kW)	744	925	1125	1339

Motor gücü ile pervane için gerekli gücün devir sayısı ile değişimleri karşılaştırıldığında devir sayısının 2000 ile 2100 arasındaki bir değerde bu iki gücün birbirine eşit olduğu görülmektedir. Bu devir sayısı basit bir interpolasyonla bulunabilir.

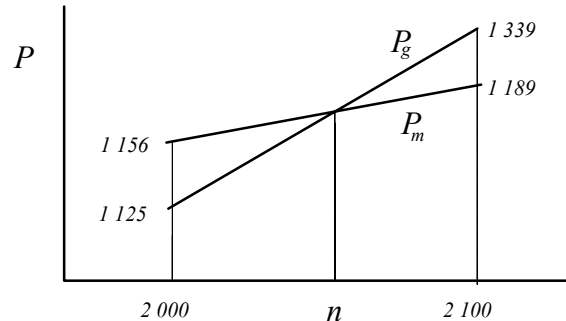
$$\frac{n - 2000}{n - 2100} = \frac{1156 - 1125}{1189 - 1339} = \frac{31}{-150}$$

↓

$$n = 2038 \text{ d / dak} = 34 \text{ d / s}$$

Bu devir sayısında pervanenin ilerleme oranı

$$J = \frac{14.75}{n} = \frac{14.75}{34} = 0.434$$

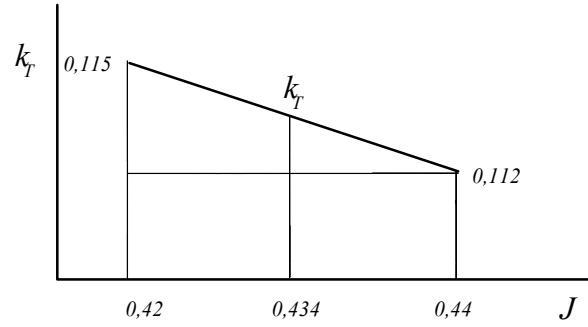


Bu ilerleme oranında pervanenin çekme katsayısı interpolasyonla,

$$\frac{k_T - 0.112}{0.115 - 0.112} = \frac{0.44 - 0.434}{0.44 - 0.420}$$

$$\downarrow$$

$$k_T = 0.112 + 0.003 \times \frac{0.006}{0.02} \rightarrow k_T = 0.1129$$

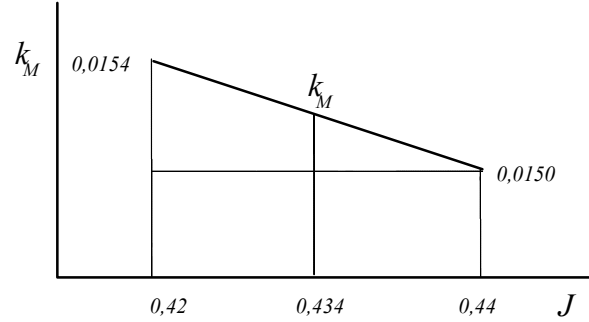


ve moment katsayısı

$$\frac{k_M - 0.0150}{0.0154 - 0.0150} = \frac{0.44 - 0.434}{0.44 - 0.420}$$

$$\downarrow$$

$$k_M = 0.015 + 0.0004 \times \frac{0.006}{0.02} \rightarrow k_M = 0.01512$$



Buna göre pervanenin çekme kuvveti ve verimi

$$T = k_T \rho n^2 D^4 = 0.1129 \times 1.2256 \times (34)^2 \times (3.05)^4 = 13842 \text{ N}$$

$$\eta = \frac{1}{2\pi} \frac{k_T}{k_M} J = \frac{1}{2\pi} \frac{0.1129}{0.01512} \times 0.434 = 0.516 = \%51,6$$

Pervanenin faydalı gücü

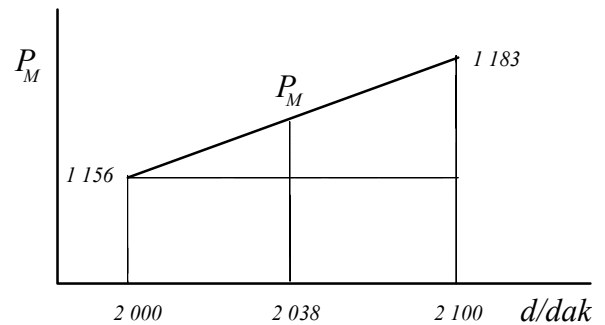
$$P_f = TU_\infty = 13842 \times 45 = 623 \text{ kW}$$

olup, 2038 dev/dak dönme hızında motorun verdiği güç, interpolasyonla

$$\frac{P_M - 1156}{1189 - 1156} = \frac{2100 - 2030}{2100 - 2000} = \frac{62}{100}$$

$$\downarrow$$

$$P_M = 1156 + 33 \times \frac{62}{100} \rightarrow P_M = 1176.5 \text{ kW}$$



ve buna göre verim

$$\eta = \frac{623}{1176.5} = 0.53 = \%53$$

olmaktadır. Bu sonuç verim için daha önce bulunan değere çok yakın olup, o değeri doğrulamaktadır.



### 11.5. Pala Elemanı Teorisi:

Froude momentum teorisi her ne kadar bir pervanenin performansı ile ilgili genel bilgi veriyor olsa da akım alanının sık sık, daha detaylı incelenmesi, palanın şekli, kesit profili gibi bazı detayların performans üzerindeki etkisinin araştırılması gerekmektedir. Bu araştırmaları pala elemanı teorisi yardımıyla yapmak mümkündür. Ancak teoriye girmeden önce pervanenin detayları ile ilgili yeni bazı parametrelerin ve akımın fiziksel yapısının tanıtılması yararlı olacaktır.

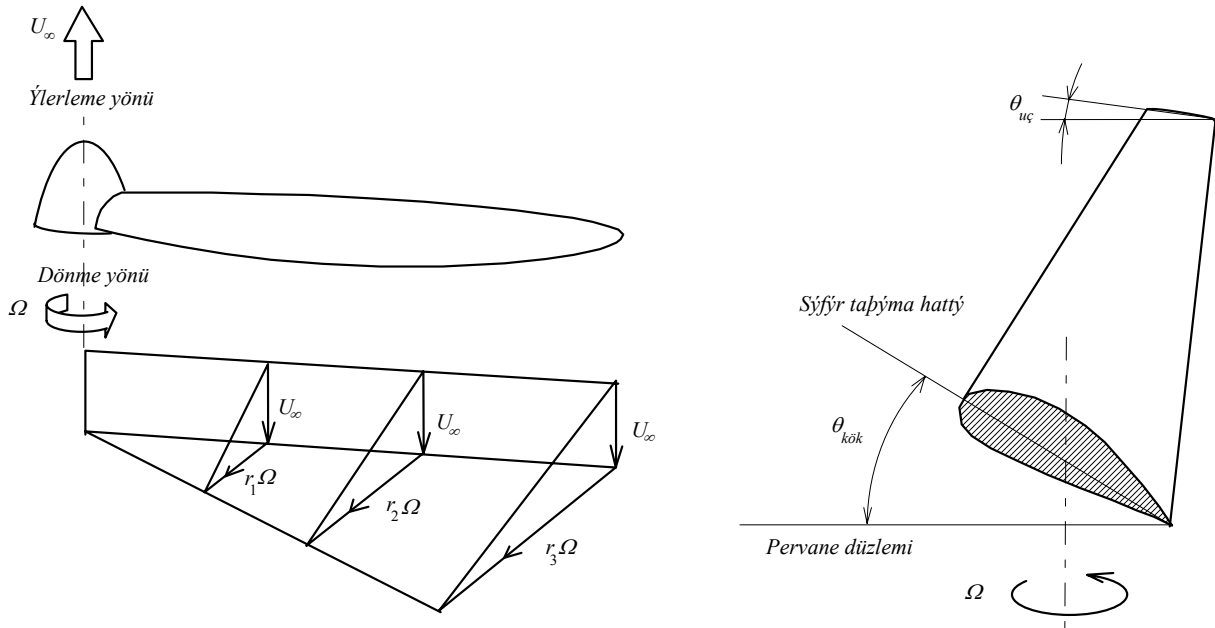
#### 11.5.1. Pervanenin Hatvesi:

Vida ile benzetme yapılarak bir pervanenin bir devirdeki ilerlemesine "*pervane hatvesi*" adı verilir. Ancak, pervanede vidadan farklı bazı durumlar söz konusudur. Örneğin uçak henüz ilerlemiyorken pervanenin döndüğü farz edilirse, devir başına ilerleme miktarı ve dolayısıyla hatve sıfırdır. Aksine, pervane durmuş vaziyette uçak süzülmekte iken bu defa devir başına ilerleme miktarı ve dolayısı ile hatve sonsuzdur. Buna göre vidadan hareketle yapılan hatve tanımı pervanenin çeşitli şartlardaki özel durumlarını tam olarak ifade edebilen bir tanım olmaktan uzaktır. Nitekim bu zorluğu gidermek için pervane hatvesi için daha anlamlı iki tanım yapılır.

#### Geometrik Hatve:

Pervanenin ekseninden  $r$  uzaklıktaki bir kesitin sıfır taşıma hattı ile pervane dönme düzlemi arasındaki açı olmak üzere

$$h = 2\pi r \tan \theta \quad (11.27)$$



Şekil 11.5: Geometrik hatve

büyüklüğü bu kesitin "*geometrik hatvesi*" olarak tanımlanır. Genellikle geometrik hatve pervane palası boyunca değişir. Bu nedenle pervane ekseninden *yarıçapın %70*'i kadar uzaklıktaki kesitin geometrik hatvesi pervanenin "*ortalama geometrik hatvesi*" olarak isimlendirilir. Geometrik hatve sadece palaların geometrisine bağlı bir büyüklük olup uçuş şartlarından bağımsızdır.

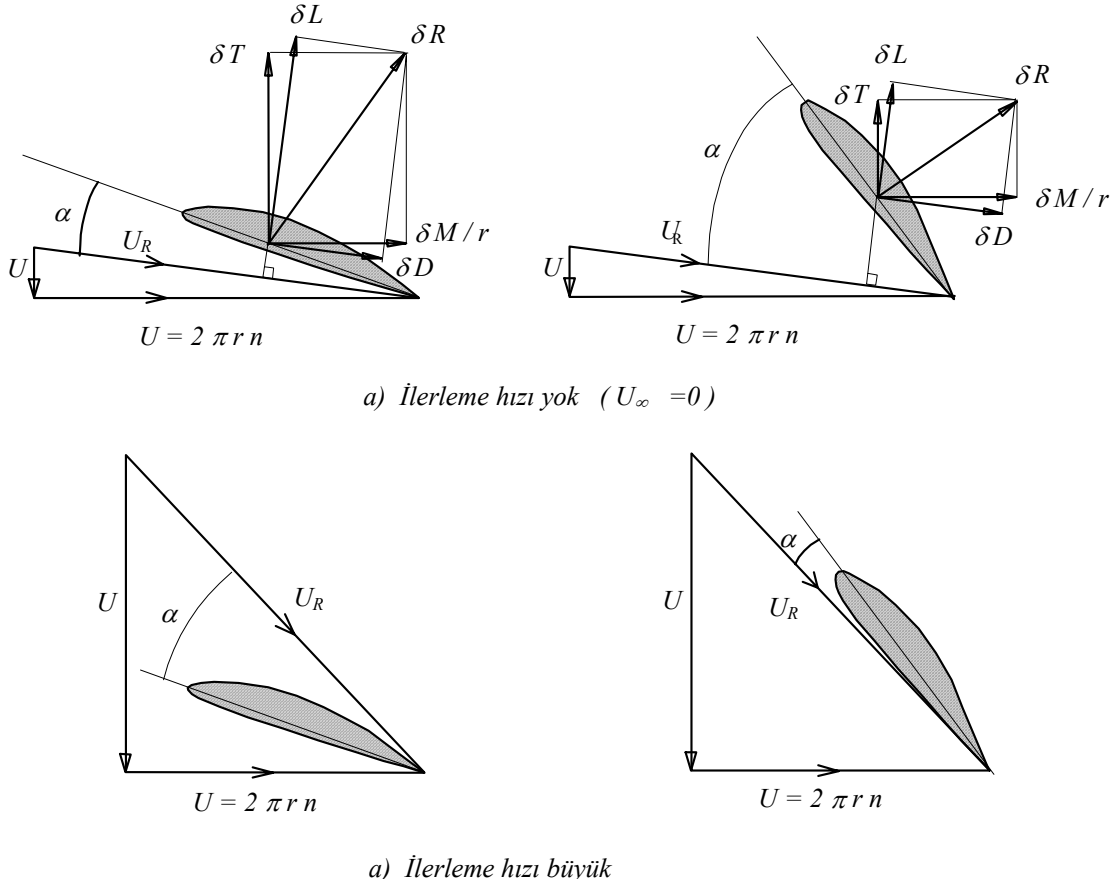
Pervanenin ilerleme hızının sabit olmasına karşın, kök kısmındaki bir noktanın çizgisel hızının, uç kısmındaki bir noktaninkine kıyasla küçük olması nedeniyle pervaneye etkiyen bileşke akım hızı doğrultusu pala boyunca değişir. Pala açıklığı boyunca çeşitli kesitlerdeki hücum açısının bu şekilde değişmesini önlemek için genellikle pervane palaları burulur. Kök kesitinde geometrik hatve büyükken uca doğru gittikçe azalır.

### **Deneysel Ortalama Hatve:**

Pervanenin net çekme kuvvetinin sıfır olması halinde devir başına ilerleme miktarına "pervanenin deneysel ortalama hatvesi" adı verilir. Bu parametre, imal edilmiş bir pervanenin karakteristiklerinin deneysel ölçmeleri için oldukça uygun bir parametredir.

### **11.5.2. Geometrik hatvenin pervane performansı üzerine etkisi:**

Pala sayıları ve genel yapıları birbirine benzeyen, yalnız Şekil 11.6 'da görüldüğü gibi birinin geometrik hatvesi küçük, diğerinki büyük olmak üzere iki pervaneyi göz önüne alalım. Her iki pervane de aynı  $n$  devir sayısı ile dönmekte olsun.



Şekil 11.6: Geometrik hatvenin pervane performansı üzerindeki etkisi

Uçağın ilerleme hızının sıfır olduğu hali göz önüne alalım. Bu halde pervane ekseninden  $r$  uzaklıktaki bir pala elemanına etkiyen bileşke akım hızı, pervanenin dönmesiyle ilgili çizgisel hız  $2b\Omega$  ile pervanenin harekete geçirdiği havanın pervane düzlemine dik doğrultudaki hızının bileşkesinden ibarettir. Bu durumda hatvesi küçük olan pervane makul sınırlar içerisindeki bir hücum açısında çalışmakta iken, büyük hatveli pervane muhtemelen pert dö vites şartlarında çalışmaktadır. Bunun sonucu olarak küçük hatveli pervanenin taşıma kuvveti büyük, sürüklenme

kuvveti küçük veya diğer bir bakış açısıyla çekme kuvveti büyük, fakat pervaneyi çevirmek için gerekli moment küçüktür. Buna karşılık, hatvesi büyük olan pervanenin çekme kuvveti küçük, momenti ise büyüktür.

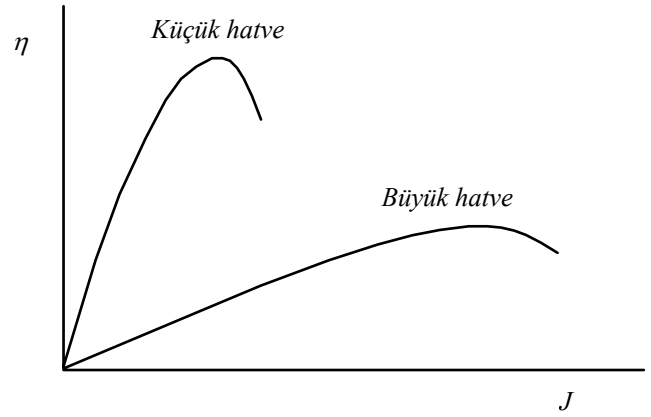
Pervanenin ilerleme hızının, yani diğer bir deyişle uçağın uçuş hızının büyük olması halinde tamamiyle aksi bir durum söz konusu olur. Bu defa büyük hatveli pervane makul sınırlar içerisindeki bir hücum açısında etkin olarak çalışmakta iken küçük hatveli pervane muhtemelen ileri doğru çekme yerine geriye doğru bir çekme kuvveti vermektedir.

Bu incelemeden sonuç olarak, düşük uçuş hızlarında elverişli olan bir pervanenin yüksek hızdaki uçuşlarda uygun olmayabileceğini söyleyebiliriz. Nitekim bu husus, havacılığın ilk gelişme yıllarında performansı kısıtlayıcı önemli bir faktör olmuştur.

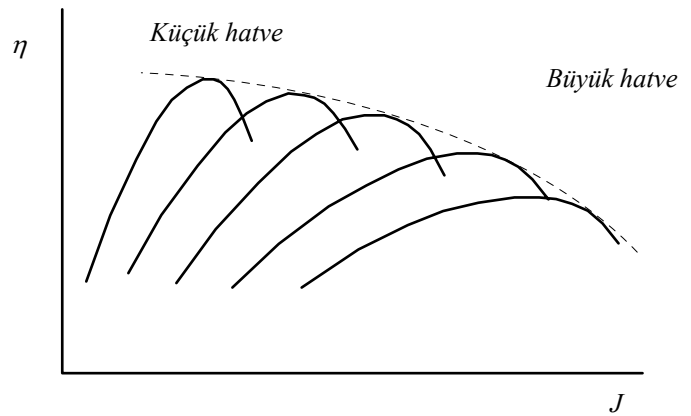
Geçmişte bu alanda önemli bir gelişme çift hatveli pervanelerle sağlanmıştır. Bu tür pervanelerde, pervane göbeğinde özel bir sistem aracılığıyla palalar döndürülerek iki ayrı konumda bulundurulabilmektedir. Böylece küçük ilerleme hızlarında küçük hatvede tutulan pervane, uçuş hızının büyük olduğu hallerde büyük hatve konumuna getirilebilmektedir. Şekil 11.7 'de küçük ve büyük iki hatve halinde pervane veriminin ilerleme oranı ile değişimini belirten tipik bir örnek görülmektedir.

Havacılıkta önemli bir ilerleme de "sabit hızlı" diye adlandırılan pervanelerin geliştirilmesiyle sağlanmıştır. Bu pervanelerde palalar yine göbek içerisindeki bir mekanizma aracılığıyla döndürülerek pala hatvesi sürekli olarak değiştirilebilmektedir. Sözü edilen mekanizma ile aynı zamanda motor hızı da en verimli değerinde sabit kalacak şekilde bir ayarlama yapılabilmektedir.

Şekil 11.8 'de bir pervanenin değişik hatvelerdeki verimlerinin ilerleme oranı ile değişimleri için tipik bir örnek görülmektedir.



Şekil 11.7: Pervane verimi üzerinde küçük ve büyük hatvenin etkisi



Şekil 11.8: Pervane verimi üzerinde hatve ve ilerleme oranının etkileri

### 11.5.3. Pervane etrafındaki akım alanı:

Bir pervanenin herbir palasını üç boyutlu bir kanat gibi düşünmek mümkündür. Yalnız bu kanat kök kısmı etrafında bir dönme hareketi yaparken sırt kısmı yönünde de bir ilerleme hareketi yapmaktadır. Bu hareketler etkisi altında pervane palası üzerinde genellikle pervanenin ilerleme yönünde bir taşıma kuvveti oluşmakta, ancak uç etkisi nedeniyle, üç boyutlu kanatta olduğu gibi, pala ucunda sıfır olan taşıma pala boyunca bir değişim göstermektedir (Şekil 11.9). Bunun sonucu palanın firar kenarında kaçma girdapları oluşmakta, ve bu girdaplar palanın izinde birbiri üzerine yuvarlanarak bir uç girdabı oluşturmaktadır.

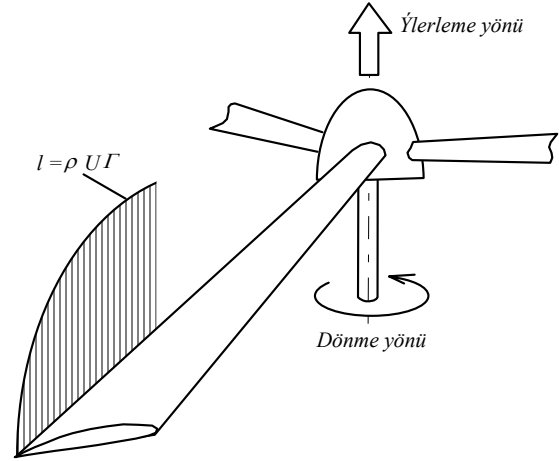
Üç boyutlu bir kanadın izinde aynı tarzda oluşan kaçma girdapları kanadın gerisinde, kanadın hareket düzlemi içerisinde kalacak şekilde yayılıyorken bir pervanenin izinde pervanenin dönme ve ilerleme hareketlerinin ortak etkisi nedeniyle helisel yörüngeler boyunca yayılmaktadır (Şekil 11.10).

Buna göre bir pervane etrafındaki akım alanını, pervane palaları yerine, üç boyutlu kanatta olduğu gibi, bağlı girdaplar olarak ve buna yukarıda izah edilen kaçma girdapları sistemini ilave ederek modellemek mümkündür.

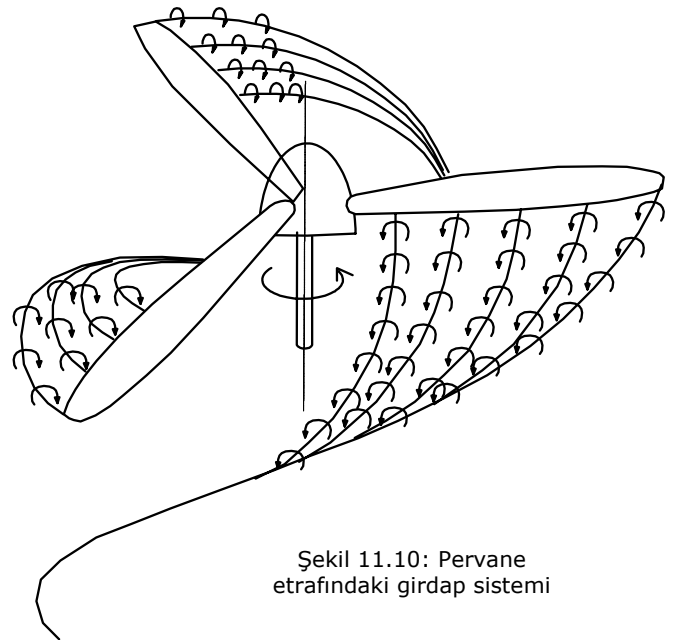
Bir palanın yakın izi incelenirse kaçma girdaplarının pala gerisinde palanın dönme düzlemi içinde kalacak şekilde değil de yukarıda belirtildiği gibi pervane gerisine doğru helisel yörüngeler boyunca yayıldığı görülür.

Bu girdap çizgilerinin palanın civarındaki akım alanı üzerindeki etkisini daha iyi görebilmek için dönme düzlemi içindeki ve ilerleme doğrultusundaki iki bileşene ayırmak yararlı olur (Şekil 11.11).

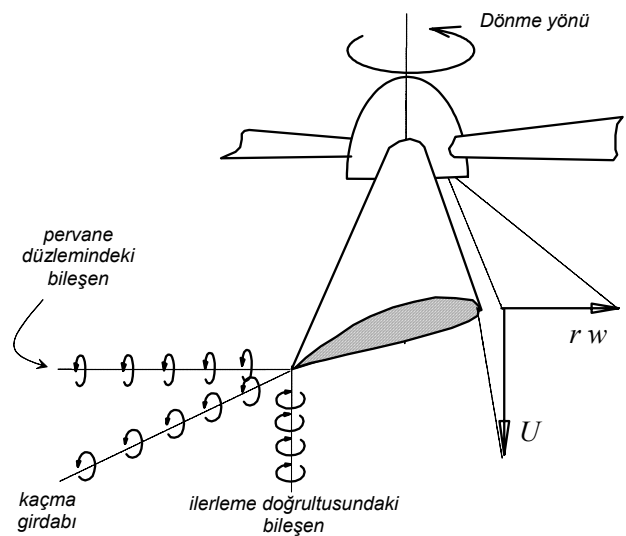
Dönme düzlemi içerisinde kalan bileşen girdap çizgileri üç boyutlu kanattakine benzer tarzda pala civarında palanın karnı doğrultusunda, yani diğer bir deyişle pervanenin ilerleme yönüne zıt yönde hızlar indüklerler. İşte bu indüklenen hızlar Froude momentum teorisinde disk düzleminde akım hızında görülen artımın ta



Şekil 11.9: Pervane palası boyunca yük dağılımı



Şekil 11.10: Pervane etrafındaki girdap sistemi

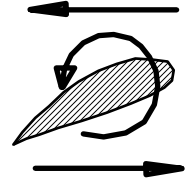


Şekil 11.11: Girdap çizgilerinin bileşenleri

kendisidir.

Üç boyutlu kanatta kanat açıklığı arttıkça indüklenmiş hızın azaldığı bilinmektedir. Diğer taraftan, Froude teorisine göre diski geçen akım ne kadar çok hızlanırsa, ideal verim o kadar artacaktır. Nitekim Froude teorisinin bir sonucu olarak ideal verimin pervane alanı ve izdeki hıza olan bağımlılıkları belirtilerek izdeki hızı arttırmak yerine pervane çapını arttırmanın ideal verimi olumlu yönde etkileyeceği ifade edilmiştir.

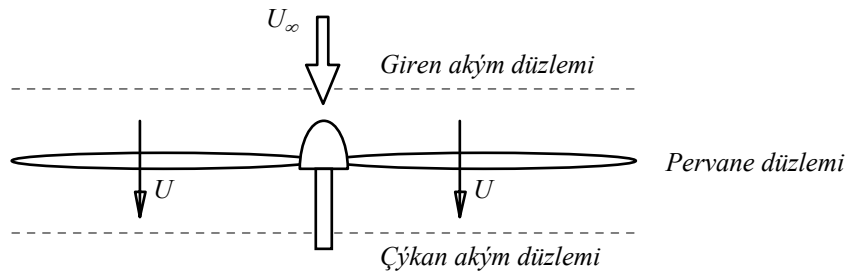
Pervanenin ilerleme doğrultusundaki girdap çizgisi bileşenleri ise palaların dönme yönünde hızlar indüklerler. Yani hava akımı pervanenin dönmesi yönünde komple bir dönme hareketi kazanır.



Bunun dışında, pervane palalarını temsilen alınan bağlı girdaplar palanın sırt tarafında dönme yönüne zıt yönde, karın kısmında ise dönme yönünde hızlar indüklerler.

Şimdi bir pervanenin dönme düzlemiyle buna paralel, hemen önündeki "giren akım düzlemini" ve hemen gerisindeki "çıkan akım düzlemini" gözönüne alalım (Şekil 11.12).

Giren akım düzleminde, pala önündeki bağlı girdapların indükledikleri hızlarla, ilerleme doğrultusundaki kaçma girdabı çizgisi bileşenlerinin indükledikleri hızlar birbirini yok edici yöndedir. Dolayısıyla giren akım düzleminde bir dönme olmadığını kabul edebiliriz.



Şekil 11.12: Akımın pervane eksenine doğrultusunda indüklenmesi

Çıkan akım düzleminde gerek bağlı girdapların ve gerekse ilerleme doğrultusundaki kaçma girdabı bileşenlerinin indükledikleri hızlar aynı yönde ve aynı mertebelindedir. Çıkan akım düzlemindeki indüklenmiş hız için  $2b\Omega$  yazılabilir.

Pervane düzleminde ise bağlı girdaplar hız indüklemediklerinden akımdaki dönme sadece ilerleme doğrultusundaki kaçma girdaplarından kaynaklanır. Pervanenin dönme düzleminde indüklenen bu açısal hız,  $\omega$ , pervanenin açısal dönme hızı  $\Omega$ 'nın bir kesri olarak

$$\omega = b \cdot \Omega$$

şeklinde ifade edilebilir.

Pervane düzlemindeki kaçma girdabı bileşenleri, daha önce de belirtildiği gibi pervanenin ilerleme yönüne zıt yönde hız indüklerler. Bu hızı pervanenin ilerleme hızı  $U_\infty$ 'un bir kesri olarak

$$u' = a \cdot U_\infty$$

şeklinde ifade etmek mümkündür.

#### 11.5.4. Pala elemanının performansı:

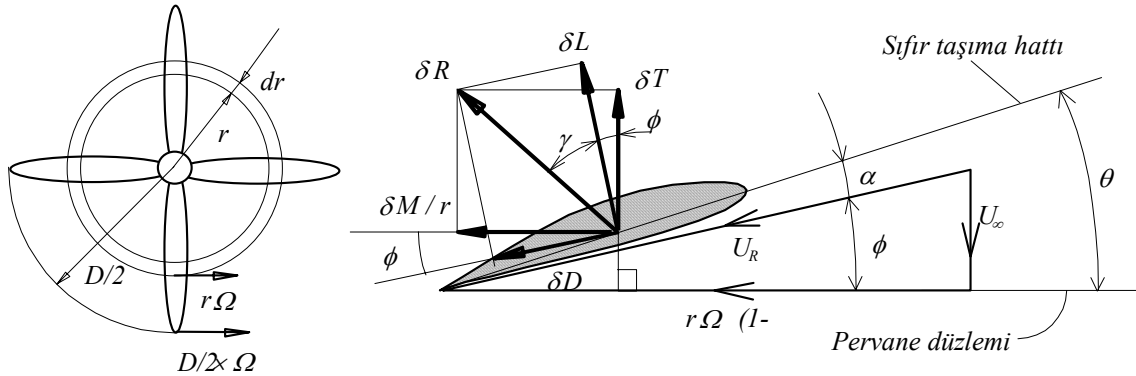
Bir pervanenin palalarının pervane ekseninden  $r$  uzaklıkta  $\delta r$  genişliğindeki elemanlarından birini gözönüne alalım (Şekil 11.13). Pervanenin açısal hızı  $\Omega$  olmak üzere bu elemanın hızı  $\Omega r$  [m/s] dir. Yukarıda izah edildiği gibi pervane düzlemini geçen akımın kendisi de girdap sisteminin etkisiyle pervanenin dönme yönünde  $rb\Omega$  hızıyla dönmektedir. Buna göre alınan pala elemanına pervane düzlemi içinde etkiyen bileşke hız,

$$r\Omega(1-b)$$

büyükliğindedir. Pervanenin dönme düzlemini geçen akımın hızı ise pervanenin ilerleme hızı  $U_\infty$ , girdap sisteminin indüklediği hız da  $aU_\infty$  olmak üzere

$$U_\infty(1+a)$$

şeklinde belirtilebilir. Pala elemanına etkiyen toplam hız ise bu iki hızın bileşkesi olan  $U_R$  'dir.



Şekil 11.13: Pala elemanına etkiyen kuvvetler

Pala elemanı bu bileşke  $U_R$  hızı doğrultusunda bir taşıma kuvvetine maruz kalacaktır.  $U_R$  hızının doğrultusu, üç boyutlu bütün etkiler katıldıktan sonra belirlendiği için taşıma ve sürüklenme kuvvetleri, seçilen pala elemanı kesitinin  $\alpha$  hücum açısındaki iki-boyutlu  $C_D$  ve  $C_L$  katsayıları ile orantılıdır.

Taşıma ve sürüklenme kuvvetlerinin bileşkesi, ilerleme yönünde çekme kuvveti  $\delta T$  ve buna dik doğrultuda moment kuvveti  $\delta M/r$  olmak üzere iki bileşene ayrılabilir.

Bu durumda  $U_R$  hızının dönme düzlemiyle yaptığı açı  $\phi$  ve bileşke kuvvetin taşıma kuvveti doğrultusuyla yaptığı açı olmak üzere şu bağıntıları yazmak mümkündür.

$$\tan \gamma = \frac{\delta D}{\delta L} = \frac{C_D}{C_L}$$

$$U_R = \frac{U_\infty(1+a)}{\sin \phi} = \frac{r\Omega(1-b)}{\cos \phi} \quad \rightarrow \quad \frac{U_\infty}{\Omega r} = \frac{1-b}{1+a} \tan \phi$$

$$\delta T = \delta R \cdot \cos(\gamma + \phi)$$

$$\frac{\delta M}{r} = \delta R \cdot \cos(\gamma + \phi)$$

Pala elemanından kazanılan faydalı güç ve bu elemanı döndürmek için harcanan güç sırasıyla

$$\delta P_f = U_\infty \cdot \delta T, \quad \delta P_g = \Omega \cdot \delta M$$

olmak üzere pala elemanının verimi için

$$\eta = \frac{U_\infty \cdot \delta T}{\Omega \cdot \delta M} = \frac{U_\infty \cdot \delta R \cdot \cos(\gamma + \phi)}{\Omega r \cdot \delta R \cdot \sin(\gamma + \phi)}$$

veya

$$\frac{U_\infty}{\Omega r} = \frac{1-b}{1+a} \tan \phi$$

kullanılarak

$$\eta = \frac{1-b}{1+a} \cdot \frac{\tan \phi}{\tan(\gamma + \phi)}$$

elde edilir.

Pervanenin pala sayısı  $n_B$  ise,  $\delta r$  genişliğindeki pala elemanlarına etkiyen toplam taşıma ve sürüklenme kuvvetleri,  $C_D$  ve  $C_L$  iki-boyutlu kesit karakteristikleri ve  $c$  de veter uzunluğu olmak üzere

$$\delta L = \frac{1}{2} C_L U_R^2 n_B c \delta r$$

$$\delta D = \frac{1}{2} C_D U_R^2 n_B c \delta r$$

şeklinde yazılabilir. Buradan

$$\delta T = \delta L \cos \phi - \delta D \sin \phi = \frac{1}{2} n_B c \delta r U_R^2 (C_L \cos \phi - C_D \sin \phi)$$

$$\frac{\delta T}{\delta r} = \frac{1}{2} n_B c U_R^2 C_L \left( \cos \phi - \frac{C_D}{C_L} \sin \phi \right) = \frac{1}{2} n_B c U_R^2 C_L (\cos \phi - \tan \gamma \sin \phi)$$

$$\frac{\delta T}{\delta r} = \frac{1}{2} n_B c U_R^2 C_L \frac{\cos \phi \cos \gamma - \sin \phi \sin \gamma}{\cos \gamma} = \frac{n_B c}{2} U_R^2 C_L \frac{\cos(\phi + \gamma)}{\cos \gamma}$$

ve

$$\frac{\delta M}{r} = \delta L \sin \phi + \delta D \cos \phi = \frac{1}{2} n_B c \delta r U_R^2 (C_L \sin \phi + C_D \cos \phi)$$

$$\frac{\delta M}{\delta r} = \frac{n_B c r}{2} \rho U_R^2 C_L \left( \sin \phi + \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} \cos \phi \right) = \frac{n_B c r}{2} \rho U_R^2 C_L \frac{\sin(\phi + \gamma)}{\cos \gamma}$$

elde edilir.

Orta büyüklükteki hücum açıları için  $\tan \gamma$  küçük olup,  $0.02$  mertebesindedir. Dolayısıyla  $L/D \approx 50$  mertebesinde ve  $\cos \gamma \approx 1$  mertebesindedir. Ayrıca pervane dönme düzleminde pala elemanlarının kapladığı planform alanının disk alanına oranı

$$\sigma = \frac{n_B c \delta r}{2\pi r \Omega \delta r} = \frac{n_B c}{2\pi r}$$

şeklinde "pervanenin katılığı-sıklığı" olarak isimlendirilir. Buna göre

$$\frac{\delta T}{\delta r} \cong \pi r \sigma \rho U_R^2 C_L \cos(\phi + \gamma)$$

$$\frac{\delta M}{\delta r} = \pi r^2 \sigma \rho U_R^2 C_L \sin(\phi + \gamma)$$

yazılabilir. Bu son ifadeler çekme kuvveti ile moment kuvvetinin pala boyunca değişimini göstermektedir.

Pala elemanın lokal verimi

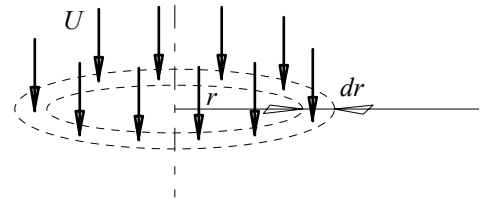
$$\eta = \frac{P_f}{P_g} = \frac{U_\infty \cdot \delta T \cdot \delta r}{2\pi n \cdot \delta M \cdot \delta r} = \frac{U \cdot \delta T / \delta r}{2\pi n \cdot \delta M / \delta r}$$

ifadelerinde  $\delta T / \delta r$  ve  $\delta M / \delta r$  için bulunan son bağıntılar kullanılarak

$$\eta = \frac{U_\infty \cdot \cos(\phi + \gamma)}{2\pi r n \cdot \sin(\phi + \gamma)}$$

şeklinde elde edilir.

Diğer taraftan pala elemanlarına etkiyen toplam  $\delta T$  çekme kuvveti pervane dönme düzleminin  $\delta r$  genişliğindeki şeritinden geçen havanın momentumundaki artışa eşittir.



$$\delta T = \dot{m} \cdot \Delta V$$

Burada

$$U = (U_s + U_\infty) / 2 = U_\infty (1 + a) \quad \rightarrow \quad U_s = U_\infty (1 + 2a)$$

$$\Delta V = U_s - U_\infty = 2aU_\infty$$

$$\dot{m} = \rho U (2\pi r \cdot \delta r) = \rho U_\infty (1 + a) \cdot (2\pi r \cdot \delta r)$$

olup,

$$T = 4\pi r \rho U_\infty^2 \delta r a (1 + a) \quad \text{veya} \quad \frac{\delta T}{\delta r} = 4\pi r \rho U_\infty^2 a (1 + a)$$

bulunur.



Benzeri şekilde pala elemanlarına etkiyen toplam  $\delta M$  momenti aynı  $\delta r$  genişlikteki şeritten geçen havanın açisal momentumundaki artışa eşittir.

$$\delta M = \dot{m} \cdot \Delta(\omega r^2)$$

Burada

$$\omega = 2b\Omega$$

$$\dot{m} = \rho U_\infty (1+a) \cdot (2\pi r \cdot \delta r)$$

olup,

$$\delta M = 4\pi r^3 \delta r \rho U_\infty b(1+a)\Omega \quad \rightarrow \quad \frac{\delta M}{\delta r} = 4\pi r^3 \rho U_\infty b(1+a)\Omega$$

yazılabilir.  $\delta T / \delta r$  ve  $\delta M / \delta r$  için bulunan bu son ifadeler daha önce bulunan ifadelerle karşılaştırılarak

$$4\pi r \rho U_\infty^2 a(1+a) = \pi r \sigma \rho U_R^2 C_L \cos(\phi + \gamma)$$

$$4\pi r^3 \rho U_\infty b(1+a)\Omega = \pi r^2 \sigma \rho U_R^2 C_L \sin(\phi + \gamma)$$

ve ayrıca  $U_R$  yerine

$$U_R = \frac{U_\infty(1+a)}{\sin \phi} = \frac{r\Omega(1-b)}{\cos \phi}$$

yazılarak

$$\frac{a}{1+a} = \frac{\sigma}{4} C_L \frac{\cos(\phi + \gamma)}{\sin^2 \phi}$$

$$\frac{b}{1-b} = \frac{\sigma}{2} C_L \frac{\sin(\phi + \gamma)}{\sin 2\phi}$$

elde edilir.

Bir pervanenin pala geometrisi ve kesit karakteristikleriyle ilerleme ve dönme hızları ve havanın yoğunluğu verildiği takdirde, yukarıda çıkarılan bağıntılar yardımıyla pervanenin çekme ve moment gradyanlarının, pala boyunca değişimini ve bunlar yardımıyla da pervaneye etkiyen toplam çekme ve momenti hesaplamak mümkündür. Bu hesaplar pervane dizaynının ilk adımlarını teşkil eder. Hesaplanan çekme moment ve gradyanları kullanılarak pervanenin yük altındaki burulma ve eğilmesi hesaplanır. Buradan pala boyunca yeni  $\theta$  açıları elde edilir. Ve bu hesaplar yakınsama elde edilinceye kadar iteratif olarak devam ettirilir.

Pervane analiz ve dizaynında önemli bir diğer nokta da sıkıştırılabilme etkileridir. Pervanenin pala uçlarına doğru çizgisel hızlar büyüdüğünden Mach sayıları da sıkıştırılabilme etkileri ortaya çıkacak kadar büyüyebilir. Sıkıştırılabilmenin etkisi kendini, kesit profilinin taşıma eğrisi eğiminde bir artış olarak gösterir. Bileşke akım Mach sayısının 0.6-0.7 'nin altında olması halinde sıkıştırılabilme etkileri Prandtl-Glauert formülü yardımıyla düzeltilir. Şöyle ki, sıkıştırılamaz akımdaki taşıma eğrisi eğimi  $a_0$  olmak üzere herhangi bir Mach sayısındaki taşıma eğrisi eğimi  $a_0$ 'dan

$$a_M = \frac{a_0}{\sqrt{1 - M^2}}$$

şeklinde hesaplanabilir.

Pervanenin özellikle uç kısımlarında, herhangi bir kesitine etkiyen bileşke akım Mach sayısının daha büyük olması halinde bu kesitin bir kısmında lokal Mach sayısı ses hızına erişebilir ve hatta geçebilir. Bu durumda bu bölgelerde şok oluşumu nedeniyle sınır tabaka ayrılmaları meydana gelerek titreşimlere neden olabilir.

### **ÖRNEK PROBLEM:**

*3.5 m çapındaki 4 palalı bir pervanenin ekseninden 1.25 m uzaktaki pala elemanının veter uzunluğu 250 mm ve geometrik hatvesi 4.4 m dir. Pala kesitinin sıkıştırılamaz akımdaki iki-boyutlu taşıma eğrisi eğimi  $0.1 \text{ deg}^{-1}$  'dir. Kesit profilinin finesi yaklaşık olarak sabit ve 50 olarak alınabilir. Buna göre 4600 m irtifada ( $\sigma=0.627$   $t=-14.9^\circ$ ), 67 m/s uçuş hızında (T.A.S.) ve pervanenin 1500 d/dak dönme hızında bu pala elemanının çekme kuvveti ve moment gradyantlarını ve lokal verimini hesaplayınız.*

### **CÖZÜM:**

Pala elemanının katılık oranı : 
$$\sigma = \frac{n_B c}{2\pi r} = \frac{4 \cdot 0,25}{2\pi \cdot 1,25} = 0,1273$$

Pervanenin dönme hızı : 
$$n = \frac{1500 \text{ d / dak}}{60 \text{ sn}} = 25 \text{ d / sn}$$

Taşıma/Sürükleme oranı açısı : 
$$\tan \gamma = \frac{C_D}{C_L} = \frac{l}{E} = \frac{1}{50} = 0,02 \rightarrow \gamma = 1,15^\circ \cong 0,02 \text{ rad}$$

Lokal geometrik hatve : 
$$h = 2\pi r \tan \theta$$

Lokal konum açısı : 
$$\tan \theta = \frac{4,4}{2\pi \cdot 1,25} = 0,56 \rightarrow \theta = 29,3^\circ \cong 0,51 \text{ rad}$$

Pervanenin açısal hızı : 
$$\Omega = 2\pi n$$

Bileşke hızla pervane düzlemi arasındaki açı

$$\begin{aligned} \tan \phi &= \frac{\sin \phi}{\cos \phi} = \frac{U_\infty (l+a)}{r \Omega (l-b)} = \frac{U_\infty (l+a)}{2\pi r n (l-b)} \\ &= \frac{67}{2\pi \cdot 1,25 \cdot 25} \cdot \frac{l+a}{l-b} \\ &= 0,3412 \frac{l+a}{l-b} \end{aligned}$$

Ses hızı : 
$$\begin{aligned} U_{ses} &= \sqrt{\gamma RT} = \sqrt{1,4 \cdot 287,26 \cdot (273,16 - 14,9)} \\ &= 322,3 \text{ m / s} \end{aligned}$$

$a$  ve  $b$  için ilk değerler olarak  $a = 0,1$ ;  $b = 0,02$  alalım. Buna göre iterasyon yapılarak

$a$	0.1	0.334	0.089	0.262
$b$	0.02	0.0374	0.0189	0.0383
$\tan \phi = 0,3412 \cdot \frac{(I+a)}{(I-b)}$	0.383	0.473	0.379	0.481
$\phi$	20.96	25.30	20.75	25.67
$\alpha = \theta - \phi$ (°)	8.34	4.00	8.55	3.63
$U_R = \frac{U_\infty (I+a)}{\sin \phi}$ (m/sn)	206.07	209.07	206.01	209.51
$M = U_\infty / U_{ses}$	0.639	0.649	0.639	0.650
$\sqrt{1-M^2}$	0.769	0.761	0.769	0.760
$\left(\frac{dC_L}{d\alpha}\right)_M = \frac{(dC_L/d\alpha)_0}{\sqrt{1-M^2}}$	0.130	0.131	0.130	0.132
$C_L = \left(\frac{dC_L}{d\alpha}\right)_M \cdot \alpha$	1,085	0,525	1,112	0,478
$\phi + \alpha$	22,11	26,45	21,89	26,82
$\frac{a}{I+a} = \frac{\sigma}{4} \cdot C_L \cdot \frac{\cos(\phi + \gamma)}{\sin^2 \phi}$	0.25	0.082	0.262	0.072
$a$	0.334	0.089	0.354	0.078
$\frac{b}{I-b} = \frac{\sigma}{2} \cdot C_L \cdot \frac{\sin(\phi + \gamma)}{\sin 2\phi}$	0.0389	0.019	0.0398	0.0176
$b$	0.0374	0.0189	0.0383	0.0172

Görüldüğü gibi iterasyon bu şekilde yakınsamamaktadır. Ancak her iterasyon sonucunda elde edilen  $a$  ve  $b$  değerlerini bir sonraki iterasyon adımına doğrudan sokmak yerine, her iterasyon adımında iterasyona girerken alınan  $a$  ve  $b$  değerleri ile iterasyon sonucunda elde edilen  $a$  ve  $b$  değerlerinin aritmetik ortalamasını alarak bir sonraki iterasyonda bu ortalama değerleri

kullanmak daha uygun olur. Buna göre herhangi bir  $i$  'inci iterasyon adımına girerken alınacak  $a$  ve  $b$  değerleri

$$a_i = \frac{a_{i-1} + \bar{a}_{i-1}}{2}, \quad b_i = \frac{b_{i-1} + \bar{b}_{i-1}}{2}$$

olacaktır. Burada  $a_{i-1}, b_{i-1}$  iterasyon sonu değerleridir. Buna göre iterasyon yapılırsa

$i$	$a_i$	$b_i$	$\bar{a}_i$	$\bar{b}_i$
1	0.1	0.02	0.334	0.0374
2	0.217	0.0287	0.178	0.0283
3	0.197	0.0285	0.196	0.0297
4	0.197	0.0291	0.196	0.0297
5	0.196	0.0294	0.196	0.0297
6	0.196	0.0296	0.196	0.0297
7	0.196	0.0296	0.196	0.0297
8	0.196	0.0297	0.196	0.0297

$a$  ve  $b$  'nin bulunan bu değerlerine karşılık

$$\phi = 22,81^\circ, \quad C_L = 0,846, \quad \alpha = 6,49^\circ, \quad \phi + \gamma = 23,96^\circ, \quad U_R = 207 \text{ m/sn}, \quad M = 0,641$$

ve bu değerler kullanılarak da

$$\frac{\delta T}{\delta r} = \pi r \sigma \rho U_R^2 C_L \cos(\phi + \gamma) = \pi \cdot 1,25 \cdot 0,1273 \cdot (1,2256 \cdot 0,627) \cdot (207)^2 \cdot 0,846 \cos(23,96^\circ)$$

$$\frac{\delta T}{\delta r} = 12726 \text{ N/m}$$

$$\frac{\delta M}{\delta r} = \pi r^2 \sigma \rho U_R^2 C_L \sin(\phi + \gamma) = \pi \cdot (1,25)^2 \cdot 0,1273 \cdot (1,2256 \cdot 0,627) \cdot (207)^2 \cdot 0,846 \sin(23,96^\circ)$$

$$\frac{\delta M}{\delta r} = 7069 \text{ N}$$

veya herbir pala başına

$$\frac{\delta T}{\delta r} = 3182 \text{ N/pala}$$

ve palanın lokal verimi için de

$$\eta = \frac{U_{\infty}}{2\pi nr} \cdot \frac{\cos(\phi + \gamma)}{\sin(\phi + \gamma)} = \frac{67}{2\pi \cdot 25 \cdot 1,25} \cdot \frac{\cos(23,96^{\circ})}{\sin(23,96^{\circ})} = \%76,8$$

bulunur.

**PROBLEMLER :**

1- Üç palalı bir pervane deniz seviyesinde  $110 \text{ m/sn}$  uçuş hızında  $1560 \text{ d/dak.}$  dönüş hızıyla çalıştırılmaktadır.  $1.25 \text{ m.}$  yarıçapındaki pala elemanının lokal verimi  $\% 87$  ve kesit profilinin finesi  $57.3$  'dür. Rotasyonel etkileşimi ihmal ederek pala elemanı üzerindeki çekme kuvveti gradyantını hesabediniz.

2- İzafi yoğunluğun  $\sigma=0.725$  olduğu bir irtifada  $90 \text{ m/sn}$  (T.A.S.) hızla uçmakta olan bir uçağın  $1200 \text{ d/dak.}$  hızla dönen 3 palalı pervanesinin  $1.5 \text{ m.}$  yarıçapındaki çekme ve moment gradyantları, sırasıyla  $300 \text{ N/m}$  ve  $1800 \text{ Nm/m}$  'dir. Pala açısı  $28^\circ$  olduğuna göre bu pala elemanının hücum açısını (sıfır taşıma hattına nazaran) bulunuz. Sıkıştırılabilme etkilerini ihmal ediniz.