DAİRESEL DÜŞEY KURBLARIN KESİN HESABI

Orhan BAYKAL, M. Zeki COŞKUN

İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi,
Jeodezi ve Fotogrametri Müh., Maslak

ÖZET

Geçki düşey geometrisinde, iki doğru parçasını birleştirmek için daire yayı veya 2. derece parabolü kullanılmaktadır. Uygulamada, dairesel düşey kurblara ilişkin kırmızı kot ve kilometre hesablarında kolaylık amacı ile bazı kabuller yapılarak yaklaşık çözümler uygulanmaktadır. Günümüzde bilgisayar teknolojisinin gelişmesi ile birlikte bu yaklaşık çözümlerin önemi kalmamıştır. Ayrıca demiryolları ve yüksek standartlı karayolları için, hesapla bulunan kilometre ve kırmızı kotların hatasızlık düzeyinin mm boyutunda olması gerekmektedir. Bu nedenlerle, dairesel düşey kurbların hesabında kesin çözümün kullanılması daha uygun olacaktır. Bu yazıda düşey kurbların (daire ve 2. derece parabol) kesin çözümlerine ilişkin formüller türetilmiş ve bilgisayar yazılımına uygun hesap akışı anlatılmıştır. Örnek olarak alınan bir geçkide düşey geometriye ait ana ve ara noktaların kilometrelerinin ve kırmızı kotlarının, yaklaşık ve kesin hesapları yapılarak aradaki farklar gösterilmiştir.

ABSTRACT

Exact Solutions of Circular Vertical Curves

In the vertical geometry of the routes, circular curves or 2nd degree parabola are used for joining two straight lines. In practice, the approximate solutions are used with the aim of simplifying of calculation of heigths and kilometers of circular vertical curves. Nowadays, approximate solutions are not neeed due to the recent developments in computer technology. In addition, for the railroads and high standart roads the level of calculation precision should be in milimeter. For these reasons, the exact solutions are more suitable instead of approximate solutions. In this paper, equations of exact solutions of vertical curves are evaluated and the computations are explained. Differences of project heigths and kilometers obtained from approximate and exact solutions are computed for a sample route.

1-Giriş

Geçki düşey geometrisi, doğru parçalarından ve bu doğru parçaları arasına yerleştirilen eğrilerden oluşur. Bu eğrilere düşey kurb adı verilir. Uygulamada daire yayı veya ikinci derece parabolü düşey kurb olarak kullanılmaktadır [Umar ve Yayla, 1994], [Kissam, 1966].

Bir ulaştırma yapısının uygulama projesi, yapının tüm niteliklerini kapsar. Bu niteliklerin en önemlilerinden biri olan "geçki düşey geometrisi", ulaştırma yapısının gerçek (hatasız) düşey geometrisini temsil eder ve sayısal olarak kilometreler, kırmızı kotlar ve kırmızı çizgi eğimleri ile ifade edilir. Sözkonusu hatasız (gerçek) sayısal büyüklükleri üç ana gruba ayırmak mümkündür:

1. belirli kriterler dikkate alınarak tasarımcı (projeci) tarafından seçilen büyüklükler (genellikle dairesel düşey kurb yarıçapları veya parabolik düşey kurbların yatay izdüşüm uzunlukları, kırmızı çizgi eğimleri ,ara noktaların kilometreleri)
2. boykesit çizimi üzerinden ölçülerek bulunan büyüklükler (genellikle some noktalarının kilometreleri)
3. hesapla bulunan büyüklükler.

Birinci gruptaki büyüklükler, hesap kolaylığı bakımından genellikle yuvarlak sayı seçilirler. İkinci gruptakilerin sayısal inceliği boykesit çiziminin ölçeğine bağlıdır. Çoğunlukla boykesit yatay ölçeği 1/1000 alındığından some noktalarının kilometreleri (0.25-0.5) m inceliğe sahip olur. Birinci ve ikinci grup büyüklükleri, sayısal incelikleri ne olursa olsun, tam anlamıyla gerçek (hatasız) büyüklüklerdir.

Üçüncü gruptaki büyüklükler ise, bir hesap işlemi sonunda üretildiklerinden, belirli bir sayısal incelik düzeyinde hatasız olabilirler. Buna “hatasızlık düzeyi” denebilir.

Geçki düşey geometrisi, sayısal olarak, kilometreler ve kırmızı kotlarla ifade edilir. Günümüzde demiryolları ve yüksek standartlı karayolları için, hesapla bulunan kilometrelerin ve kırmızı kotların hatasızlık düzeyinin mm boyutunda olması gerekli görülmektedir. Hesapla bulunan diğer ara büyüklükler (eğimler, açılar, uzunluklar), bu hatasızlık düzeyini sağlayacak sayısal incelikte hesaplanmalıdır.

Konuyla ilgili ders ve uygulama kitaplarının çoğunda dairesel düşey kurbların hesabı, hatasızlık düzeyi dikkate alınmaksızın, ihmal ve varsayımlar yardımıyla anlatılmaktadır. Bu ihmal ve varsayımlar genellikle, bir eşitliği seriye açarak ilk terimini dikkate alma, eğik veya eğri bir uzunluğu yatay veya düşey izdüşüm uzunluğu olarak kabul etme şeklindedir [Umar ve Yayla, 1994], [Müller, 1984]. Sözkonusu yaklaşık hesap yolunun başlıca nedeni, 1970 li yıllardan önce tüm uygulayıcıların yaşamış oldukları sayısal hesap yapma darboğazıdır. Ancak günümüzde bu darboğaz tümüyle aşılmış olup düşey kurbların kesin hesabı, cep makinalarında dahi kolaylıkla yapılabilmektedir. İlgili yayınlarda karşılaşılan diğer bir husus da, parabolik düşey kurb hesaplarına ilişkin açıklamaların oldukça karmaşık ve zor anlaşılır olmasıdır [Umar ve Yayla, 1994], [Kissam, 1966].

Bu makalede, dairesel ve parabolik düşey kurblar için, hatasızlık düzeyini dikkate alan kesin hesap yolları açıklanacak ve yaklaşık çözümlerdeki ihmal ve kabullerin sonuçları etkileme derecesi, sayısal örnekler üzerinde gösterilecektir.

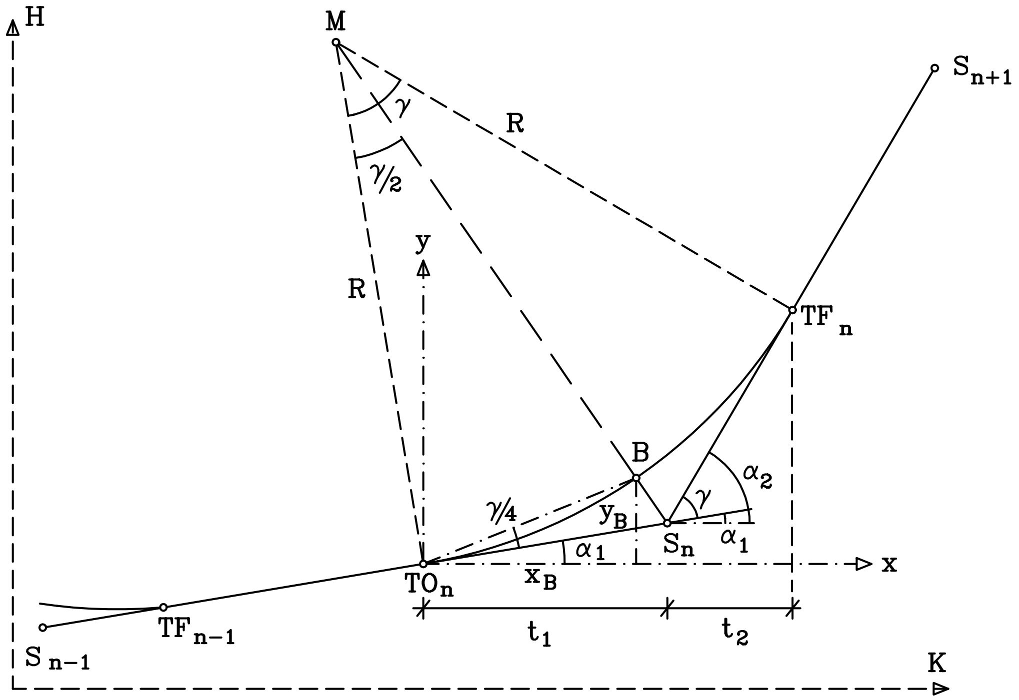
2- Düşey Kurbların Kesin Hesabı

Bu bölümde, dairesel ve parabolik düşey kurbların, ihmal ve kabullere yer vermeyen kesin hesabı açıklanacaktır. Ancak, daha önce, önemli bazı kavramların kısaca tekrarında yarar görülmektedir.

- Geçki düşey geometrisinin tasarımı, geçki yatay geometrisine ait boykesit (siyah çizgi) üzerinde yapılır. Tüm düşey geometri hesaplarının, bir düşey düzlem oluşturan K, H dik koordinat sisteminde (Şekil 2.1 ve 2.2) yapılması zorunludur.
- K yatay ekseni noktaların kilometrelerini gösterir. Bir geçki noktasının kilometresi, seçilen bir başlangıç noktasından itibaren geçki boyunca ölçülen yatay izdüşüm (plan) uzunluğudur. Bir düşey doğrultu üzerindeki tüm noktaların kilometreleri birbirine eşittir. Bir geçki noktasının kilometresinin hesabında kullanılacak uzunluklar, kesinlikle yatay izdüşüm uzunlukları olmalıdır.
- H düşey ekseni noktaların kotlarını gösterir. Kot hesabında düşey izdüşüm uzunluklarının kullanılması zorunludur.
- Geçki düşey geometrisine ilişkin hesaplar bölümler halinde yapılır. Hesaplanacak bölüm, bir önceki (hesaplanmış) bölümde yer alan düşey kurbun son noktası ile hesaplanacak bölüm içinde bulunan düşey kurbun son noktası arasında kalan geçki parçasıdır (Bölüm 2.1, Bölüm 2.2). Hesaba başlayabilmek için bilinmesi gereken büyüklükler "başlangıç verileri" dir.

Burada dikkat edilmesi gereken en önemli nokta, 1., 2. ve 3. grup büyüklüklerden oluşan başlangıç verilerinin, hesaplanacak bölümün düşey geometrisini tek anlamlı ifade etmeye yetecek sayıda ve nitelikte olmasıdır. Bu büyüklükler sayı ve nitelik bakımından yetersiz ise hesap yapılamaz (örneğin bir üçgenin üç iç açısının bilinmesi). Başlangıç verilerinin sayıca yeterinden fazla olması durumunda ise, hesaplanacak büyüklük için, hesap yoluna bağlı olarak birden çok ve birbirinden farklı değerler elde edilir. Gerçek değer kavramına tümüyle aykırı olan bu tür çelişkilerin oluşması kesinlikle önlenmelidir. Bundan sonraki bölümlerde, uygulamada en çok karşılaşılan başlangıç verileri dikkate alınacaktır.

2.1 Dairesel Düşey Kurbların Kesin Hesabı



Şekil 2.1 Dairesel Düşey Kurb

Dairesel düşey kurb hesabında, uygulamada en çok karşılaşılan başlangıç verileri şunlardır (Şekil 2.1):

- 1. gruptaki veriler: $\overline{S_{n-1}S_n}$ ve $\overline{S_nS_{n+1}}$ kırmızı çizgi kollarının g_1 ve g_2 eğimleri (işaretleri önemlidir), R kurb yarıçapı, ara noktaların K_j kilometreleri (bu veriler belirli kriterler dikkate alınarak projeci tarafından seçilir).
- 2. gruptaki veriler: S_n , S_{n+1} some noktalarının K_{S_n} , $K_{S_{n+1}}$ kilometreleri (bu veriler, boykesit çizimi üzerinden ölçülerek bulunur).
- 3. gruptaki veriler: bir önceki kurbun son noktası TF_{n-1} in kilometresi ($K_{TF_{n-1}}$) ve kotu ($H_{TF_{n-1}}$) ile S_n some noktasının kotu (H_{S_n}) (bu veriler, bir önceki kurba ait hesaplardan bilinmektedir).

Hesabı kolaylaştırmak amacıyla, K , H dik koordinat sisteminin orijini, eksenler paralel kalacak şekilde TO_n noktasına kaydırılırsa x, y dik koordinat sistemi elde edilir (Şekil 2.1). Düşey kurbun geometrisi ne olursa olsun (dere veya tepe kurb), x ekseninin pozitif yönü kilometrelerin artış yönünü, y ekseninin pozitif yönü ise kotların artış yönünü göstermelidir.

(x, y) dik koordinat sisteminde dairesel düşey kurbun denklemi

$$(x-x_m)^2+(y-y_m)^2=R^2 \tag{1}$$

dir. Burada x_m, y_m M kurb merkezinin koordinatlarıdır. Dairesel düşey kurb, aşağıdaki sınır değerleri sağlamalıdır(Şekil 2.1):

$$x=x_{TO_n}=0 \quad için \quad y=y_{TO_n}=0 \tag{2}$$

$$x=x_{TO_n}=0\ ,\ y=y_{TO_n}=0 \quad için \quad y'=g_1 \tag{3}$$

$$x=x_{TF_n}=t_1+t_2 \quad için \quad y=y_{TF_n}=t_1g_1+t_2g_2 \tag{4}$$

$$x=x_{TF_n}=t_1+t_2\ ,\ y=y_{TF_n}=t_1g_1+t_2g_2 \quad için \quad y'=g_2 \tag{5}$$

(1) in türevi

$$(x-x_m)+(y-y_m)\,y'=0 \tag{6}$$

olduğuna göre (2) sınır değerleri (1) de, (3) sınır değerleri (6) da yerine konarak

$$x_m=\pm\frac{-g_1R}{\sqrt{1+g_1^2}}, \qquad y_m=\pm\frac{R}{\sqrt{1+g_1^2}} \qquad \left|\begin{array}{l} Dere\ kurb\ için\ + \\ Tepe\ kurb\ için\ - \end{array}\right| \tag{7}$$

bulunur. (1) ve (7) den dairesel düşey kurbun denklemi

Dere kurb için $y = -\sqrt{R^2 - (x + \frac{g_1 R}{\sqrt{1+g_1^2}})^2} + \frac{R}{\sqrt{1+g_1^2}}$ (8)

Tepe kurb için $y = +\sqrt{R^2 - (x - \frac{g_1 R}{\sqrt{1+g_1^2}})^2} - \frac{R}{\sqrt{1+g_1^2}}$ (9)

elde edilir. (8) ve (9) da g_1 eğiminin işareti mutlaka dikkate alınmalıdır.

(4) ve (5) sınır değerleri yardımıyla t_1 ve t_2 yatay izdüşüm uzunluklarını , g_1, g_2 ve R ye bağlı olarak ifade etmek mümkündür. Ancak bu yolla oldukça karmaşık ve kullanışsız eşitlikler elde edildiğinden aşağıdaki hesap bağıntılarının daha uygun olduğu düşünülmektedir (Şekil 2.1),

$$t_1 = R\tan\frac{\gamma}{2}\cos\alpha_1 \ , \ \ t_2 = R\tan\frac{\gamma}{2}\cos\alpha_2 \tag{10}$$

burada

$$\alpha_1 = \arctan g_1 \ , \ \ \alpha_2 = \arctan g_2 \ , \ \ \gamma = |\alpha_1 - \alpha_2| \tag{11}$$

olup α_1 ve α_2 eğim açıları ile γ açısı 0.01 mgon hatasızlık düzeyinde hesaplanmalı, γ nın hesabında α_1 ve α_2 açılarının işaretleri mutlaka dikkate alınmalıdır.

B kurb orta noktası için Şekil 2.1 den

$$x_B = 2R\sin\frac{\gamma}{4}\cos(\alpha_1 \pm \frac{\gamma}{4}) \qquad \begin{vmatrix} \textit{Dere kurb için } + \\ \textit{Tepe kurb için } - \end{vmatrix} \tag{12}$$

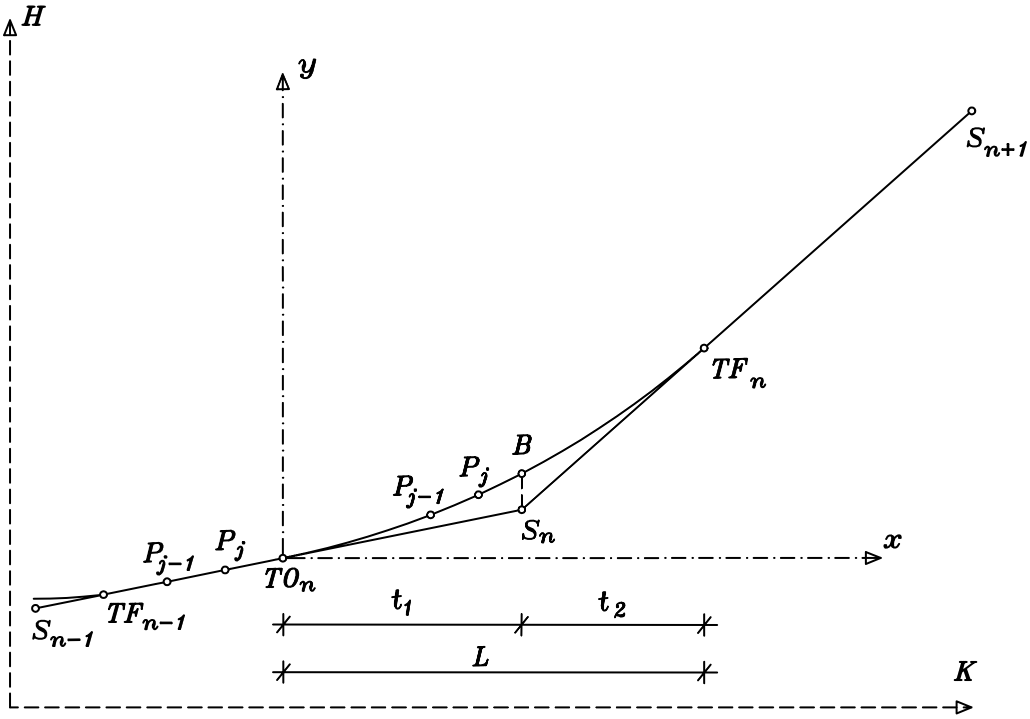
yazılabilir. Bu eşitlikte α_1 açısı işaretiyle yerine konmalıdır. y_B değeri (8) veya (9) dan hesaplanır.

Düşey kurblarda ekstrem noktalar (dere kurbda en düşük kotlu, tepe kurbda en yüksek kotlu noktalar), köprü, menfez, üst geçit gibi sanat yapılarının projelendirilmesinde önemli olabilir. (8) ve (9) un x e göre türevi sıfıra eşitlenerek E ekstrem noktası için

$$x_E = \pm\frac{-g_1 R}{\sqrt{1+g_1^2}} \qquad \begin{vmatrix} \textit{Dere kurb için } + \\ \textit{Tepe kurb için } - \end{vmatrix} \tag{13}$$

elde edilir (g_1 in işareti dikkate alınacaktır). y_E değeri (8) veya (9) dan hesaplanır. E ekstrem noktası dere kurblarda $g_1 < 0$, $g_2 > 0$, tepe kurblarda $g_1 > 0$, $g_2 < 0$ için kurb içinde bulunur. Diğer durumlarda, kırmızı çizgi sürekli olarak yükseldiği veya alçaldığı için ekstrem nokta yoktur.

2.2 Parabolik Düşey Kurbların Kesin Hesabı



Şekil 2.2 Parabolik Düşey Kurb

Parabolik düşey kurb hesabında başlangıç verileri, dairesel düşey kurbun başlangıç verileri ile aynıdır. Tek fark, R kurb yarıçapı yerine L parabolik düşey kurb yatay izdüşüm uzunluğunun projeci tarafından seçilmesidir. Hesapları kolaylaştırmak için, dairesel kurblarda yapıldığı gibi, x, y dik koordinat sisteminden (Şekil 2.2) yararlanılacaktır. Parabolik düşey kurbun denklemi

$$y = a\,x^2 + b\,x + c \;,\quad y' = 2a\,x + b \tag{14}$$

olup aşağıdaki sınır değerleri sağlamalıdır,

$$x = x_{TO_n} = 0 \;\; için \;\; y = y_{TO_n} = 0 \tag{15}$$

$$x = x_{TO_n} = 0 \;\; için \;\; y' = g_1 \tag{16}$$

$$x = x_{TF_n} = L \;\; için \;\; y = y_{TF_n} = t_1 g_1 + t_2 g_2 \tag{17}$$

$$x = x_{TF_n} = L \;\; için \;\; y' = g_2 \tag{18}$$

(15), (16) ve (18) sınır değerleri (14) de yerine konarak parabol denkleminin katsayıları elde edilir

$$c = 0 \;,\;\; b = g_1 \;,\;\; a = \frac{g_2 - g_1}{2L} = \frac{G}{2L}$$

ve parabolün denklemi

$$y = \frac{G}{2L}x^2 + g_1 x \ , \quad y' = \frac{G}{L}x + g_1 \tag{19}$$

olur. Burada

$$G = g_2 - g_1 \tag{20}$$

dir (G nin hesabında g_1 ve g_2 eğimlerinin işaretleri dikkate alınmalıdır).

(17) sınır değeri (19) da yerine konur ve Şekil 2.2 ye göre $t_2 = L - t_1$ olduğu dikkate alınırsa

$$t_1 = t_2 = \frac{L}{2} \tag{21}$$

sonucuna ulaşılır.

S_n some noktasından geçen düşey doğrultu üstündeki B noktasının koordinatları, Şekil 2.2, (19) ve (21) e göre

$$x_B = t_1 = \frac{L}{2} \ , \ y_B = \frac{GL}{8} + \frac{g_1 L}{2} \tag{22}$$

olur.

Ekstrem nokta (E) için $y' = 0$ ile (19) dan

$$x_E = -\frac{g_1}{G}L \ , \ y_E = -\frac{g_1^2 L}{2G} \tag{23}$$

bulunur. Dere kurblarda $g_1 < 0$, $g_2 > 0$ için, tepe kurblarda $g_1 > 0$, $g_2 < 0$ için kurb içinde bir ekstrem nokta vardır. Diğer durumlarda, kırmızı çizgi sürekli olarak yükseldiği veya alçaldığı için, ekstrem nokta yoktur.

2.3 Hesapların Yapılışı

Hesap işlemi, geçki düşey geometrisinin TF_{n-1} ile TF_n noktaları arasındaki bölümünü kapsar. Önce ana noktaların (TO_n , B , E , TF_n) kilometreleri, daha sonra tüm ana ve ara noktaların kırmızı kotları hesaplanır(Şekil 2.1 ve 2.2).

Kırmızı kot hesabında değişik yollar izlenebilir. Bunlardan biri, hesaplanan bir kotun bir sonraki nokta kotunun hesabında bilinen değer olarak kullanılmasıdır. Aşağıdaki açıklamalarda, bilgisayar yazılımına uygun olması ve kesin hesap kontrolu olanağı vermesi nedeniyle, bu hesap yolu esas alınacaktır.

1.) Ana nokta kilometreleri:

$$K_{TO_n} = K_{S_n} - t_1 \ , \ K_{TF_n} = K_{S_n} + t_2 \ , \ K_B = K_{TO_n} + x_B \ , \ K_E = K_{TO_n} + x_E \tag{24}$$

t_1 , t_2 , x_B ve x_E değerleri, dairesel kurb için (11) ve (10), (12), (13) eşitliklerinden, parabolik kurb için (21), (22), (23) eşitliklerinden hesaplanır.

2.) S_{n+1} some noktasının kotu

$$H_{S_{n+1}} = H_{S_n} + (K_{S_{n+1}} - K_{S_n})\,g_2 \tag{25}$$

3.) TF_{n-1} , TO_n doğru parçasına ait noktaların kırmızı kotları (Şekil 2.1 ve 2.2): Bu noktaların kilometreleri

$$K_{TF_{n-1}} < K_j \le K_{TO_n} \quad , \quad j \equiv P_1 \ , \ P_2 \ , \ldots , \ TO_n \tag{26}$$

şartını sağlar. Kırmızı kotların hesabında

$$\begin{aligned} H_{P_1} &= H_{TF_{n-1}} + (K_{P_1} - K_{TF_{n-1}})\,g_1 \\ H_{P_2} &= H_{P_1} + (K_{P_2} - K_{P_1})\,g_1 \\ &\ldots \\ H_j &= H_{j-1} + (K_j - K_{j-1})\,g_1 \end{aligned} \tag{27}$$

eşitlikleri kullanılır. Hesabın sonunda TO_n noktasının kırmızı kotu elde edilir.

4.) Birinci hesap kontrolu: TO_n noktasının kotu bir kez de

$$H_{TO_n} = H_{S_n} - g_1 t_1 \tag{28}$$

bağıntısından hesaplanır. TO_n noktasına ait iki kot değeri, kabul edilen hatasızlık düzeyinde (genellikle mm) birbirine eşit olmalıdır.

5.) TO_n ve TF_n noktaları arasında kalan (düşey kurba ait) noktaların kırmızı kotları: Bu noktaların kilometreleri

$$K_{TO_n} < K_j \le K_{TF_n} \quad , \quad j \equiv P_1 \ , P_2 \ , \ldots , \ B \ , \ldots , \ E \ , \ldots , \ TF_n \tag{29}$$

şartını sağlar. Kırmızı kotlar

$$H_{P_1} = H_{TO_n} + y_1 \ , \ H_{P_2} = H_{P_1} + (y_2 - y_1) \ , \ldots , \ H_j = H_{j-1} + (y_j - y_{j-1}) \tag{30}$$

eşitlikleri ile hesaplanır. y_j değerlerinin hesabında dairesel kurb için (8) veya (9) bağıntıları, parabolik kurb için (20) ve (19) bağıntıları kullanılır. x absisleri için

$$x_j = K_j - K_{TO_n} \tag{31}$$

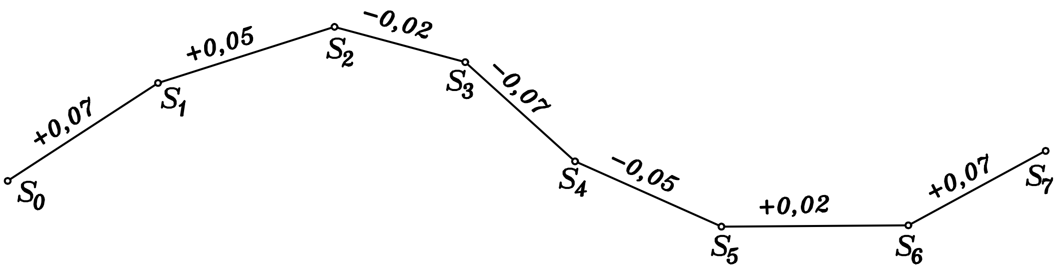
eşitliği geçerlidir. Hesap işlemi TF_n noktasının kırmızı kotunun hesabıyla son bulur.

7.) İkinci hesap kontrolu: TF_n noktasının kotu bir kez de

$$H_{TF_n} = H_{S_n} + g_2 t_2 \qquad (32)$$

eşitliği ile hesaplanır. Bu noktaya ait iki kot değerinin, kabul edilen hatasızlık düzeyinde (genellikle mm) birbirine eşit olması gereklidir.

3 Uygulama



Şekil 3.1 Uygulama

Dairesel düşey kurbun yaklaşık ve kesin hesabına ilişkin farkları sayısal olarak göstermek amacıyla Şekil 3.1 deki kırmızı çizgi her iki yöntemle hesaplanmıştır. Hesap için başlangıç verileri Tablo 1 de verilmiştir.

Tablo 1. Başlangıç Verileri

Some No	Kilometre K (Km+m)	Yarıçap R (m)	Kot H (m)	Eğim g
S_O	0+000	-	500	
				+0.07
S_1	0+500	10000	(535)	
				+0.05
S_2	1+500	10000	(585)	
				-0.02
S_3	2+500	10000	(565)	
				-0.07
S_4	3+500	10000	(495)	
				-0.05
S_5	4+500	10000	(445)	
				+0.02
S_6	5+500	10000	(465)	
				+0.07
S_7	6+000	-	(500)	

Tablo 1 de S_0 noktasının kotu başlangıç verisi olarak alınmış, parantez içindeki diğer kotlar hesaplanmıştır. Ayrıca herbir kurb ve doğru parçası üstünde ikişer ara noktanın kilometreleri de başlangıç verisi olarak seçilmiştir.

Yaklaşık kurb hesabı [Umar, Yayla, 1994] de açıklanan hesap bağıntıları ile yapılmış, yaklaşık ve kesin hesap sonuçları ve bu sonuçlar arasındaki farklar Tablo 2 de özetlenmiştir.

Tablo 2 den görüldüğü gibi kilometreler arasındaki farklar -1114 mm ile +602 mm arasında, kırmızı kotlar arasındaki farklar ise -78 mm ile +78 mm arasında değişmektedir.

4 Sonuç

Bu çalışmada dairesel ve parabolik düşey kurbların kesin hesabına ilişkin hesap bağıntıları türetilmiş ve bilgisayar tasarımına uygun, kesin hesap yolu açıklanmıştır. Ayrıca dairesel düşey kurbların, literatürde verilen yaklaşık hesab yolu, kesin hesap yoluyla sayısal örnek üzerinde karşılaştırılmıştır. Tablo 2 den görüldüğü gibi iki hesap yoluna ait sonuçlar arasındaki farklar kilometrelerde 1 m yi aşmakta, kırmızı kotlarda ise 8 cm ye ulaşılmaktadır. Bu farklar $R = 10000$ m kurb yarıçapı için elde edilmiştir. Yarıçap büyüdükçe farkların artacağı açıktır.

Günümüzde demiryolu ve önemli karayolu geçkilerine ilişkin hesaplarda kilometrelerin ve kırmızı kotların hatasızlık düzeyinin mm olmasının gerekli görüldüğü dikkate alınırsa, yukardaki farklar ihmal edilemez büyüklüktedir. Bilgisayar teknolojisinin günümüzde yarattığı hesap yapma kolaylığı da düşünülerek, dairesel düşey kurbların hesabında kesin hesap bağıntılarının kullanılması son derece uygun olacaktır.

Tablo 2. Dairesel Düşey KurblarınYaklaşık ve Kesin Hesabının Karşılaştırılması

Nokta No	Yaklaşık Hesap K (km+m)	Yaklaşık Hesap H (m)	Kesin Hesap K (km+m)	Kesin Hesap H (m)	Farklar ΔK (mm)	Farklar ΔH (mm)
S_0	0+000	500.000	0+000	500.000	-	-
	0+100	507.000	0+100	507.000	-	-
	0+300	521.000	0+300	521.000	-	-
T_{O1}	0+400	528.000	0+400.602	528.042	602	42
	0+450	531.375	0+450	531.377	-	2
B_1	0+500	534.500	0+500.030	534.504	30	4
	0+550	537.375	0+550	537.377	-	2
T_{F1}	0+600	540.000	0+599.517	539.976	-483	-24
	0+700	545.000	0+700	545.000	-	-
	1+000	560.000	1+000	560.000	-	-
T_{O2}	1+150	567.500	1+150.515	567.526	515	26
	1+300	573.875	1+300	573.880	-	5
B_2	1+500	578.875	1+500.092	578.881	92	6
E_2	-	-	1+649.891	580.003	-	-
	1+700	579.875	1+700	579.877	-	2
T_{F2}	1+850	578.000	1+849.851	578.003	-149	3
	2+000	575.000	2+000	575.000	-	-
	2+150	572.000	2+150	572.000	-	-
T_{O3}	2+250	570.000	2+250.555	569.989	555	-11
	2+350	567.500	2+350	567.505	-	5
B_3	2+500	561.875	2+499.860	561.891	-140	16
	2+650	554.000	2+650	554.008	-	8
T_{F3}	2+750	547.500	2+748.886	547.578	-1114	78
	2+900	537.000	2+900	537.000	-	-
	3+200	516.000	3+200	516.000	-	-
T_{O4}	3+400	502.000	3+400.602	501.958	602	-42
	3+450	498.625	3+450	498.623	-	-2
B_4	3+500	495.500	3+500.030	495.496	30	-4
	3+550	492.625	3+550	492.623	-	-2
T_{F4}	3+600	490.000	3+599.517	490.024	-483	24
	3+750	482.500	3+750	482.500	-	-
	4+000	470.000	4+000	470.000	-	-
T_{O5}	4+150	462.500	4+150.515	462.474	515	-26
	4+300	456.125	4+300	456.121	-	-4
B_5	4+500	451.125	4+500.092	451.120	92	-5
E_5	-	-	4+669.891	449.997	-	-
	4+750	450.500	4+750	450.499	-	-1
T_{F5}	4+850	452.000	4+849.852	451.997	-148	-3
	5+000	455.000	5+000	455.000	-	-
	5+150	458.000	5+150	458.000	-	-
T_{O6}	5+250	460.000	5+250.555	460.011	555	11
	5+350	462.500	5+350	462.495	-	-5
B_6	5+500	468.125	5+499.860	468.109	-140	-16
	5+650	476.000	5+650	475.992	-	-8
T_{F6}	5+750	482.500	5+748.886	482.422	-1114	-78

Kaynaklar

Umar, F.; Yayla, N.; Yol İnşaatı, IV baskı, İTÜ. İnşaat Fak., İstanbul, 1994

Müller, G.; Ingenieurgeodaesie - Verkehrsbau - Grundlagen, VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, 1984

Kissam, P.; Highway Curves, Fourt Edition, John Wiley & Sons Inc., London, 1966