

END331 Yöneylem Araştırması I
Yarıyıl içi sınav 1 - Çözümler

Soru 1

Karar değişkenleri tanımı: 3 puan,

Amaç fonksiyonu: 5 puan,

Kısıtlar: 9 puan,

İşaret sınırı: 3 puan

x_1 : TV'dan satın alınacak reklam sayısı
 x_2 : Radyodan satın alınacak reklam sayısı
 x_3 : Gazeteden satın alınacak reklam sayısı
 $\max z = 20x_1 + 12x_2 + 9x_3$
subject to
 $15x_1 + 6x_2 + 4x_3 \leq 50$
 $x_1 + x_2 + x_3 \leq 15$
 $x_1 \leq 4$
 $x_2 \leq 7$
 $x_3 \leq 10$
 $x_i \geq 0$

Soru 2a

Yeni amaç fonksiyonu ve ilgili kısıtlar: 15 puan,

Yeni kısıt: 5 puan

Amaç: $\max \{\min \{20x_1, 12x_2, 9x_3\}\}$
Yeni amaç fonksiyonu: $\max w$
Yeni kısıtlar: $w \leq 20x_1, w \leq 12x_2, w \leq 9x_3$
 $20x_1 + 12x_2 + 9x_3 \geq 100$

Soru 2b

Yeni amaç fonksiyonu ve ilgili kısıtlar: 15 puan,

Yeni kısıt: 5 puan

Amaç: $\min |20x_1 - 12x_2|$
Yeni amaç fonksiyonu: $\min t$
Yeni kısıtlar: $t \geq 20x_1 - 12x_2$
 $t \geq -20x_1 + 12x_2$
 $20x_1 + 12x_2 + 9x_3 \geq 100$
 $t \geq 0$

Soru 3a (7 puan)

Durum 2'yi gösterme: 2 puan,

Toplam oranı bulma: 2 puan,

Çözüm optimal kalır: 1 puan,

Karar değişkeni değerleri: 1 puan,

Maliyet: 1 puan

Fiyatı değişen karar değişkenlerinden x_2 ve x_3 temel değişken \rightarrow DURUM 2

YA DA x_2 'nin ve x_3 'ün indirgenmiş maliyetleri 0 \rightarrow DURUM 2

$$r_1 = 5 / \text{INF}, r_2 = 5 / 18,33, r_3 = 5 / 10, r_4 = 5 / \text{INF}$$

$$\sum r_j = 0,7728 \leq 1 \text{ olduğu için mevcut çözüm optimal kalır}$$

En iyi çözümdeki karar değişkeni değerleri değişmez

$$\text{Yeni maliyet} = 90 + (3+1) \times 5 = 110 \text{ cent}$$

Soru 3b (7 puan)

Durum 2'yi gösterme: 2 puan,

Toplam oranı bulma: 2 puan,

Çözümün optimalliği hakkında bilgi yok: 3 puan

Fiyatı değişen karar değişkenlerinden x_2 ve x_3 temel değişken \rightarrow DURUM 2

YA DA x_2 'nin ve x_3 'ün indirgenmiş maliyetleri 0 \rightarrow DURUM 2

$$r_1 = 5 / 27,5, r_2 = 5 / 5, r_3 = 5 / 30, r_4 = 5 / 50$$

İkinci oran 1 olduğu için toplam oranlar 1'den büyüktür demek de yeterlidir

$$\sum r_j \geq 1 \text{ olduğu için mevcut çözümün optimalliği hakkında bilgimiz yok}$$

Soru 3c (7 puan)

Durum 2'yi gösterme: 2 puan,

Toplam oranı bulma: 2 puan,

Çözüm optimal kalır: 1 puan,

Karar değişkeni ve maliyet değişebilir: 2 puan

Sağ Tarafı değiştirilen kısıtlardan ikisi (çikolata ve şeker) aktif (sıkı-binding) kısıt \rightarrow DURUM 2

$$r_1 = 50 / 250, r_2 = 0,6 / 4, r_3 = 1 / \text{INF}, r_4 = 0,8 / 5$$

$$\sum r_j = 0,51 \leq 1 \text{ olduğu için mevcut çözüm optimal kalır}$$

Sağ taraf değerleri değiştiği için en iyi çözümdeki karar değişkeni ve amaç fonksiyon değerleri değişebilir

Soru 4 (30 puan)

Serbest değişken dönüşümü: 3 puan,

Standart form: 3 puan,

Başlangıç tablosu oluşturma: 4 puan,

İlk iterasyon: 3 puan,

Durum 2'de olduğunu belirtme: 3 puan,

İkinci aşama için 0. satır değişimi, sütun çıkarma: 4 puan,

Başlangıç tablosu oluşturma: 4 puan,

Oran testi yapılamadığını belirtme: 3 puan,

Sınırlı olmayan DP olduğunu belirtme: 3 puan,

Serbest değişken dönüşümü: $x_2 = x_2' - x_2''$, $x_2', x_2'' \geq 0$

$$\max z = x_1 - x_2' + x_2''$$

st

$$x_1 \geq 5$$

$$x_1 + x_2' - x_2'' \leq 10$$

$$x_1, x_2', x_2'' \geq 0$$

İlk aşama:

Standart form

$$\min w = a_1$$

$$x_1 - e_1 + a_1 = 5$$

$$x_1 + x_2' - x_2'' + s_2 = 10$$

$$x_1, x_2', x_2'', s_2, e_1 \geq 0$$

Sıfırıncı satırda $w - a_1 = 0$ olduğu için "yeni R0 = R0 + R1" işlemi ile başlangıç tablosu oluşturulur

w	x1	x2'	x2''	e1	a1	s2	ST	TD	Oran
1	1	0	0	-1	0	0	5	w	
0	1	0	0	-1	1	0	5	a1	5
0	1	1	-1	0	0	1	10	s2	10

x_1 girer a_1 çıkar

w	x1	x2'	x2''	e1	a1	s2	ST	TD
1	0	0	0	0	-1	0	0	w
0	1	0	0	-1	1	0	5	x_1
0	0	1	-1	1	-1	1	5	s_2

En iyi tablo bulundu. $w = 0$ ve yapay değişkenler temel değişken değil → Durum 2

İkinci aşama:

İlk aşama sonuç tablosundaki 0. satır ve yapay değişken sütunu atılır.

Orjinal amaç fonksiyonu $z - x_1 + x_2' - x_2'' = 0$ eklenir.

z	x1	x2'	x2''	e1	s2	ST	TD
1	-1	1	-1	0	0	0	w
0	1	0	0	-1	0	5	
0	0	1	-1	1	1	5	s2

x_1 değişkeninin temel değişken olması için "yeni R0 = R0 + R1" işlemi yapılarak başlangıç tablosu oluşturulur

z	x1	x2'	x2''	e1	s2	ST	TD
1	0	1	-1	-1	0	5	w
0	1	0	0	-1	0	5	x1
0	0	1	-1	1	1	5	s2

x_2'' değişkeni çözüme girebilir ama oran testi yapılamıyor, çıkan değişken belirlenemiyor.

Çözölmek istenen DP sınırlı olmayan DP'dir (unbounded LP)

YA DA

e_1 değişkeni girer, s_2 değişkeni çıkar

z	x1	x2'	x2''	e1	s2	ST
1	0	2	-2	0	1	10
0	1	1	-1	0	1	10
0	0	1	-1	1	1	5

x_2'' değişkeni çözüme girebilir ama oran testi yapılamıyor, çıkan değişken belirlenemiyor.

Çözölmek istenen DP sınırlı olmayan DP'dir (unbounded LP)