

END331 YARIYIL SONU SINAV ÇÖZÜMLERİ

Yanıt 1a:

2 puan

$a < 0$: x_1 çözüme girecek

2 puan

$a < b$: aksi takdirde x_2 çözüme girer

1.5 puan

c serbest: değeri çözümü etkilemiyor

2 puan

$d=1$: x_3 temel değişken

2 puan

$e=0$: x_4 temel değişken

1.5 puan

f serbest: değeri çözümü etkilemiyor

4 puan

$g > 0$ ve $30/g < y/4$: x_6 çözümden çıkacak, x_1 çözüme girecek

Yanıt 1b:

20 puan

y değerine bağlı

Yanıt 2a:

2 puan

x_1 : satın alınacak TV reklam sayısı

x_2 : satın alınacak Radyo reklam sayısı

max $5000(x_1 - 3) + 2000(x_2 - 1) + 13500 + 5000$

st

2 puan

$20x_1 + 3x_2 \leq 180$

1 puan

$20x_1 \leq 150$

1 puan

$3x_2 \leq 150$

2 puan

$x_1 \geq 3$

2 puan

$x_2 \geq 1$

2 puan

$x_1, x_2 \geq 0$ (*üstteki iki kısıt yoksa*)

Yanıt 2b:

2 puan

x_1 : ilk 3 TV reklamından sonra satın alınacak TV reklam sayısı

x_2 : ilk Radyo reklamından sonra satın alınacak Radyo reklam sayısı

max $5000x_1 + 2000x_2 + 13500 + 5000$

st

2 puan

$20(x_1 + 3) + 3(x_2 + 1) \leq 180 \rightarrow 20x_1 + 3x_2 \leq 117$

2 puan

$20(x_1 + 3) \leq 150 \rightarrow 20x_1 \leq 90$

2 puan

$3(x_2 + 1) \leq 150 \rightarrow 3x_2 \leq 147$

2 puan

$x_1, x_2 \geq 0$

Yanıt 3a (15 puan)

Soruda temel değişkenler $\{x_1 \text{ ve } x_3\}$ olarak belirtilmiş. Bu durumda B matrisi kısıtlardaki temel değişken katsayılarından bulunur. Ardından B matrisinin tersi hesaplanır.

$$B = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$$

Verilen kısıtların sağ tarafından b vektörü belirlenir.

$$b = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tabloyu tamamlamak için w , b' ve z değerlerine ihtiyaç vardır.

$$c_B = [1 \quad -1]$$

$$c_B B^{-1} = w = [1 \quad -1] \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix} = [0 \quad -1/2]$$

$$b' = B^{-1}b = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.5 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$z = wb = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} = -1/2$$

Düzeltilmiş simpleks tablosu:

z	0	-1/2	-1/2
x1	-1/2	-3/2	-3.5
x3	-1/2	-1	-3

Temel Dışı Değişkenler için indirgenmiş maliyetler hesaplanır (Simpleks tablosunun R0 satırı):

$$z_j - c_j = wa_j - c_j$$

x_2 için;

$$z_2 - c_2 = [0 \quad -1/2] \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} - (-2) = 1.5$$

x_4 için;

$$z_4 - c_4 = [0 \quad -1/2] \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix} - (-3) = 4$$

s_1 için;

$$z_5 - c_5 = [0 \quad -1/2] \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = 0$$

e_2 için;

$$z_6 - c_6 = [0 \quad -1/2] \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} - 0 = 1/2$$

Temel Dışı Değişkenlerin sütunları hesaplanır (Simpleks tablosu R1 ve R2 sütunları);

$$y_2 = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1/2 \end{bmatrix}$$

$$y_4 = B^{-1}a_4 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix}$$

$$y_5 = B^{-1}a_4 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix}$$

$$y_6 = B^{-1}a_4 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3/2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

x_1 ve x_3 temel değişken olduklarından w değerleri 0 ve sütunları sırasıyla $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ve $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ şeklindedir. Bu durumda tablomuz aşağıdaki gibi oluşturulmuş olur.

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	e_2	STD
1	0	1.5	0	4	0	1/2	-0.5
0	1	-1	0	1/2	-1/2	3/2	-3.5
0	0	-1/2	1	-1/2	-1/2	1	-3

Yanıt 3b (15 puan)

Çözüm olurlu değildir çünkü STD değerleri negatiftir. Bu durumda dual simpleks yöntemi uygulanacaktır.

En negatif STD değerine sahip x_1 çıkan değişken olur. Pivot satıra baktığımızda negatif ve 0 katsayıya sahip değişkenler s_1 ve x_2 'dir. İlgili sütunların oran testlerine (ROI/IR1I) baktığımızda oran testi en düşük olan s_1 çözüme girer.

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	e_2	STD
1	0.0	1.5	0.0	4.0	0.0	0.5	-0.5
0	1.0	-1.0	0.0	0.5	-0.5	1.5	-3.5
0	0.0	-0.5	1.0	-0.5	-0.5	1.0	-3.0
Oran		1.5			0		

Pivot işlemleri uygulanır;

$$R1' = R1 / -0.5$$

$$R0' = (0)R1' + R0$$

$$R2' = (0.5)R1' + R2$$

Yeni tablo aşağıdaki gibidir;

Z	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	e_2	STD
1	0	1.5	0	4	0	0.5	-0.5
0	-2	2	0	-1	1	-3	7
0	-1	0.5	1	-1	0	-0.5	0.5

STD değerlerinde negatif olmadığı için mevcut durum en iyi çözümü verir. Temel değişken değerleri $s_1 = 7$ ve $x_3 = 0.5$ olur ve amaç fonksiyonu $z = -0.5$ 'tir.

Yanıt 4:

Yapay talep ekle, tabloya sütun ekleme, maliyetleri ve talep değeri (4 puan)

Tabloda arz ve talep noktalarını gösterme (3 puan)

M'li maliyetler, İzmit-İzmit ve Bursa-Bursa maliyeti 0 olacak (4 puan)

Diğer maliyetler - burada iki alternatif hesaplama olabilir (8 puan)

İzmit, Bursa hariç arz ve talep değerleri (3 puan)

İzmit ve Bursa arz talep değerleri (3 puan)

Dengeleme:

$$\text{Toplam Arz} = 100+75+60 = 235$$

$$\text{Toplam Talep} = 100+ 110=210$$

$$\text{Yapay Talep} = 235-210= 25$$

$$\text{Geçici konaklama noktası talebi} = \text{İzmit} (0)+ s$$

$$\text{Geçici konaklama noktası talebi} = \text{Bursa} (0)+ s$$

$$S = 235 \text{ dengeli durum için arz ve talep}$$

Herhangi bir gönderimin mümkün olduğu durumlar için aşağıdaki maliyetler oluşturulmuştur. Gönderimin olanaklı olmadığı durumlar için büyük M ataması yapılmıştır. Ve tabloya yapay bir sütun eklenerek fazla arz dengelenmek istenmiştir.

	İZMİT	BURSA	AMBARLI	İSKENDERUN	YAPAY	ARZ
İSTANBUL	1055	1075	M	M	0	100
ANKARA	1065	1090	M	M	0	75
İZMİR	975	925	M	M	0	60
İZMİT	0	M	145	550	0	235
BURSA	M	0	155	510	0	235
TALEP	235	235	100	110	25	

İstanbul, Ankara, Ankara için maliyet: üretim + taşıma maliyeti

İzmir ve Bursa için maliyet: kontrol + taşıma maliyeti

- İstanbul -İzmit $1000+110*0,5=1055$ TL
- İstanbul -Bursa $1000+150*0,5=1075$ TL
- Ankara -İzmit $900+330*0,5=1065$ TL
- Ankara-Bursa $900+380*0,5=1090$ TL
- İzmir -İzmit= $750+450*0,5=975$ TL
- İzmir -Bursa= $750+350*0,5=925$ TL
- İzmit- Ambarlı = $75+ 140*0,5=145$ TL
- İzmit -İskenderun= $75 + 950*0,5= 550$ TL
- Bursa- Ambarlı= $60 +190*0,5= 155$ TL
- Bursa -İskenderun= $60+900*0,5=510$ TL

Alternatif maliyet hesabı:

İstanbul, Ankara, Ankara için maliyet: üretim + taşıma + kontrol maliyeti

İzmir ve Bursa için maliyet: taşıma maliyeti

- İstanbul -İzmit $1000+110*0,5 + 75 =1130$ TL
- İstanbul -Bursa $1000+150*0,5 + 60 =1135$ TL
- Ankara -İzmit $900+330*0,5 + 75 =1040$ TL
- Ankara-Bursa $900+380*0,5 + 60 =1150$ TL
- İzmir -İzmit= $750+450*0,5 + 75 = 1050$ TL
- İzmir -Bursa= $750+350*0,5 + 60 =985$ TL
- İzmit- Ambarlı = $140*0,5=70$ TL
- İzmit -İskenderun= $950*0,5= 475$ TL
- Bursa- Ambarlı= $190*0,5= 95$ TL
- Bursa -İskenderun= $900*0,5= 450$ TL