

BÖLÜM 2

AERODİNAMİK KUVVET VE MOMENTLER

2.1 Aerodinamik kuvvet ve momentin kaynağı:

2.2 Aerodinamik kuvvet ve moment bileşenleri:

2.3 Aerodinamik kuvvet ve moment için boyut analizi :

2.4 Aerodinamik Katsayılar:

2.5 Akım benzerliği: Geometrik benzerlik, dinamik benzerlik:

2.6 Aerodinamik kuvvet ve momentin integrasyonla elde edilmesi:

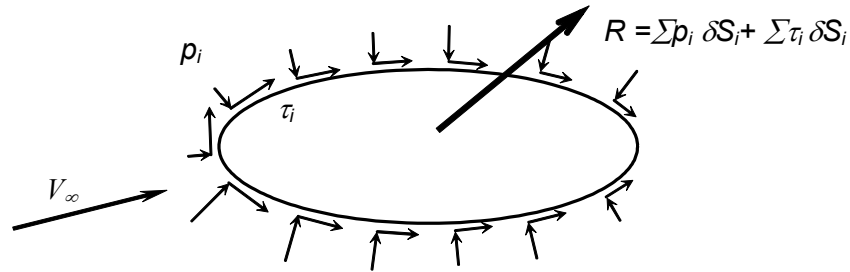
Sorular

2.1 Aerodinamik kuvvet ve momentin kaynağı:

Uçak veya benzeri bir cisim ile hava arasında hız farkı bulunduğunda havanın cisme bir aerodinamik kuvvet etkittiğinden ve ayrıca bu kuvvetin, seçilen bir referans noktaya göre bir moment oluşturduğundan söz edilir. Aslında hava akımı cisme bir tek noktada kuvvet etkitmez. Cisim ile havanın temas yüzeyinin her noktasında etkiyen kuvvetin bir dağılımı, ve her noktadaki kuvvetin de belirtilen bir referans noktaya göre yarattığı bir moment söz konusudur.

Hava akımının cisim yüzeyi üzerindeki herhangi bir noktada etkittiği kuvveti yüzeye dikey ve teğetsel doğrultularda olmak üzere iki bileşene ayırmak mümkündür. Bunlardan yüzeye dik olan bileşen basınç kuvveti, teğet olanı ise sürtünme kuvveti olarak adlandırılır. Kuvvet bileşenlerinin birim alana etkiyen kısımları ise sırasıyla basınç ve kayma gerilmesi olarak adlandırılır (Şekil 2.1). Her ikisi de basınç boyutunda büyüklüklerdir.

Uygulamada çoğu zaman yüzey boyunca yayılı kuvvetlerin nasıl dağıldığı ile ayrıntılı olarak ilgilenilmez, kuvvet dağılımları yüzey boyunca integre edilerek bulunan bileşke kuvvetle ve bunun yarattığı bileşke moment ile ilgilenilir.



Şekil 2.1: Aerodinamik kuvvet ve moment

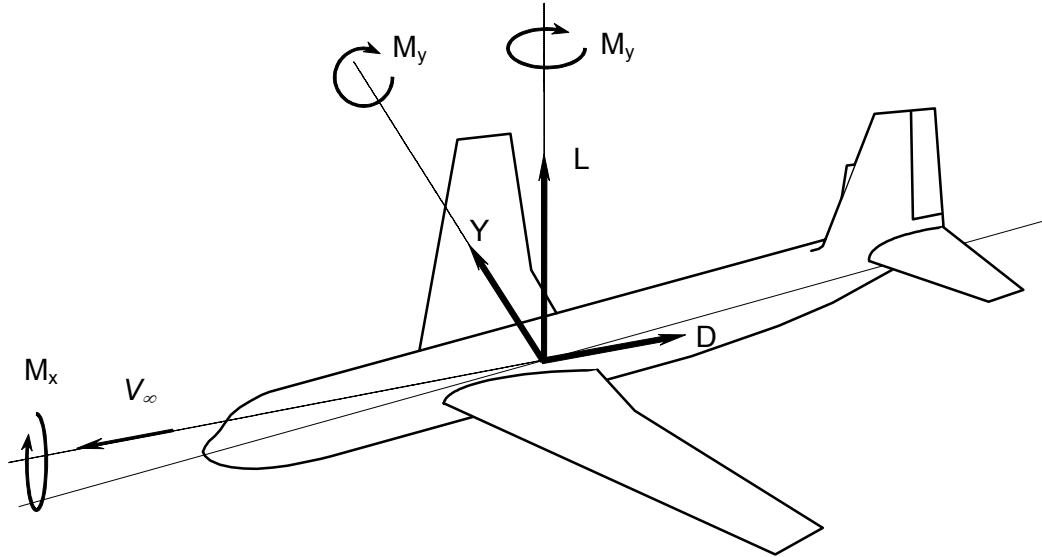
2.2 Aerodinamik kuvvet ve moment bileşenleri:

Aerodinamik incelemelerinde çoğu zaman bileşke kuvvet ve moment yerine, bunların uygun bir eksen takımında hesaplanmış veya ölçülmüş bileşenlerinden sözedilir.

Uçak ve benzeri araçlarla ilgili incelemelerde aerodinamik kuvvet ve moment genellikle uçuş doğrultusuna (veya izafi olarak düşünülürse, serbest akım doğrultusuna) göre tanımlanmış bir eksen takımında:

Kuvvet bileşenleri	L :	Taşıma kuvveti	(Lift Force)
	D :	Sürükleme kuvveti	(Drag Force)
	Y :	Yanlamasına kuvvet	(Lateral Force)
Moment Bileşenleri	M_y :	Yunuslama Momenti	(Pitching Moment)
	M_x :	Yalpa Momenti	(Rolling Moment)
	M_z :	Sapma Momenti	(Yawing Moment)

şeklinde üçer bileşenle ifade edilir. Eksen takımının başlangıç noktası uçağın ağırlık merkezidir. x eksenini uçuş doğrultusu ve yönünde seçilir. y eksenini pilota göre uçağın sağ tarafına doğru yönlenir. z eksenini ise yukarı doğrudur (Şekil 2.2).



Şekil 2.2: Rüzgara bağlı eksen takımında kuvvet ve momentler

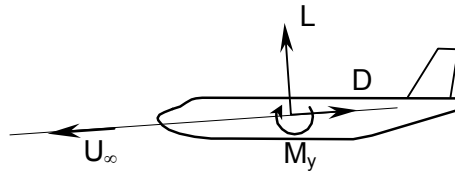
Bu sistemde kuvvet ve moment bileşenlerinin tanımları şu şekildedir:

Taşıma: Uçağa etkiyen bileşke aerodinamik kuvvetin serbest akıma dik doğrultuda uçağın yukarısına doğru etkiyen bileşenidir. Burada "yukarı doğru" ile pilotun başı doğrultusu kastedilmektedir. Yukarı veya aşağı gibi tanımlamaların tam olarak yapılamadığı roket vb. cisimlerde taşımanın yönünün ona göre iyi tarif edilmesi gerekir. Ancak, esas olarak belirtilebilecek husus taşımanın serbest akım doğrultusuna dik olduğudur.

Sürükleme: Uçağın hareket doğrultusunda, harekete zıt yöndeki kuvvet bileşenidir. Uçağın hareketine havanın gösterdiği direnç kuvvetidir.

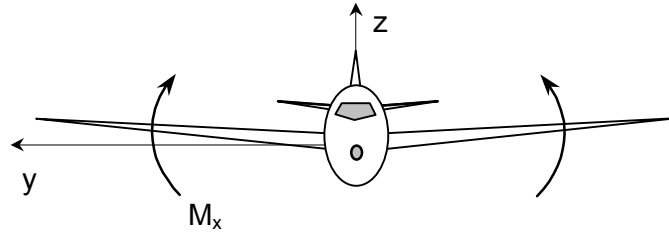
Yanlamasına kuvvet: Taşıma ve sürüklemeye dik doğrultuda pilota göre uçağın sağ tarafına doğru yönlendirilmiş kuvvet bileşenidir.

Yunuslama momenti: Taşıma-sürükleme düzlemi içerisinde etkiyen moment bileşenidir. Uçağın hücum açısı artacak şekilde (yani burnu yukarı kalkacak şekilde) etkimesi halinde pozitif kabul edilir (Şekil 2.3).



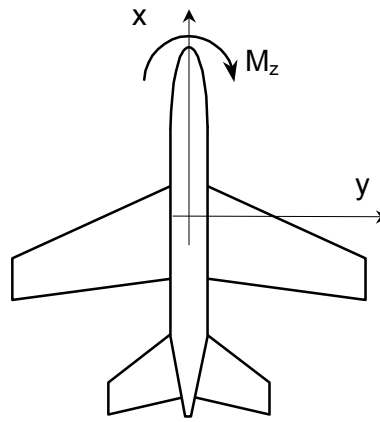
Şekil 2.3: Taşıma, sürükleme ve yunuslama için yönler

Yalpa momenti: Uçağın hareket doğrultusu ile çakışan x eksenini etrafında bir kanadı aşağı, bir kanadı yukarı gidecek şekilde dönmeye neden olacak tarzda etkiyen moment bileşenidir. Sağ kanadı aşağı yönlendirecek tarzda etkimesi halinde pozitif kabul edilir (Şekil 2.4)



Şekil 2.4: Yalpa momenti için pozitif yön

Sapma momenti: Uçağı düşey z eksenini etrafında döndürmeye çalışan moment bileşenidir. Uçağın burnunu pilota göre sağa döndürecek tarzda etkiyen sapma momenti pozitif kabul edilir (Şekil 2.5).



Şekil 2.5: Sapma momenti için pozitif yön

2.3 Aerodinamik kuvvet ve moment için boyut analizi :

Bir cisme etkiyen aerodinamik kuvvetin akışkan ve cismin özellikleri ile cismin akışkana nazaran hareketinin büyüklüğüne bağlı olduğu söylenebilir. Bu özellikler ve boyutları

- akışkanın basıncı	ρ	$[ML^{-1}T^{-2}]$
- akışkanın sıcaklığı	T	$[\theta]$
- akışkanın yoğunluğu	ρ	$[ML^{-3}]$
- akışkanın mutlak viskozitesi	μ	$[ML^{-1}T^{-1}]$
- akışkanın bulk elastisite modülü	K	$[ML^{-1}T^{-2}]$
- akışkanın ısı özellikleri	γ, R	$[M^2T^{-2}\theta]$
- cismin karakteristik uzunluğu	D	$[L]$
- cismin akışkana nazaran hareket hızı	V	$[LT^{-1}]$
- cismin geometrik şekli		
- cismin akışkana nazaran hareket doğrultusu	α	

şeklinde sıralanabilir. Akışkanın fiziksel özelliklerinden basınç, sıcaklık ve ısı özelliklerini, gerek akım alanını temsil eden denklemler (süreklilik, momentum, enerji) ve gerekse hal denklemleri yardımıyla yoğunluğa ve hareket hızına bağlamak mümkündür. Buna göre aerodinamik kuvvetin

$$F = f(G, V, D, \rho, \mu, K) \quad (2.1)$$

şeklinde sadece akışkanın yoğunluğu, viskozitesi ve elastisite modülü ile cismin karakteristik uzunluğu, geometrik şekli, akıma nazaran doğrultusu ve hızının bir fonksiyonu olduğunu belirtmek mümkündür. Burada G parametresi boyutsuz bir büyüklük olup cismin geometrik şeklini ve cismin akışkana nazaran hareket doğrultusunu birlikte temsil etmektedir.

Bu kapalı fonksiyonu, her bir parametreye hangi mertebeye bağlı olduğunu ifade etmek üzere açık bir fonksiyonla,

$$F = G \cdot V^a D^b \rho^c \mu^d K^e \quad (2.2)$$

şeklinde yazmak mümkündür. Bu eşitlikte her bir değişkenin boyutu yazılarak

$$\begin{aligned} \left[\frac{ML}{T^2} \right] &= \left[\frac{L}{T} \right]^a [L]^b \left[\frac{M}{L^3} \right]^c \left[\frac{M}{LT} \right]^d \left[\frac{M}{LT^2} \right]^e \\ &= [M]^{c+d+e} [L]^{a+b-3c-d-e} [T]^{-(a+d+2e)} \end{aligned} \quad (2.3)$$

ve eşitliğin her iki tarafındaki kütle, uzunluk ve zaman boyutlarındaki büyüklüklerin üsleri birbirine eşitlenerek

$$\begin{aligned} M: \quad & 1 = c + d + e \\ L: \quad & 1 = a + b - 3c - d - e \\ T: \quad & 2 = a + d + 2e \end{aligned} \quad (2.4)$$

elde edilir. Ancak bu üç denklemden beş bilinmeyen çözümlenmesi mümkün değildir. Bu bakımdan, diğer büyüklükler d ve e cinsinden

$$\begin{aligned} a &= 2 - d - 2e \\ b &= 2 - d \\ c &= 1 - d - e \end{aligned} \quad (2.5)$$

şeklinde çözümlenerek (2.2) eşitliğinde kullanılarak

$$F = G \cdot V^{2-d-2e} D^{2-d} \rho^{1-d-e} \mu^d K^e \quad (2.6)$$

bulunur. Bu ifadede üssü aynı türden olan büyüklükler bir araya getirilecek şekilde gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$F = G \cdot \rho V^2 D^2 \left(\frac{\mu}{\rho V D} \right)^d \left(\frac{K}{\rho V^2} \right)^e \quad (2.7)$$

elde edilir. buradaki K bulk elastisite modülünü ses hızına

$$a = \sqrt{K/\rho} \rightarrow K = \rho a^2 \quad (2.8)$$

şeklinde bağlamak mümkündür. Buna göre (2.7) bağıntısında yer alan parantezler içindeki ifadeler

$$\frac{K}{\rho V^2} = \frac{\rho a^2}{\rho V^2} = \frac{l}{(V/a)^2} = \frac{l}{M^2} \quad (2.9)$$

$$\frac{\mu}{\rho V D} = \frac{l}{Re}$$

şeklinde düzenlenebilir. Böylece sonuç olarak aerodinamik kuvvet için

$$F = G \cdot \rho V^2 D^2 \frac{1}{Re^d} \frac{1}{M^{2e}} \quad (2.10)$$

bağıntısı elde edilir. Buradaki M ve Re boyutsuz büyüklükler olup, sırasıyla Mach sayısı ve Reynolds sayısı olarak adlandırılır. G sabitinin ise cismin akışkana nazaran hareket doğrultusunun etkisini içerdiği gibi, geometrik şeklinin ve pürüzlülüğünün etkisini de içeren boyutsuz bir sabit olduğu hatırlanır.

(2.10) bağıntısı çoğu zaman boyutlu ve boyutsuz büyüklükler bir araya getirilerek

$$F = \frac{1}{2} \rho V^2 D^2 \cdot f(G, Re, M) \quad (2.11)$$

şeklinde yazılır. Bu bağıntı literatürde Rayleigh denklemi olarak bilinir. Rayleigh denklemi bir cisme etkiyen aerodinamik kuvvetin

- serbest akımın dinamik basıncına $(\frac{1}{2} \rho V^2)$
- cismin karakteristik yüzey alanına (D^2)
- Reynolds sayısına (Re)
- Mach sayısına (M) ve
- akım geometrisine (cismin geometrik şekli, pürüzlülüğü ve akıma nazaran doğrultusu)

bağlı olduğunu göstermektedir.

Aerodinamik kuvvet için yapılan boyut analizinin benzerini moment için de yapmak mümkündür. Bu amaçla moment, kuvvetle ilgili incelemede olduğu gibi

$$M = G \cdot V^a D^b \rho^c \mu^d K^e \quad (2.12)$$

şeklinde akım parametrelerine bağlanarak benzeri analiz yapılırsa

$$M = \frac{1}{2} \rho V^2 D^2 D \cdot g(G, Re, M) \quad (2.13)$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntı aerodinamik momentin, aerodinamik kuvvetlerde olduğu gibi dinamik basınç, Re sayısı, M sayısı ve cismin karakteristik yüzey alanına bağlı olduğunu, ancak ilave olarak cismin karakteristik boyuna da bağlı olduğunu göstermektedir. (2.13) bağıntısının çıkartılması bir uygulama olarak okuyucuya bırakılmıştır.

2.4 Aerodinamik Katsayılar:

(2.11) ve (2.13) bağıntılarının sağ tarafındaki bütün boyutlu büyüklükler sol tarafa bölen olarak geçirilirse aerodinamik kuvvet ve moment için

$$\frac{F}{\frac{1}{2}\rho V^2 D^2} = f(G, Re, M) \quad (2.14)$$

$$\frac{M}{\frac{1}{2}\rho V^2 D^2 D} = g(G, Re, M) \quad (2.15)$$

şeklinde boyutsuz birer ifade elde edilir. Bu ifadelerin sağ taraflarındaki boyutsuz büyüklükler sırasıyla aerodinamik kuvvet ve moment katsayıları olarak adlandırılır.

Uçak ve benzeri vasıtaların aerodinamik incelemelerinde kuvvet ve moment katsayıları aerodinamik kuvvet ve momentin her bir bileşeni için ayrı ayrı tanımlanır. Örneğin taşıma ve sürüklenme kuvvetleri için sırasıyla

$$\frac{L}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} = C_L(G, Re, M) \quad (2.16a)$$

$$\frac{D}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} = C_D(G, Re, M) \quad (2.16b)$$

yazılır. Yunuslama momenti katsayısı da

$$\frac{M_y}{\frac{1}{2}\rho V^2 S c} = C_{M_y}(G, Re, M) \quad (2.16c)$$

şeklinde tanımlanır. Burada S karakteristik alanı (bir uçak için kanadın üst görünüm alanı), c ise karakteristik uzunluğu (bir uçak için ortalama veter uzunluğu) belirtmektedir.

(2.16) bağıntılarının, bir cisme etkiyen aerodinamik kuvvet ve momentlere ait katsayıların, cismin geometrik şekli, pürüzlülüğü ve akışkana nazaran hareket doğrultusu ile Reynolds ve Mach sayılarına bağlı olduğunu gösterdiğini bir kez daha vurgulamakta yarar bulunmaktadır.

Uçak ve benzeri vasıtalarla ilgili uygulamada şüphesiz çok farklı büyüklüklerde ve hızlarda, çok farklı irtifalarda uçan araçlarla ilgilenilmektedir. Birbirine yakın özelliklerdeki vasıtaların kanat, kuyruk gibi elemanlarının geometrileri arasında da farklılıklar vardır. Dolayısıyla bunlara etkiyen aerodinamik kuvvet ve momentler de farklı olacaktır. Bu durumda bu vasitalardan hangisinin aerodinamik bakımdan daha iyi vasıflara sahip olduğu sorusunun cevabı ilk bakışta güç gelecektir. Ancak, aerodinamik kuvvet ve momentler yerine aerodinamik katsayıları birbiriyle karşılaştırarak cisimlerin aerodinamik vasıflarını mukayese etmek mümkündür. Örneğin, aynı taşıma katsayısındaki bir uçuş sırasında sürüklenme katsayısı daha küçük olan cismin aerodinamik sürüklenme açısından daha vasıflı olduğu söylenebilir.

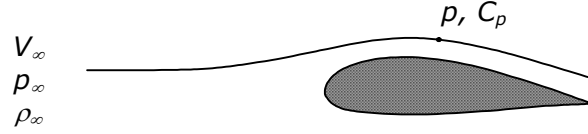
2.5- Basınç katsayısı:

Aerodinamik incelemelerinde sıklıkla cisimlerin etrafındaki basınç dağılımıyla ilgilenilir. Ancak bu incelemelerde basıncın mutlak değeri yerine bir katsayı şeklindeki ifadesinin kullanılması tercih edilir.

Basınç katsayısının genel tanımı

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2}$$

Şeklinde olup burada p ele alınan noktadaki statik basıncı, ∞ indisli büyüklükler ise serbest akım şartlarını belirtmektedir (Şekil 2.6).



Şekil 2.6: Basınç katsayısı

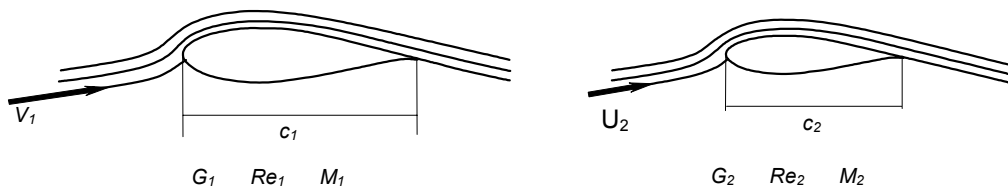
2.5 Akım benzerliği: Geometrik benzerlik, dinamik benzerlik:

Rayleigh denklemi bir cisme etkiyen aerodinamik kuvvet ve momentin, cismin büyüklüğü, havaya nazaran hızı ve havanın yoğunluğu gibi boyutlu büyüklüklere bağlı olduğu gibi geometrik şekli ve pürüzlülüğüne, havaya nazaran hareket doğrultusuna ve Reynolds ve Mach sayısı gibi boyutsuz büyüklüklere bağlı olduğunu, buna karşılık aerodinamik katsayıların belirtilen boyutlu büyüklüklerden bağımsız olduğunu göstermektedir. Katsayılar sadece geometrik şekil ve doğrultu ile Re ve M sayılarına bağlıdır.

Bu durumda, herhangi iki cismin büyüklükleri, havaya nazaran hızları ve içinde buldukları havanın yoğunlukları farklı olsa dahi, bunlara etkiyecek aerodinamik kuvvet ve moment farklı olmakla birlikte, aerodinamik katsayıların aynı olması imkanı bulunmaktadır. Katsayıların aynı olmasının, (2.16) bağıntılarının sağ taraflarında yer alan parametrelerin aynı olmasını gerektirdiği açıkça görülmektedir.

İki cisme etkiyen aerodinamik katsayıların aynı olması için fiziksel olarak iki cisim etrafındaki akımın Şekil 2.6 'da gösterildiği gibi benzer olması gerektiği söylenebilir. Akımların benzer olmasının ilk şartı cisimlerin geometrik şekillerinin birbirine benzemesidir. Bu benzerliğe her iki cisim yüzeyi üzerindeki pürüzlülüklerin de dahil edilmesi gereklidir. Ayrıca cisimlerin havaya nazaran hareket doğrultuları da aynı olmalıdır. Bütün bu şartların sağlanması "*geometrik benzerlik*" olarak adlandırılır.

Ancak geometrik benzerlik, akımların benzerliği için yeterli değildir. Bunun yanında her iki akıma ait Reynolds sayıları ve Mach sayıları da aynı olmalıdır. Geometrik benzerlikle birlikte bu şartların gerçekleşmesi ise "*dinamik benzerlik*" olarak adlandırılır.



Şekil 2.6: Akımların benzerliği

Dinamik benzerlik rüzgar tünellerindeki deneysel çalışmaların esasını teşkil eder. Şöyle ki; hiçbir zaman bir uçak olduğu gibi bir rüzgar tüneline sokularak uçuş hızındaki bir akım içerisinde deneye tabi tutulamaz. Henüz geliştirme (dizayn) aşamasında olan bir uçak uçurularak atmosfer içerisinde deneye tabi tutulamaz. Bunlar yerine uçakların küçük ölçekteki benzeri modelleri rüzgar tünellerine konularak Reynolds ve Mach sayıları uçuş

şartlarındakine yakın olacak şekilde deneye tabi tutulur. Deneylerden elde edilen sonuçlar uçuş şartlarındaki değerlere dönüştürülür.

Örnek 2.1:

Ağırlığı 2500 kgk olan bir uçağın 3000 m irtifada standart atmosfer şartlarında 50 m/sn hızla seyahat uçuşu yapması düşünülmektedir. Bu amaçla uçağın geometrik benzeri bir modelinin basınçlandırılabilir bir rüzgar tüneline 5 bar basınç altında ve 20°C sıcaklıkta 60 m/sn akım hızında deneye tabi tutulması tasarlanmıştır. Dinamik benzerliğin sağlanabilmesi için modelin ölçeği ne olmalıdır? Bu şartlarda modele etkiyen taşıma kuvveti ne kadar olur?

Cözüm:

Serbest akım hızları düşük olduğu için dinamik benzerlik sağlanması için sadece Reynolds sayılarının eşitlenmesi yeterli olacaktır. Uçuş şartları u alt indisi ile, deney şartları da d alt indisi ile belirtilmek üzere Re sayılarının eşitliğinden:

$$Re_u = Re_d \rightarrow \frac{\rho_u V_u l_u}{\mu_u} = \frac{\rho_d V_d l_d}{\mu_d} \rightarrow \frac{l_u}{l_d} = \frac{\rho_d}{\rho_u} \cdot \frac{V_d}{V_u} \cdot \frac{\mu_u}{\mu_d}$$

yazılır. Uçuş ortamında

$$\text{sıcaklık} \quad T_u = T_0 - \lambda \cdot h = 288 - 6.5 \cdot 10^{-3} \cdot 3000 = 268.5^\circ K$$

$$\text{yoğunluk} \quad \rho_u = \rho_0 \left(1 - \frac{h}{44308}\right)^{4.259} = 1.2267 \cdot \left(1 - \frac{3000}{44308}\right)^{4.259} = 0.910 \text{ kg / m}^3$$

$$\text{viskozite} \quad \mu_u = \mu_0 (T_u / T_0)^{0.75} = 1.784 \cdot 10^{-5} (268.5 / 288)^{0.75} = 1.693 \cdot 10^{-5} \text{ kg / m} \cdot \text{sn}$$

$$\text{hız} \quad V_u = 50 \text{ m / sn}$$

ve deney ortamında

$$\text{sıcaklık} \quad T_d = 20 + 273 = 293^\circ K$$

$$\text{yoğunluk} \quad \rho_d = \frac{p_d}{R \cdot T_d} = \frac{5 \cdot 10^5}{287 \cdot 293} = 5.946 \text{ kg / m}^3$$

$$\text{viskozite} \quad \mu_d = \mu_0 (T_d / T_0)^{0.75} = 1.784 \cdot 10^{-5} (293 / 288)^{0.75} = 1.807 \cdot 10^{-5} \text{ kg / m} \cdot \text{sn}$$

$$\text{hız} \quad V_d = 60 \text{ m / sn}$$

$$\text{olup} \quad \frac{l_u}{l_d} = \frac{5.946}{0.910} \cdot \frac{60}{50} \cdot \frac{1.693 \cdot 10^{-5}}{1.807 \cdot 10^{-5}} \rightarrow \frac{l_u}{l_d} = \underline{\underline{7.35}} \quad \text{bulunur.}$$

Dinamik benzerlik sağlandığında taşıma katsayıları eşit olacağından

$$C_{L_u} = C_{L_d} \rightarrow \frac{L_u}{\rho_u V_u^2 S_u} = \frac{L_d}{\rho_d V_d^2 S_d} \rightarrow L_d = L_u \frac{\rho_d}{\rho_u} \cdot \left(\frac{V_d}{V_u}\right)^2 \cdot \frac{S_u}{S_d}$$

Ayrıca benzer cisimleri alanları oranı $S_u / S_d = (l_u / l_d)^2$ şeklinde uzunlukları oranının karesine eşit olup böylece

$$L_d = 2500 \frac{5.946}{0.910} \cdot \left(\frac{60}{50}\right)^2 \cdot \frac{1}{(7.35)^2} \rightarrow L_d = \underline{\underline{435.4 \text{ kgk}}}$$

elde edilir.

Örnek 2.2:

Bir uçağın, troposferin bilinmeyen bir seviyesinde 500 km/saat hızla düzgün simetrik seyahat uçuşunu temsilen küçük ölçekli bir modeli üzerinde basınçlandırılabilir bir rüzgar tüneline 5 bar basınç, 20°C sıcaklık ve 160 m/sn serbest akım hızında deney yapılmış, modele etkiyen taşıma kuvveti 400 kgk olarak ölçülmüştür.

- Bu deney sonuçları uçağın hangi irtifadaki uçuşu için geçerlidir.
- Model ölçeği nedir?
- Uçağın muhtemel ağırlığı ne kadardır? Hesaplayınız.

Cözüm:

Uçak hızı $V_u = 500/3.6 = 138.89 \text{ m/s}$ olup sıkıştırılabilir akım rejimindedir. Bu bakımdan dinamik benzerlik için öncelikle Mach sayılarının eşitlenmesi gerekir. Daha sonra da Reynolds sayıları eşitlenmelidir. Buna göre,

- Uçağın uçtuğu irtifa, bu irtifadaki sıcaklıktan hareketle bulunabilir. Bunun için Mach sayılarının eşitliğinden

$$M_u = M_d \rightarrow \frac{V_u}{a_u} = \frac{V_d}{a_d} \rightarrow \frac{V_u}{\sqrt{\gamma R T_u}} = \frac{V_d}{\sqrt{\gamma R T_d}}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_u}{T_d} &= \left(\frac{V_u}{V_d}\right)^2 = \left(\frac{138.89}{160}\right)^2 = 0.8681 \\ T_d &= 20^\circ\text{C} + 273 = 293\text{K} \end{aligned} \right\} \rightarrow T_u = 293 \times 0.8681 = 220.78^\circ\text{K}$$

elde edilir. Standart şartlarda durgun atmosfer içerisinde sıcaklığın irtifa ile değişiminden

$$T_u = T_o - \lambda \cdot h \rightarrow h = \frac{T_o - T_u}{\lambda} = \frac{288 - 220.78}{6.5 \cdot 10^{-3}} \rightarrow \boxed{h = 10\,341.3 \text{ m}}$$

bulunur.

- Reynolds sayılarının eşitliğinden

$$Re_u = Re_d \quad \rightarrow \quad \frac{\rho_u V_u l_u}{\mu_u} = \frac{\rho_d V_d l_d}{\mu_d} \quad \rightarrow \quad \frac{l_u}{l_d} = \frac{\rho_d}{\rho_u} \cdot \frac{V_d}{V_u} \cdot \frac{\mu_u}{\mu_d}$$

yoğunluk ve viskozite için uçuş şartlarından

$$\rho_u = \rho_0 \left(1 - \frac{h}{44308} \right)^{4.259} = 1.2267 \cdot \left(1 - \frac{10341.3}{44308} \right)^{4.259} = 0.3955 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_u = \mu_0 (T_u / T_0)^{0.75} = \mu_0 (220.78 / T_0)^{0.75}$$

ve deney şartlarından

$$\rho_d = \frac{p_d}{R \cdot T_d} = \frac{5 \cdot 10^5}{287 \cdot 293} = 5.9459 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu_d = \mu_0 (T_d / T_0)^{0.75} = \mu_0 (293 / T_0)^{0.75}$$

bulunur. Böylece

$$\frac{l_u}{l_d} = \frac{5.9459}{0.3955} \cdot \frac{160}{138.89} \cdot \left(\frac{220.78}{293} \right)^{0.75} \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{l_u}{l_d} = 14}$$

elde edilir.

c) Dinamik benzerliğin bir sonucu olarak

$$C_{Lu} = C_{Ld} \quad \rightarrow \quad \frac{L_u}{\rho_u V_u^2 / 2 \cdot S_u} = \frac{L_d}{\rho_d V_d^2 / 2 \cdot S_d} \quad \rightarrow \quad L_u = L_d \cdot \frac{\rho_u}{\rho_d} \cdot \left(\frac{V_u}{V_d} \right)^2 \cdot \frac{S_u}{S_d}$$

bulunur. Ayrıca

$$W_u = L_u$$

$$\frac{S_u}{S_d} = \left(\frac{l_u}{l_d} \right)^2 = (14)^2$$

$$L_d = 400 \text{ kgk}$$

olup böylece

$$W_u = 400 \times \frac{0.3955}{5.9459} \times \left(\frac{138.89}{160} \right)^2 \times (14)^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{W_u = 3933.5 \text{ kgk}}$$

elde edilir.

2.6 Aerodinamik kuvvet ve momentin integrasyonla elde edilmesi:

Bir cisme etkiyen aerodinamik kuvvet ve momentin, cismin bütün yüzeyi boyunca yayılı olan dikey kuvvetlerle (basınç) teğetsel kuvvetlerin (kayma gerilmesi) bileşkesi olduğu önceki paragraflarda görülmüştü. Bileşke kuvvet ve momentin bulunması için yayılı kuvvetlerin ve bunların seçilen bir noktaya göre momentlerinin bütün yüzey boyunca integralinin alınması gerekecektir.

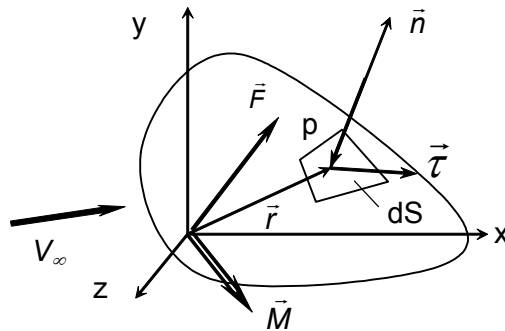
Şekil 2.7 'deki gibi V_∞ hızındaki serbest akıma maruz bir cismi ele alalım. Bu cismin herhangi bir yüzey elemanının alanı dS ve yüzey normali de \vec{n} olsun. Bu yüzey elemanına etkiyen basınç kuvveti yüzeye doğru yönelmiş ve $-p\vec{n}dS$ büyüklüğünde olacaktır. Yüzey elemanına etkiyen kayma gerilmesinin yönü, yüzeyin bu noktasındaki akımın yönüne bağlı olacaktır. Kayma gerilmesi $\vec{\tau}$ ile gösterilirse yüzey elemanına etkiyen toplam kuvvet

$$d\vec{F} = -p \cdot \vec{n} \cdot dS + \vec{\tau} \cdot dS = (-p \cdot \vec{n} + \vec{\tau}) \cdot dS$$

olarak yazılabilir. Bu kuvvet yüzey boyunca integre edilerek cisme etkiyen toplam aerodinamik kuvvet

$$\vec{F} = \iint_S (-p \cdot \vec{n} + \vec{\tau}) \cdot dS \quad (2.17)$$

şeklinde elde edilir. Yüzey elemanına etkiyen kuvvetin başlangıç noktası etrafında yarattığı moment de, yüzey elemanının konum vektörü \vec{r} olmak üzere



Şekil 2.7: Yüzey elemanına etkiyen kuvvetlerin integrasyonu

$$d\vec{M} = (-p \cdot \vec{n} + \vec{\tau}) \cdot dS \wedge \vec{r}$$

veya yüzey boyunca integral alınarak cisme etkiyen bileşke moment

$$\vec{M} = \iint_S (-p \cdot \vec{n} + \vec{\tau}) \cdot dS \wedge \vec{r} \quad (2.18)$$

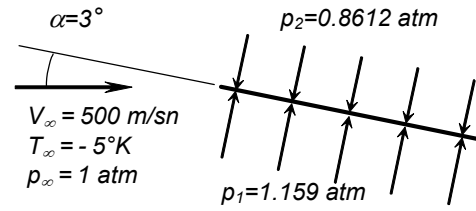
şeklinde elde edilir.

(2.17) ve (2.18) bağıntılarındaki integraller, yapılacak uygulamanın mahiyetine bağlı olmak üzere işlemler pratik hale getirilecek şekilde düzenlenerek hesaplanır. Bu hususa açıklık kazandırmak amacıyla aşağıda bazı örneklere yer almaktadır.

Sesaltı hızlarda kullanılan kanat profilleri için integrasyon bazı özellikler arzetmekte olup bu konuya daha ilerideki bir bölümde yer verilecektir.

Örnek 2.3

Şekildeki düz levha sesüstü hızdaki iki-boyutlu akıma maruz olup, alt ve üst yüzeyinde basınçlar sabittir. Teğetsel kuvvetleri ihmal ederek sürüklenme, taşıma ve yunuslama katsayılarını hesaplayınız.



Cözüm:

Serbest akım şartlarında

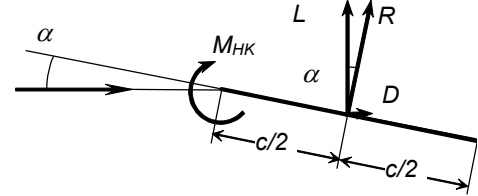
$$\text{sıcaklık} \quad T_{\infty} = -5 \text{ (}^{\circ}\text{C)} + 273 = 268 \text{ }^{\circ}\text{K}$$

$$\text{basınç} \quad p_{\infty} = 1 \times 760 \times 13.6 \times 9.81 = 101396 \text{ Pa}$$

$$\text{yoğunluk} \quad \rho_{\infty} = \frac{p_{\infty}}{R \cdot T_{\infty}} = \frac{101396}{287 \times 268} = 1.3183 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{dinamik basınç} \quad q_{\infty} = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 = \frac{1}{2} \times 1.3183 \times (500)^2 = 1.6479 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Levhaya etkiyen bileşke kuvvet (R) alt ve üst yüzeylere etkiyen kuvvetler arasındaki farka eşit olup, şekilde gösterildiği gibi levhanın orta noktasında levhaya dik yönde etkiyecektir. Bunun yatay ve düşey bileşenleri sırasıyla sürüklenme ve taşımayı verecektir. Moment hücum kenarına göre hesaplanacaktır. Buna göre:



$$R = (p_1 - p_2) \cdot (c \times l) = (1.159 - 0.8612) \times 101396 \cdot c = 0.3018 \cdot 10^5 \cdot c$$

$$L = R \cdot \cos \alpha = 0.3018 \cdot 10^5 \cdot c \times \cos 3^{\circ} = 0.3013 \cdot 10^5 \cdot c$$

$$D = R \cdot \sin \alpha = 0.3018 \cdot 10^5 \cdot c \times \sin 3^{\circ} = 0.0158 \cdot 10^5 \cdot c$$

$$M_{HK} = -R \cdot c/2 = -0.3018 \cdot 10^5 \cdot c \cdot c/2 = -0.1509 \cdot 10^5 \cdot c^2$$

Katsayılar

$$C_L = \frac{L}{q_{\infty} c} = \frac{0.3013 \cdot 10^5 \cdot c}{1.6479 \cdot 10 \cdot c} = 0.1828$$

$$C_D = \frac{D}{q_{\infty} c} = \frac{0.0158 \cdot 10^5 \cdot c}{1.6479 \cdot 10 \cdot c} = 0.0096$$

$$C_{M_{HK}} = \frac{M}{q_{\infty} c^2} = \frac{-0.1509 \cdot 10^5 \cdot c^2}{1.6479 \cdot 10 \cdot c^2} = -0.0916$$

SORULAR

2.1- Bir uçağa etkiyen aerodinamik kuvvet ve momentin uçuş hızına, havanın yoğunluğuna, Bulk elastisite modülüne ve viskozitesine ve cismin karakteristik uzunluğuna bağlı olduğu bilinmektedir. Boyut analizi yaparak

- aerodinamik kuvvet ve momentin Re ve M sayılarına bağlı olacağını gösteriniz.
- Dinamik benzerliği ve bu kavramın uçaklarla ilgili deneysel çalışmalardaki yararını izah ediniz.

2.2- Ağırlığı 2500 kg olan bir uçağın 3000 m irtifada standart atmosfer şartlarında 200 kg çekme kuvveti sağlayan bir pervane yardımıyla, 180 km/saat hızla seyahat uçuşu yapması düşünülmektedir. Bu amaçla uçağın geometrik benzeri bir modelinin basınçlandırılabilir bir rüzgar tüneline 5 bar basınç altında ve 20°C sıcaklıkta 60 m/sn akım hızında deneye tabi tutulması tasarlanmıştır.

- Dinamik benzerliğin sağlanabilmesi için modelin ölçeği ne olmalıdır?
- Bu şartlarda modeli rüzgar tüneline sabitlemek için en az ne kadarlık bir mesnet kuvvetine ihtiyaç vardır?

2.3 Bir uçağın prototipi üzerinde standart atmosfer şartlarında 2000 m irtifada düşük bir U hızında yapılan deneyler sonucu, bu uçağı çekmek için gerekli gücün P gibi bir değerde olacağı tespit edilmiştir. Aynı uçağın 7000 m irtifada, standart şartlardaki atmosfer içerisinde çekilmesi halinde

- Dinamik benzerliğin sağlanması için hızın ne kadar olacağını,
- Uçağı çekmek için gerekli gücün ne kadar olacağını hesaplayınız.

Not: Düz uçuşta itki kuvveti uçağın sürüklemesine eşit olup, güç için sürüklenme kuvvetinin uçak hızı ile çarpımı alınabilir.

2.4- 5000 m irtifada 250 km/saat hızla seyahat uçuşu yapması tasarlanan uçağın kanat yüklemesi 1700 N/m^2 dir. Bu uçağın sürüklemesinin standart atmosfer basıncının 6 katı kadar basınçlandırılmış bir rüzgar tüneline 25°C sıcaklıktaki hava akımında $1/10$ ölçekli bir modeli üzerinde yapılacak deneyle ölçülmesi planlanmıştır.

- a) Dinamik benzerlik sağlanabilmesi için deney hızı ne olmalıdır?
- b) Deney sırasında model üzerindeki kanat yüklemesi ne kadar olur?

2.5- Ağırlığı 60.000 N ve açıklığı 17 m olan bir uçağın $1/10$ ölçekli bir modeli basınçlandırılabilir rüzgar tüneline deniz seviyesindeki standart atmosfer basıncının 15 katı basınç altında ve 15°C sıcaklıkta flapları açık olarak deneye tabi tutulmuştur. Bu model üzerinde çeşitli deney hızlarında ölçülen maksimum taşıma kuvvetleri aşağıda verilmiştir.

Hız (m/sn)	20	21	22	23	24
Maksimum taşıma (N)	2960	3460	4000	4580	5200

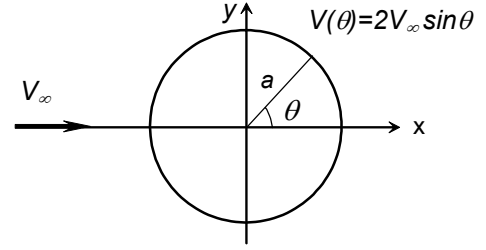
Uçağın deniz seviyesindeki minimum hızını hesaplayınız.

Not: (Minimum hızda uçağın ağırlığını maksimum taşımaya eşit alınız.)

2.6- İki boyutlu sürtünmesiz akım halinde bir dairesel silindirin yüzeyi boyunca hız dağılımı

$$V(\theta) = 2 \cdot V_{\infty} \sin \theta$$

şeklinde verilmiştir. Yüzey boyunca basınç dağılımını integre ederek taşımanın sıfır olduğunu gösteriniz.



2.7- Şekildeki kanat profili, 1.1 bar basınca ve 10°C sıcaklığa sahip olan 2 Mach sayısındaki üniform-paralel akımda 2° hücum açısıyla yer almaktadır. Profil yüzeyinin 1, 2 ve 3 ile gösterilen her bir bölgesinde basınçlar sabit olup değerleri sırasıyla $p_1=1.35 \text{ bar}$, $p_2=0.697 \text{ bar}$ ve $p_3=1.230 \text{ bar}$ olarak ölçülmüştür. Bu profilin taşıma ve sürükleme katsayılarını hesaplayınız.

