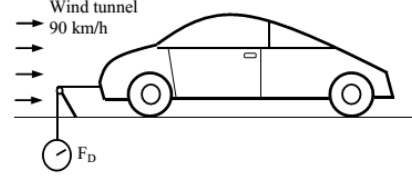


AKM 204-BÖLÜM 11-Uygulama Soru ve Çözümleri

1. Bir otomobilin 1 atm, 25°C ve 90 km/h'lik tasarım şartlarında direnç katsayısı büyük bir rüzgar tüneline tam ölçekli test ile deneysel olarak bulunacaktır. Otomobilin yüksekliği ve genişliği sırasıyla 1.25 m ve 1.65 m'dir. Otomobilin üzerine etki eden yatay kuvvet 220 N olarak ölçüldüğüne göre bu otomobilin toplam direnç katsayısını bulunuz. (Havanın yoğunluğu $\rho = 1.164 \text{ kg/m}^3$)



Kabuller:

- Hava akışı sıkıştırılmaz ve daimidir.
- Tünelin en kesiti, araç üzerindeki serbest akışı simüle edebilecek kadar geniştir.
- Tünelin tabanı gerçek sürüş koşullarına yaklaşmak için hava hızında hareket etmektedir ya da bu etki ihmal edilebilir.
- Hava ideal gaz olarak alınmıştır.

Çözüm:

Gövde üzerine etki eden direnç kuvveti ve katsayısı:

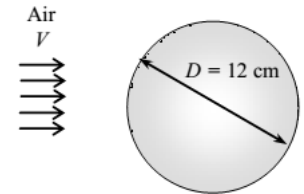
$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} \quad C_D = \frac{2F_D}{\rho A V^2} \quad A: \text{ön bakış alanı}$$

$$C_D = \frac{2 \times (220 \text{ N})}{(1.164 \text{ kg/m}^3)(1.25 \times 1.65 \text{ m}^2) \left(\frac{90}{3.6} \text{ m/s} \right)^2} = 0.29$$

2. Reynolds sayısının yüksek olduğu bir deney sırasında, basıncı 1 atm ve sıcaklığı 5°C olan hava akışına maruz kalan $D = 12 \text{ cm}$ çaplı bir küre üzerindeki toplam direnç kuvveti 5.2 N olarak ölçülmüştür. Cisim üzerinde etki eden basınç direnci, basınç dağılımının (tüm yüzey boyunca yerleştirilen basınç sensörlerinin kullanılması ile ölçülür) integrali ile 4.9 N olarak hesaplanmıştır. Kürenin sürtünme direnci katsayısını bulunuz.

Kabuller:

- Hava akışı daimi ve sıkıştırılmazdır.
- Kürenin yüzeyi pürüzsüzdür.
- Kürenin üzerindeki akış türbülanslıdır. (Doğrulanacak)



1 atm ve 5°C olan havanın yoğunluğu $\rho = 1.269 \text{ kg/m}^3$ ve kinematik viskozitesi $\nu = 1.382 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

Kürenin türbülanslı akışta direnç katsayısı $C_D = 0.2$ ve ön bakış alanı $A = \pi D^2/4$

Çözüm:

Toplam direnç kuvveti sürtünme ve basınç direnç kuvvetlerinin toplamıdır.

$$F_D = F_{D,friction} + F_{D,pressure} \quad \rightarrow \quad 5.2 \text{ N} = F_{D,friction} + 4.9 \text{ N} \quad F_{D,friction} = 0.3 \text{ N}$$

$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2}$$

$$F_{D,friction} = C_{D,friction} A \frac{\rho V^2}{2}$$

$C_{D,friction}$ katsayısını bulmak için F_D ve $F_{D,friction}$ bağıntılarını oranlayabiliriz.

$$\frac{F_D}{F_{D,friction}} = \frac{C_D A \frac{\rho V^2}{2}}{C_{D,friction} A \frac{\rho V^2}{2}} \rightarrow \frac{5.2N}{0.3N} = \frac{0.2}{C_{D,friction}}$$

$$C_{D,friction} = 0.0115$$

Çözümü akışın türbülanslı olduğu kabulüne dayanarak yapmıştık, şimdi bunu doğrulayalım. Bunun için hızı bulmamız ve Reynolds sayısını kontrol etmemiz gerekir.

$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} \rightarrow 5.2N = 0.2 \left(\frac{\pi \cdot 0.12^2}{4} m^2 \right) \frac{(1.269 kg/m^3) V^2}{2}$$

$$V = 60.2 m/s$$

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{60.2 \times 0.12}{1.382 \times 10^{-5}} = 5.23 \times 10^5$$

$$5.23 \times 10^5 > 2 \times 10^5$$

Dolayısıyla akış türbülanslıdır.

Not: Sorunun çözümünde akışın laminer ya da türbülanslı olduğunu bilmek önemlidir. Laminer akışta kürenin toplam direnç katsayısı $C_D=0.5$ iken türbülanslı akışta $C_D=0.2$ 'dir.

3. Direnç katsayısını azaltmak ve böylece yakıt tüketimini azaltmak amacıyla bir otomobilin ön bakış alanı azaltılacaktır. Ön bakış alanını $1.67 m^2$ 'den $1.39 m^2$ 'ye indirmek suretiyle yapılacak yıllık yakıt ve para tasarrufunu bulunuz. Otomobilin yılda 20000 km yol gittiğini ve ortalama hızının 90 km/h olduğunu kabul ediniz. Benzinin yoğunluğunu ve fiyatını sırasıyla $800 kg/m^3$ ve 4.85 TL/L, havanın yoğunluğunu $1.2 kg/m^3$, benzinin ısıl değerini 46500 kJ/kg ve otomobilin verilen ortalama hızdaki toplam (genel) verimini %30 olarak alınız. (Otomobilin direnç katsayısı $C_D=0.3$)

Çözüm:

$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} \rightarrow F_D = 0.3 \times 1.67 m^2 \frac{(1.20 kg/m^3) \left(\frac{90}{3.6} m/s \right)^2}{2} = 187.875 N$$

Direnç kuvvetinin 1 yılda toplam yaptığı iş (iş=kuvvet x yol):

$$W_{Drag} = F_D L = 187.875 N \times 20000 km \left(\frac{1000 m}{1 km} \right) = 3757500000 (Nm = J) = 3757500 kJ$$

$$E_{in} = \frac{W_{Drag}}{\eta} = \frac{3757500 kJ}{0.3} = 12525000 kJ$$

Bu enerjiyi sağlayacak yakıt miktarı=

$$\frac{m_{\text{yakıt}}}{\rho_{\text{yakıt}}} = \frac{E_{\text{in}} / \text{ısıld.}}{\rho_{\text{yakıt}}} = \frac{12525000 \text{ kJ} / 46500 \text{ kJ} / \text{kg}}{800 \text{ kg} / \text{m}^3} = 0.337 \text{ m}^3 = 337 \text{ L}$$

$$\text{Maliyet: } 337 \text{ L} \times 4.85 \text{ TL} / \text{L} = 1634.45 \text{ TL}$$

Direnç kuvveti ve direnci yenmek için yapılan iş ön bakış alanıyla orantılıdır. Yüzde yakıt tasarrufu ile ön bakış alanının yüzde azaltım miktarı birbirine eşittir.

$$\text{Alan azaltım oranı} = \frac{A - A_{\text{yeni}}}{A} = \frac{1.67 - 1.39}{1.67} = 0.167 \text{ (\%16.7'lik bir tasarruf var)}$$

$$\text{Tasarruf edilen yakıt miktarı} = \text{Azaltım oranı} \times \text{Miktar} = 0.167 \times 337 \text{ L} = 56.503 \text{ L}$$

$$\text{Tasarruf edilen tutar} = \text{Azaltım oranı} \times \text{Maliyet} = 0.167 \times 1634.45 \text{ TL} = 272.95 \text{ TL}$$

4. Bir taşıtın camları indirildiğinde veya açılır tavanı (sunroof) açıldığında direnç katsayısı artar. Bir spor otomobilin camları ve açılır tavanı kapalı iken ön bakış alanı 1.67 m² ve direnç katsayısı 0.32'dir. Taşıtın açılır tavanı açıkken direnç katsayısı 0.41'e yükselmektedir.

a) 56.32 km/h ile

b) 112.65 km/h ile seyahat ederken açılır tavanın açık olması halinde otomobilin ilave güç tüketimini bulunuz. Hava yoğunluğunu 1.2 kg/m³ olarak alınız.

Kabuller:

- i. Araç düz bir yolda sabit hızla daimi olarak hareket etmektedir.
ii. Hızın, direnç katsayısına etkisi ihmal edilmiştir.

Çözüm:

a) Araç 56.32 km/h ile giderken

Sunroof açık iken:

$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} \rightarrow F_{D1} = 0.41 \times 1.67 \text{ m}^2 \frac{(1.20 \text{ kg} / \text{m}^3) \left(\frac{56.32}{3.6} \text{ m} / \text{s} \right)^2}{2} = 100.55 \text{ N}$$

$$\dot{W}_{\text{Drag1}} = F_{D1} \cdot V = 100.55 \text{ N} \times \left(\frac{56.32}{3.6} \text{ m} / \text{s} \right) = 1573.05 \text{ W} = 1.57 \text{ kW}$$

Sunroof kapalı iken:

$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} \rightarrow F_{D2} = 0.32 \times 1.67 \text{ m}^2 \frac{(1.20 \text{ kg} / \text{m}^3) \left(\frac{56.32}{3.6} \text{ m} / \text{s} \right)^2}{2} = 78.48 \text{ N}$$

$$\dot{W}_{\text{Drag2}} = F_{D2} \cdot V = 78.48 \text{ N} \times \left(\frac{56.32}{3.6} \text{ m} / \text{s} \right) = 1227.72 \text{ W} = 1.23 \text{ kW}$$

Açık durumda gereken ilave güç: 1.57-1.23=0.35kW

b) Araç 112.65 km/h ile giderken

Sunroof açık iken:

$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} \rightarrow F_{D1} = 0.41 \times 1.67 m^2 \frac{(1.20 kg/m^3) \left(\frac{112.65}{3.6} m/s \right)^2}{2} = 402.262 N$$

$$\dot{W}_{Drag1} = F_{D1} \cdot V = 402.262 N \times \left(\frac{112.65}{3.6} m/s \right) = 12587.45 W = 12.6 kW$$

Sunroof kapalı iken:

$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} \rightarrow F_{D2} = 0.32 \times 1.67 m^2 \frac{(1.20 kg/m^3) \left(\frac{56.32}{3.6} m/s \right)^2}{2} = 313.96 N$$

$$\dot{W}_{Drag2} = F_{D2} \cdot V = 313.96 N \times \left(\frac{56.32}{3.6} m/s \right) = 9824.35 W = 9.82 kW$$

Açık durumda gereken ilave güç: 12.6-9.82=2.78kW

5. Bir yerde (rakım 1610 m) yerel atmosfer basıncı 83.4 kPa'dır. Bu basınçta ve 25°C'deki hava 2.5 m x 5 m'lik düz levha üzerinden 9 m/s hızla akmaktadır. Eğer hava,

a) 5 m uzunluğundaki kenara

b) 2.5 m uzunluğundaki kenara paralel olarak akıyorsa, levhanın üst yüzeyi üzerine etki eden direnç kuvvetini bulunuz.

Kabuller:

- Akış daimi ve sıkıştırılmazdır.
- Kritik Reynolds sayısı $Re_{cr}=5 \times 10^5$
- Hava ideal gaz olarak alınmıştır.
- Levhanın yüzeyi pürüzsüzdür.

Özellikler:

$$\mu_{hava} = 1.849 \times 10^{-5} kg/m.s$$

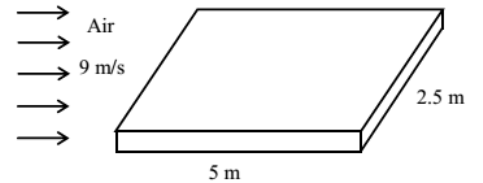
$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{83.4 kPa}{(0.287 kPa.m^3 / kg.K)(25 + 273 K)} = 0.9751 kg/m^3$$

Çözüm:

a) 5 m uzunluğundaki kenara paralel akıyorsa;

$$Re_L = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{(0.9751 kg/m^3)(9 m/s)(5 m)}{1.849 \times 10^{-5} kg/ms} = 2.373 \times 10^6$$

$2.373 \times 10^6 > Re_{cr}=5 \times 10^5$. Bu durumda laminar ve türbülanslı akış söz konusudur.



(NOT: Pürüzsüz düz levha üzerindeki akışta laminardan türbülansa geçiş $Re \approx 1 \times 10^5$ civarında başlar, ancak akış Reynolds sayısı çok daha yüksek değerlere ulaşmadan (tipik olarak 3×10^6) tam türbülanslı hale gelmez.)

$$\text{Sürtünme Katsayısı: } C_f = \frac{0.074}{Re_L^{1/5}} - \frac{1742}{Re_L} = \frac{0.074}{(2.373 \times 10^6)^{1/5}} - \frac{1742}{2.373 \times 10^6} = 0.003194$$

Basınç direnci sıfır olduğu için $C_D = C_f$

Levhanın üst yüzeyine etkiyen direnç kuvveti:

$$F_D = C_f A \frac{\rho V^2}{2} = 0.003194 \times (5m \times 2.5m) \frac{(0.9751 kg/m^3)(9m/s)^2}{2} = 1.58N$$

b) 2.5 m uzunluğundaki kenara paralel akıyorsa;

$$Re_L = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{(0.9751 kg/m^3)(9m/s)(2.5m)}{1.849 \times 10^{-5} kg/ms} = 1.187 \times 10^6$$

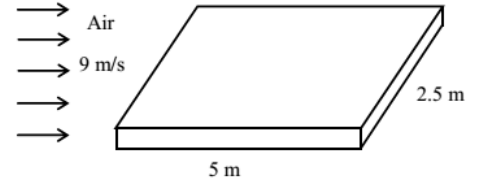
$1.187 \times 10^6 > Re_{cr} = 5 \times 10^5$. Bu durumda laminar ve türbülanslı akış söz konusudur.

$$\text{Sürtünme Katsayısı: } C_f = \frac{0.074}{Re_L^{1/5}} - \frac{1742}{Re_L} = \frac{0.074}{(1.187 \times 10^6)^{1/5}} - \frac{1742}{1.187 \times 10^6} = 0.003044$$

Levhanın üst yüzeyine etkiyen direnç kuvveti:

$$F_D = C_f A \frac{\rho V^2}{2} = 0.003044 \times (5m \times 2.5m) \frac{(0.9751 kg/m^3)(9m/s)^2}{2} = 1.50N$$

NOT: Direnç kuvveti yoğunluk ile (yoğunluk, basınç ile) orantılıdır. Yani, bir yüzey üzerine etki eden direnç kuvvetinde irtifa (yükseklik) önemlidir. Ticari uçaklar, bu durumun avantajını kullanmak için, yakıttan tasarruf sağlamak amacıyla yüksek irtifada (dolayısıyla düşük yoğunluk) uçarlar.

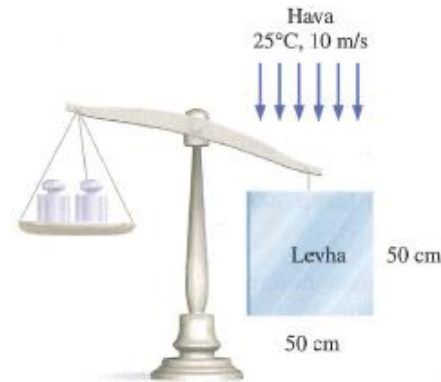


6. Ölçüleri 50 cm x 50 cm olan ince, düz bir levhanın ağırlığı, kütlesi 2 kg olan bir karşı ağırlık ile dengelenmiştir. Pervane çalıştırıldığında 1 atm basınçta 25°C sıcaklıktaki hava levhanın her iki yüzeyinden aşağı doğru 10 m/s'lik serbest akım hızı ile akmaktadır. Bu durumda levhayı dengelemek için eklenmesi gereken karşı ağırlığın kütlesini bulunuz.

Kabuller:

- i. Akış daimi ve sıkıştırılamazdır.
- ii. Kritik Reynolds sayısı $Re_{cr} = 5 \times 10^5$
- iii. Hava ideal gaz olarak alınmıştır.
- iv. Levhanın yüzeyi pürüzsüzdür.

Özellikler: 1 atm basınç ve 25°C sıcaklıktaki havanın yoğunluğu $\rho = 1.184 kg/m^3$ ve kinematik viskozitesi $\nu = 1.562 \times 10^{-5} m^2/s$



Çözüm:

$$Re_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{(10 \text{ m/s})(0.5 \text{ m})}{1.562 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 3.201 \times 10^5$$

Hesaplanan Reynolds sayısı, kritik Reynolds sayısı $Re_{cr}=5 \times 10^5$ 'den küçüktür. Bundan dolayı akış laminierdir. Sürtünme katsayısı, direnç kuvveti ve direnç kuvvetine denk gelen kütle:

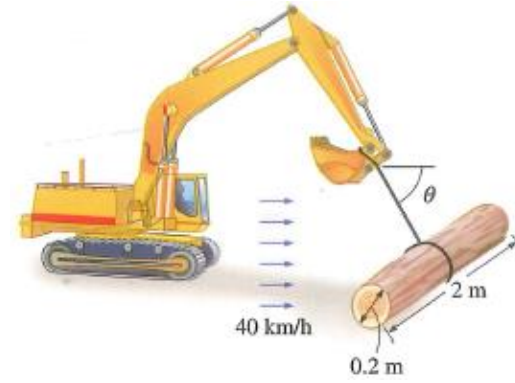
$$C_f = \frac{1.328}{Re_L^{0.5}} = \frac{1.328}{(3.201 \times 10^5)^{0.5}} = 0.002347$$

$$F_D = C_f A \frac{\rho V^2}{2} = (0.002347)[(2 \times 0.5 \times 0.5) \text{ m}^2] \frac{(1.184 \text{ kg/m}^3)(10 \text{ m/s})^2}{2} = 0.0695 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 = 0.0695 \text{ N}$$

$$m = \frac{F_D}{g} = \frac{0.0695 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{9.81 \text{ m/s}^2} = \mathbf{0.0071 \text{ kg} = 7.1 \text{ g}}$$

Levhayı dengelemek için eklenmesi gereken karşı ağırlık 7.1 gramdır.

7. Uzunluğu 2 m, çapı 0.2 m olan silindirik çam kütüğü (yoğunluk 513 kg/m^3) bir vinç ile yatay konumda asılı olarak tutulmaktadır. Kütük 40 km/saat hızda, 5°C ve 88 kPa 'daki dik rüzgara maruz kalmaktadır. Kablonun ağırlığını ve direncini göz ardı ederek kablounun yatay ile yapacağı θ açısını ve kablodaki çekme gerilimi bulunuz.



Kabuller:

- Kütüğün yüzeyi pürüzsüzdür.
- Rüzgardaki akış daimi ve sıkıştırılmazdır.
- Rüzgardaki türbülans dikkate alınmamaktadır.
- Rüzgarın yönü kütüğe normal yöndedir ve sürekli olarak yatay konumdadır.
- Kablounun ağırlığı ve üzerine etkiyen direnç ihmal edilmektedir.
- Hava ideal gazdır.

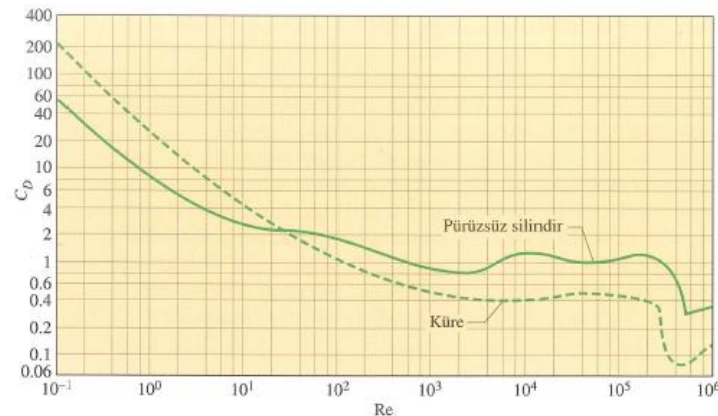
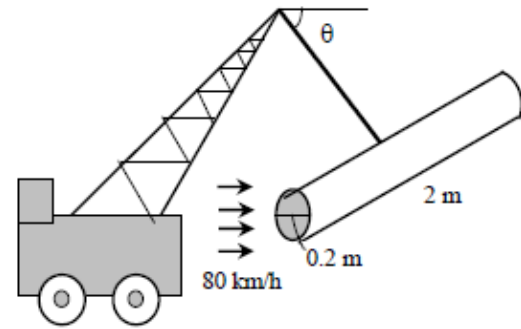
Özellikler: Havanın 5°C sıcaklıktaki dinamik viskozitesi $\mu=1.754 \times 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$. Havanın yoğunluğu ve kinematik viskozitesi:

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{88 \text{ kPa}}{(0.287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})(278 \text{ K})} = 1.103 \text{ kg/m}^3$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{1.754 \times 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s}}{1.103 \text{ kg/m}^3} = 1.590 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

Çözüm:

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{(40/3.6 \text{ m/s})(0.2 \text{ m})}{1.590 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 1.398 \times 10^5$$



Hesaplanan Reynolds sayısına denk gelen direnç katsayısı yukarıdaki tablodan $C_D=1.2$ olarak bulunur. Silindirin ön alanı $A=L \times D$ 'dir. Kütüğe etkiyen toplam direnç kuvveti:

$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} = 1.2(2 \times 0.2 \text{ m}^2) \frac{(1.103 \text{ kg/m}^3)(40/3.6 \text{ m/s})^2}{2} \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 32.7 \text{ N}$$

Kütüğün ağırlığı:

$$W = mg = \rho g V = \rho g \frac{\pi D^2 L}{4} = (513 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2) \frac{\pi(0.2 \text{ m})^2 (2 \text{ m})}{4} \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 316 \text{ N}$$

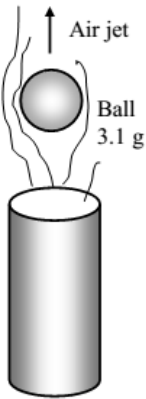
Kütüğe etki eden bileşke kuvvet ve kütüğün yatay ile yaptığı açı:

$$F_{\text{loğ}} = R = \sqrt{W^2 + F_D^2} = \sqrt{316^2 + 32.7^2} = 318 \text{ N}$$

$$\tan \theta = \frac{W}{F_D} = \frac{316}{32.7} = 9.66 \rightarrow \theta = 84^\circ$$

Kütüğün serbest cisim diyagramı çizildiğinde ve kuvvet dengesi yapıldığında kablodaki gerilmenin kütüğe etki eden bileşke kuvvete eşit olduğu görülmektedir. Sonuç olarak kablodaki gerilme 318 N'dur ve kablo yatay ile 84° açı yapmaktadır.

8. Bilim müzelerinde popüler olan gösterilerden biri de yukarı yönlü bir hava jeti ile asılı tutulan pinpon topudur. Çocuklar, jetin kenarına doğru parmakla itilen topun daima merkeze doğru geri gelmesinden çok hoşlanır. Bernoulli denklemini kullanarak bu olayı açıklayınız. Ayrıca eğer topun kütlesi 3.1 g ve çapı 4.2 cm ise hava hızını bulunuz. Hava basıncını 1 atm ve sıcaklığını 25°C kabul ediniz. ($\rho = 1.184 \text{ kg/m}^3$ ve $v = 1.562 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$)



Kabuller:

- i. Pinpon topunun yüzeyi pürüzsüzdür.
- ii. Top üzerindeki hava akışı daimi ve sıkıştırılamazdır.

Çözüm:

Düşen bir cismin ulaşabileceği limit hız, direnç kuvvetinin, (cismin ağırlığı- akışkanın uyguladığı kaldırma kuvveti) 'ne eşit olduğundaki hızdır.

$$F_D = W - F_B \quad F_D = C_D A \frac{\rho_f V^2}{2} \quad W = mg \quad F_B = \rho g V$$

$$A = \pi D^2 / 4 \quad V = \pi D^3 / 6$$

$$W = mg = (0.0031 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 0.03041 \text{ N}$$

$$F_B = \rho_f g \frac{\pi D^3}{6} = (1.184 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2) \frac{\pi(0.042 \text{ m})^3}{6} = 0.000451 \text{ N}$$

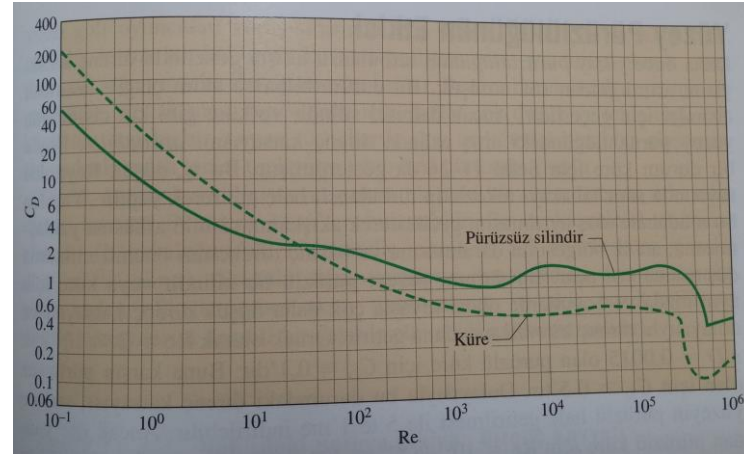
$F_D = W - F_B$ Bu eşitlikten V 'yi çekersek;

$$V = \sqrt{\frac{8(W - F_B)}{\pi D^2 C_D \rho_f}} = \sqrt{\frac{8(0.03041 N - 0.000451 N)}{\pi (0.042 m)^2 C_D (1.184 kg/m^3)}} \rightarrow V = \frac{6.044}{\sqrt{C_D}} \quad (1)$$

C_D 'yi hesaplayabilmemiz için Reynolds sayısına ihtiyacımız var ancak Reynolds sayısını hesaplayabilmemiz için hız değerinin bilinmesi gerekiyor. Hız değeri bilinmediği için deneme-yanılma yoluyla sonuca ulaşmamız gerekiyor. Öncelikle Reynolds sayısını şu şekilde tanımlarsak;

$$Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{V(0.042 m)}{1.562 \times 10^{-5} m^2/s} \rightarrow Re = 2689V \quad (2)$$

Şimdi bir hız seçelim ve Re sayısını hesaplayalım (2 denklemden) ve grafikten, karşılık gelen C_D sayısını okuyalım. Şimdi bu C_D sayısını kullanarak (1) denklemden V'yi hesaplayalım. Bu işleme başta seçilen hız ve hesaplanan hız değerleri yakınsayana kadar devam edelim. Bu işlemlerin sonucunda jetin hızı $V=9.2$ m/s olarak belirlenmiştir. Bu hızda pinpon topu jette asılı olarak kalmaktadır. (Bu hıza karşılık gelen $Re=24700$ ve $C_D=0.43$ 'tür.)



Tartışma:

- i. Pinpon topu kenara itildiğinde (düşmek yerine) tekrar merkeze doğru gelmesinin sebebi Bernoulli etkisidir. Jetin merkezinde hız daha fazladır ve dolayısıyla jetten uzaktaki bir lokasyona göre basıncı daha düşüktür.
- ii. Bu basit düzenek, sadece hava hızını ölçerek belirli cisimlerin direnç katsayılarını belirlemeye yararabilir.
- iii. Bu problem Tablo 11.2'den yararlanılarak da çözülebilir. Tabloya göre kürenin direnç katsayısı C_D laminer akış için kabaca 0.5 seçilerek hesaplama yapılır. Ancak daha sonra akışın laminer olup olmadığı kontrol edilmelidir.

9. Küçük bir uçağın kanat alanı $35 m^2$, kalkış ayarlarında kaldırma katsayısı 0.45 ve toplam kütlesi $4000 kg$ 'dır. ($\rho = 1.225 kg/m^3$)

a) Bu uçağın standart atmosfer şartlarında deniz seviyesindeki kalkış hızını,

b) Rüzgar yükünü,

c) 0.035'lik bir seyir direnç katsayısı ile seyir hızını $300 km/h$ 'te sabit tutmak için gerekli gücü bulunuz.

Kabuller:

- i. Standart atmosfer koşulları mevcuttur.
- ii. Uçağın kanatları hariç parçalarının oluşturduğu direnç ve kaldırma dikkate alınmayacaktır.

Çözüm:

a) Kaldırma, toplam ağırlığa eşit olduğu zaman uçak havalanır. Bu durumda;

$$W = F_L \rightarrow W = \frac{1}{2} C_L \rho V^2 A \rightarrow V = \sqrt{\frac{2W}{\rho C_L A}}$$

Kalkış hızı şu şekilde hesaplanabilir;

$$V_{kalkis} = \sqrt{\frac{2mg}{\rho C_{L,kalkis} A}} = \sqrt{\frac{2(4000 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)}{(1.225 \text{ kg/m}^3)0.45(35 \text{ m}^2)}} = 63.8 \text{ m/s} = 230 \text{ km/h}$$

b) Rüzgar yükü, birim kanat alanına düşen ortalama kaldırmadır. Bu da daimi seyir sırasında oluşan ve uçağın ağırlığına eşit olan kaldırmanın, uçağın kanat alanına oranıdır.

$$F_{loading} = \frac{F_L}{A} = \frac{W}{A} = \frac{(4000 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)}{35 \text{ m}^2} = 1121 \text{ N/m}^2$$

c) Uçak sabit irtifada daimi seyir halindeyken, uçağa etkiyen net kuvvet sıfırdır, ve dolayısıyla motorlar tarafından sağlanan itme, direnç kuvvetine eşit olmalıdır.

$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} = (0.035)(35 \text{ m}^2) \frac{(1.225 \text{ kg/m}^3) \left(\frac{300}{3.6} \text{ m/s} \right)^2}{2} = 5.211 \text{ kN}$$

Güç=İtme x Hız → Direnç kuvvetini yenmek için gerekli sevk gücü, *itme x seyir hızı*'na eşittir:

$$\text{Güç} = F_D \times V = (5.211 \text{ kN}) (300/3.6 \text{ m/s}) = 434 \text{ kW}$$

10. Kalkış hızı 220 km/h ve **deniz seviyesindeki** (1. durum) kalkış süresi 15 s olan bir uçağı düşününüz. **Rakımı 1600 m** (2.durum) olan bir havaalanında

a) Kalkış hızını,

b) Kalkış süresini,

c) Bu uçak için gereken ilave pist uzunluğunu bulunuz. Her iki durum için de sabit ivmelenme kabul ediniz.

Kabuller:

i. Standart atmosfer koşulları mevcuttur.

ii. Kalkış sırasındaki uçağın ayarları aynı kalmıştır, böylece uçağın kaldırma katsayısı ve kanat alanı sabit kalmıştır.

iii. Kalkış sırasında uçağın ivmelenmesi sabit kalmıştır.

Özellikler:

Deniz seviyesinde hava yoğunluğu $\rho_1 = 1.225 \text{ kg/m}^3$

1600 m irtifada $\rho_2 = 1.048 \text{ kg/m}^3$

Çözüm:

a) Kaldırma, toplam ağırlığa eşit olduğu zaman uçak havalanır. Bu durumda;

$$W = F_L \rightarrow W = \frac{1}{2} C_L \rho V^2 A \rightarrow V = \sqrt{\frac{2W}{\rho C_L A}}$$

Kalkış hızı, yoğunluğun tersinin karekökü ile orantılıdır. Ağırlık, kaldırma katsayısı ve alan sabit tutulduğunda, uçağın deniz seviyesindeki ve yüksek irtifadaki hızlarının oranı:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\sqrt{2W / \rho_2 C_L A}}{\sqrt{2W / \rho_1 C_L A}} = \frac{\sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\rho_2}} \rightarrow V_2 = V_1 \frac{\sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\rho_2}}$$

$$V_2 = (220 \text{ km/h}) \frac{\sqrt{1.225}}{\sqrt{1.048}} = 238 \text{ km/h}$$

b) Deniz seviyesinde uçağın ivmesi:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{220 \text{ km/h} - 0}{15 \text{ s}} \left(\frac{1 \text{ m/s}}{3.6 \text{ km/h}} \right) = 4.074 \text{ m/s}^2$$

2. durumdaki kalkış süresi:

$$\Delta t = \frac{\Delta V}{a} = \frac{238 \text{ km/h} - 0}{4.074 \text{ m/s}^2} \left(\frac{1 \text{ m/s}}{3.6 \text{ km/h}} \right) = 16.2 \text{ s}$$

c) 2. durum için gerekli ilave pist alanı:

$$L_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2} (4.074 \text{ m/s}^2) (15 \text{ s})^2 = 458 \text{ m}$$

$$L_2 = \frac{1}{2} a t_2^2 = \frac{1}{2} (4.074 \text{ m/s}^2) (16.2 \text{ s})^2 = 535 \text{ m}$$

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 535 - 458 = 77 \text{ m}$$

11. Küçük bir uçağın toplam kütlesi 1800 kg ve kanat alanı 42 m²'dir. Uçak 4000 m yükseklikte 280 km/saat sabit hızla uçarken 190 kW güç ürettiğine göre kaldırma ve direnç katsayılarını bulunuz.

Kabuller:

i. Standart atmosfer koşulları mevcuttur.

ii. Uçağın kanatları dışındaki kısımları tarafından üretilen direnç ve kaldırma dikkate alınmamaktadır.

iii. Yakıt öncelikle direnci yenmek için itici güç sağlamak için kullanılır ve bu nedenle yardımcı ekipmanlar tarafından tüketilen enerji ihmal edilmektedir.

Özellikler: 4000 m yükseklikte standart hava yoğunluğu $\rho = 0.819 \text{ kg/m}^3$

Çözüm: Direnci yenmek için gereken itme gücü itme kuvveti ile seyir hızının çarpımıdır. Uçak sürekli olarak sabit bir yükseklikte seyir halinde olduğunda üzerine etkiyen net kuvvet sıfır olur ve motorlar tarafından sağlanan itme dirence eşit olmaktadır.

$$\dot{W}_{itme} = \text{İtme} * \text{Hız} = F_D * V \quad \Rightarrow \quad F_D = \frac{\dot{W}_{itme}}{\text{Hız}} = \frac{190 \text{ kW}}{280/3.6 \text{ m/s}} * \left(\frac{1000 \text{ N.m/s}}{1 \text{ kW}} \right) = 2443 \text{ N}$$

Direnç katsayısı:

$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} \rightarrow C_D = \frac{2F_D}{\rho A V^2} = \frac{2(2443 \text{ N})}{(0.819 \text{ kg/m}^3)(42 \text{ m}^2)(280/3.6 \text{ m/s})^2} \left(\frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{1 \text{ N}} \right) = 0.0235$$

Toplam ağırlık kaldırma kuvvetine eşit olduğunda, uçak sabit bir yükseklikte seyir halinde olur. Kaldırma katsayısı:

$$W = F_L = \frac{1}{2} C_L \rho V^2 A \rightarrow C_L = \frac{2W}{\rho V^2 A} = \frac{2(1800 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)}{(0.819 \text{ kg/m}^3)(42 \text{ m}^2)(280/3.6 \text{ m/s})^2} = 0.17$$