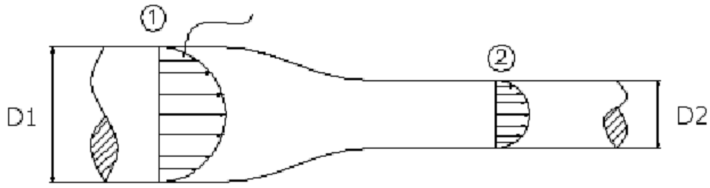
AKM 204-BÖLÜM 8-UYGULAMA SORU VE ÇÖZÜMLERİ

1. Su daralan bir boru bölümünden daimi olarak akmaktadır. R_1 yarıçaplı yukarıakımdaki akış laminer olup bu bölümdeki hız profili $u_1(r) = u_{01}(1 - r^2 / R_1^2)$ ile verilirken aşağıakımdaki akış türbülanslıdır ve bu taraftaki hız profili $u_2(r) = u_{02}(1 - r / R_2)^{1/7}$ olarak verilmektedir. R_2/R_1 = 4/7 olduğu sıkıştırılamaz bir akış için merkez çizgisindeki hızların u_{01}/u_{02} oranını bulunuz.



Kabuller:

i. Akış daimi ve sıkıştırılamazdır.

Çözüm:

$$\dot{\upsilon}_1 = \dot{\upsilon}_2 \qquad \int_1 u_1 dA_1 = \int_2 u_2 dA_2 \qquad dA = 2\pi r dr$$

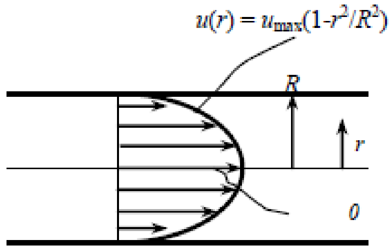
$$\dot{\upsilon}_1 = \int_0^{R_1} u_{01}\left(1 - \frac{r^2}{R_1^2}\right) 2\pi r dr = \pi R_1^2 \frac{u_{01}}{2}$$

$$\dot{\upsilon}_2 = \int_0^{R_2} u_{02}\left(1 - \frac{r}{R_2}\right)^{1/7} 2\pi r dr = u_{02} \frac{49\pi}{60} R_2^2$$

$$\dot{\upsilon}_1 = \dot{\upsilon}_2 \rightarrow \pi R_1^2 \frac{u_{01}}{2} = u_{02} \frac{49\pi}{60} R_2^2$$

$$\frac{u_{01}}{u_{02}} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \frac{49}{30} \rightarrow \frac{u_{01}}{u_{02}} = \left(\frac{4}{7}\right)^2 \frac{49}{30} = \frac{16}{49}\frac{49}{30} = \frac{8}{15}$$

2. Dairesel bir borudaki tam gelişmiş laminer akışta R/2'deki (çeper yüzeyi ile merkez çizgisi arasındaki mesafenin yarısı) hız 11 m/s olarak ölçülmüştür. Boru merkezindeki hızı hesaplayınız.



Kabuller:

i. Akış daimi, laminer ve tam gelişmiştir.

Çözüm: Dairesel bir borudaki tam gelişmiş laminer akışta hız profili aşağıdaki gibidir:

$$u(r) = u_{max}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

<u>Maksimum hız boru merkezindedir (r=0)</u>. r=R/2'deki hız aşağıdaki gibidir:

$$u(R/2) = u_{max}\left(1 - \frac{(R/2)^2}{R^2}\right) = u_{max}\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3u_{max}}{4}$$

Maksimum hız (u_{max}) şu şekilde hesaplanır:

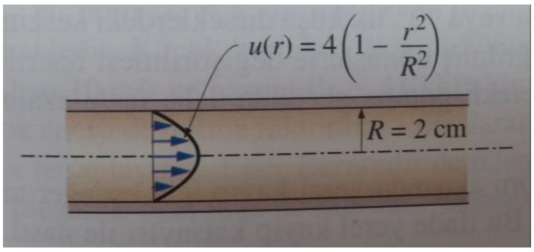
$$u_{max} = \frac{4u(R/2)}{3} = \frac{4(11\,\text{m/s})}{3} = \mathbf{14.7\,m/s}$$

3. İç çapı R=2 cm olan dairesel bir borudaki tam gelişmiş laminer akışta hız profili m/s biriminde $u(r) = 4(1 - r^2 / R^2)$ ile verilmiştir. Borudaki ortalama ve maksimum hızı ve hacimsel debiyi hesaplayınız.

Kabuller:

i. Akış daimi ve sıkıştırılamaz ve tam gelişmiştir.

Çözüm: Dairesel bir boruda tam gelişmiş laminer akışta hız profili aşağıdaki gibidir:



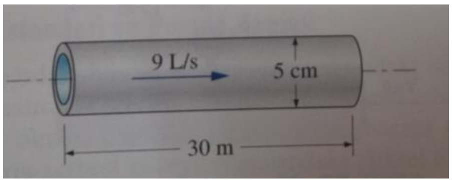
$$u(r) = u_{\max}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

$$u(r) = 4\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \rightarrow u_{\max} = 4m/s$$

$$V_{ort} = \frac{u_{\max}}{2} = \frac{4}{2} = 2m/s$$

$$\dot{\upsilon} = V_{ort}A_c = V_{ort}(\pi R^2) = (2m/s)\pi(0.02m)^2 = 0.00251\, m^3/s$$

4. Sıcaklığı 15°C (ρ = 999.1 kg/m^3 ve μ = 1.138x10^{-3} kg/m.s) olan su, uzunluğu 30 m, çapı 5 cm olan paslanmaz çelikten yapılmış bir borudan 9 L/s'lik bir debi ile daimi olarak akmaktadır. Paslanmaz çeliğin pürüzlülüğü 0.002 mm'dir.



a) Basınç düşüşünü,

b) Yük kaybını,

c) Bu basınç kaybını karşılamak için gerekli pompa gücünü bulunuz.

Kabuller:

i. Akış daimi ve sıkıştırılamazdır.
ii. Giriş etkileri ihmal edilmektedir ve akış tam gelişmiştir.
iii. Boru hattında vana, dirsek ya da yerel kayıp oluşturacak herhangi bir bağlantı elemanı ya da düzenek bulunmamaktadır.
iv. Akış bölümünde pompa veya türbin gibi akım makinaları bulunmamaktadır.
Çözüm:

İlk olarak ortalama hız ve Reynolds sayısı hesaplanarak akış rejimine karar verilmesi gerekmektedir.

$$V = \frac{\dot{\upsilon}}{A_c} = \frac{\dot{\upsilon}}{\pi D^2/4} = \frac{0.009\, m^3/s}{\pi(0.05m)^2/4} = 4.584\, m/s$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(999.1 kg/m^3)(4.584\, m/s)(0.05m)}{1.138\times 10^{-3} kg/ms} = 2.012\times 10^5 > 4000$$

→ Akış türbülanslıdır.

Borunun bağıl pürüzlülüğü: $\varepsilon / D = \dfrac{2\times 10^{-6} m}{0.05m} = 4\times 10^{-5}$

f, sürtünme faktörü Moody diagramı kullanılarak belirlenebilir, (okuma hatası yapmamaya özen gösterilmelidir). Burada f sürtünme faktörü Colebrook denklemi kullanılarak belirlenmiştir:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{4\times10^{-5}}{3.7} + \frac{2.51}{2.012\times10^{5}\sqrt{f}}\right)$$

$$f = 0.01594$$

Basınç düşüşü, yük kaybı ve gerekli güç aşağıdaki gibi bulunur:

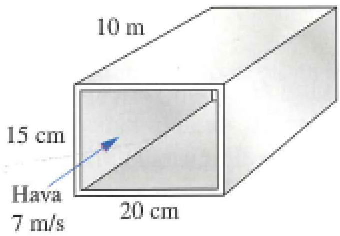
$$\Delta P = \Delta P_L = f\frac{L}{D}\frac{\rho V^2}{2} = 0.01594\,\frac{30m}{0.05m}\,\frac{(999.1kg/m^3)(4.584m/s)^2}{2} = 100.4kPa \cong 100kPa$$

$$h_L = \frac{\Delta P_L}{\rho g} = f\frac{L}{D}\frac{\rho V^2}{2g}0.01594\,\frac{30m}{0.05m}\,\frac{(999.1kg/m^3)(4.584m/s)^2}{2\times(9.81m/s^2)} = 10.2m$$

$$\dot{W}_{pompa} = \dot{\upsilon}\Delta P = (0.009m^3/s)(100.4kPa) = 0.904kW$$

Buna göre borudaki sürtünme kayıplarını yenmek için akışa 0.904 kW'lık bir güç aktarılması gerekmektedir.

5. Ticari çelikten yapılmış dikdörtgen kesitli (15 cm x 20 cm) bir kanalın, uzunluğu 10 m olan bölümünde 1 atm basınçta ve 35 ºC sıcaklığındaki hava 7 m/s'lik ortalama hızla akmaktadır. Giriş etkilerini göz ardı ederek kanalın bu bölümündeki basınç kaybını karşılamak için gerekli fan gücünü hesaplayınız.



Kabuller:

i. Akış daimi ve sıkıştırılamazdır.

ii. Giriş etkileri ihmal edilmektedir ve akış tam gelişmiştir.

iii. Hava ideal gazdır.

iv. Kanalda dirsek, vana ve bağlantı elemanı bulunmamaktadır.

v. Akış bölümünde fan veya türbin gibi iş elemanı bulunmamaktadır.

Özellikler: 1 atm basınçta ve 35 ºC sıcaklıkta havanın yoğunluğu ρ=1.145 kg/m^3**,** dinamik viskozitesi μ=1.895x10^{-5} kg/m.s ve kinematik viskozitesi ν=1.655x10^{-5} m^2/s'dir. Ticari çeliğin yüzey pürüzlülüğü ε=0.000045 m'dir.

Çözüm: Bu problemdeki hidrolik çap, hacimsel debi ve Reynolds sayısı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$D_h = \frac{4A_c}{p} = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{4(0.15\text{ m})(0.20\text{ m})}{2(0.15+0.20)\text{ m}} = 0.17143\text{ m}$$

$$\dot{V} = VA_c = V(a\times b) = (7\text{ m/s})(0.15\times0.20\text{m}^2) = 0.21\text{m}^3/\text{s}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D_h}{\mu} = \frac{(1.145\text{ kg/m}^3)(7\text{ m/s})(0.17143\text{ m})}{1.895\times10^{-5}\text{ kg/m}\cdot\text{s}} = 72{,}506$$

Reynolds sayısı 4000'den büyük olduğu için akış türbülanslıdır. Borunun bağıl pürüzlülüğü aşağıdaki gibidir:

$$\varepsilon / D_h = \frac{4.5\times10^{-5}\ \text{m}}{0.17143\ \text{m}} = 2.625\times10^{-4}$$

Sürtünme faktörü Moody diyagramından belirlenebilir, fakat okuma hatasından kaçınmak için, bu soruda sürtünme faktörü bir denklem çözücü kullanılarak Colebrook denklemi ile hesaplanmıştır.

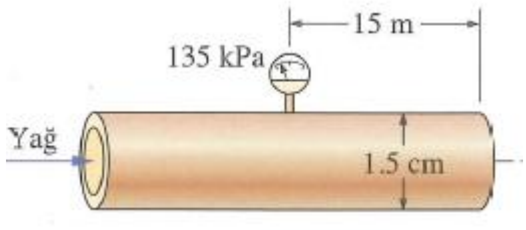
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0\log\left(\frac{\varepsilon / D_h}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{f}}\right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0\log\left(\frac{2.625\times10^{-4}}{3.7} + \frac{2.51}{72{,}506\sqrt{f}}\right)$$

Bu denklemden f=0.02036 olarak bulunmuştur. Kanaldaki basınç düşüşü ve basınç kaybını karşılamak için gereken pompa gücü aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\Delta P = \Delta P_L = f\frac{L}{D}\frac{\rho V^2}{2} = 0.02036\frac{10\ \text{m}}{0.17143\ \text{m}}\frac{(1.145\ \text{kg/m}^3)(7\ \text{m/s})^2}{2}\left(\frac{1\ \text{N}}{1\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}\right)\left(\frac{1\ \text{Pa}}{1\ \text{N/m}^2}\right) = 33.317\ \text{Pa}$$

$$\dot{W}_{\text{pump}} = \dot{V}\Delta P = (0.21\ \text{m}^3/\text{s})(33.317\ \text{Pa})\left(\frac{1\ \text{W}}{1\ \text{Pa}\cdot\text{m}^3/\text{s}}\right) = 6.9965\ \text{W} \cong 7.00\ \text{W}$$

6. Yağ (ρ=876 kg/m^3, μ=0.24 kg/m.s), çapı 1.5 cm olan bir borudan 88 kPa'daki atmosfere boşalmaktadır. Çıkıştan 15 m önce mutlak basınç 135 kPa olarak ölçülmüştür. Borunun **(a)** yatay, **(b)** yataydan yukarıya doğru 8° eğimli, **(c)** yataydan aşağıya doğru 8° eğimli olması durumunda borudaki yağ debisini hesaplayınız.



Kabuller:

i. Akış daimi ve sıkıştırılamazdır.
ii. Giriş etkileri ihmal edilmektedir ve akış tam gelişmiştir.
iii. Akış laminerdir (**doğrulanacak**).
iv. Kanalda dirsek, vana ve bağlantı elemanı bulunmamaktadır.
v. Akış bölümünde fan veya türbin gibi iş elemanı bulunmamaktadır.

Özellikler: Yağın yoğunluğu ρ=876 kg/m^3 ve dinamik viskozitesi μ=0.24 kg/m.s

Çözüm: Boru boyunca basınç düşüşü ve borunun en kesit alanı aşağıdaki gibidir:

$$\Delta P = P_1 - P_2 = 135 - 88 = 47\ \text{kPa}$$
$$A_c = \pi D^2/4 = \pi(0.015\ \text{m})^2/4 = 1.767\times10^{-4}\ \text{m}^2$$

(a) Her bir durum için hacimsel debi aşağıdaki formül ile bulunur:

$$\dot{V} = \frac{(\Delta P - \rho g L\sin\theta)\pi D^4}{128\mu L}$$

ϴ borunun yatay ile yaptığı açıyı ifade eder. Yatay durumda ϴ=0 olur, bundan dolayı sinϴ=0 olur.

$$\dot{V}_{\text{horiz}} = \frac{\Delta P \pi D^4}{128\mu L} = \frac{(47\text{ kPa})\pi(0.015\text{ m})^4}{128(0.24\text{ kg/m}\cdot\text{s})(15\text{ m})}\left(\frac{1\text{ kg}\cdot\text{m/s}^2}{1\text{ N}}\right)\left(\frac{1000\text{ N/m}^2}{1\text{ kPa}}\right) = \mathbf{1.62\times10^{-5}\ m^3/s}$$

(b) Yataydan yukarıya doğru 8° eğimli durumda ϴ= +8° olur. Bu durumda hacimsel debi:

$$\dot{V}_{\text{uphill}} = \frac{(\Delta P - \rho g L\sin\theta)\pi D^4}{128\mu L}$$

$$= \frac{[(47{,}000\text{ Pa} - (876\text{ kg/m}^3)(9.81\text{ m/s}^2)(15\text{ m})\sin 8°]\pi(0.015\text{ m})^4}{128(0.24\text{ kg/m}\cdot\text{s})(15\text{ m})}\left(\frac{1\text{ kg}\cdot\text{m/s}^2}{1\text{ Pa}\cdot\text{m}^2}\right)$$

$$= \mathbf{1.00\times10^{-5}\ m^3/s}$$

(c) Yataydan aşağıya doğru 8° eğimli durumda ϴ= -8° olur. Bu durumda hacimsel debi:

$$\dot{V}_{\text{downhill}} = \frac{(\Delta P - \rho g L\sin\theta)\pi D^4}{128\mu L}$$

$$= \frac{[(47{,}000\text{ Pa} - (876\text{ kg/m}^3)(9.81\text{ m/s}^2)(15\text{ m})\sin(-8°)]\pi(0.015\text{ m})^4}{128(0.24\text{ kg/m}\cdot\text{s})(15\text{ m})}\left(\frac{1\text{ kg}\cdot\text{m/s}^2}{1\text{ Pa}\cdot\text{m}^2}\right)$$

$$= \mathbf{2.24\times10^{-5}\ m^3/s}$$

Hacimsel debi, beklendiği üzere, borunun yataydan aşağıya doğru eğimli olduğu durumda en yüksektir. Bu durumdaki ortalama akış hızı ve Reynolds sayısı aşağıdaki gibidir:

$$V = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{2.24\times10^{-5}.\text{m}^3/\text{s}}{1.767\times10^{-4}\ \text{m}^2} = 0.127\text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(876\text{ kg/m}^3)(0.127\text{ m/s})(0.015\text{ m})}{0.24\text{ kg/m}\cdot\text{s}} = 7.0$$

Reynolds sayısı 2300’den küçüktür. Bundan dolayı akış hem bu durum için hem de diğer iki durum için laminerdir. **Yukarıdaki çözüm geçerlidir.**

7. Sıcaklığı 40°C, yoğunluğu ρ = 1252 kg/m^3 ve dinamik viskozitesi μ = 0.27 kg/m.s olan gliserin, çapı 2 cm ve uzunluğu 25 m olan bir borudan akarak 100 kPa'daki atmosfere boşalmaktadır. Borudaki debi 0.048 L/s'dir.

a) Boru çıkışından 25 m gerideki mutlak basıncı hesaplayınız.

b) Bütün borudaki basıncın atmosfer basıncına eşit olmasını ve debinin de aynı kalmasını sağlamak için ($\dot{\upsilon} = 0.048 L/s$) borunun yataydan aşağıya doğru eğim açısı Θ ne olmalıdır?

Kabuller:

i. Akış daimi ve sıkıştırılamazdır.
ii. Giriş etkileri ihmal edilmiştir, akış tam gelişmiştir.
iii. Akış laminerdir (doğrulanacak)
iv. Boru hattında vana, dirsek ya da yerel kayıp oluşturacak herhangi bir bağlantı elemanı ya da düzenek bulunmamaktadır.
v. Akış bölümünde pompa veya türbin gibi akım makinaları bulunmamaktadır.

Çözüm:

a) Yatay ya da eğimli boruda debi şu şekilde hesaplanabilir:

$\dot{\upsilon} = \dfrac{(\Delta P - \rho g L \sin\theta)\pi D^4}{128\mu L}$ Burada Θ borunun yatayla yaptığı açıdır. Yatay durum için Θ = 0'dır, dolayısıyla sinΘ = 0 olur.

$$\dot{\upsilon}_{yatay} = \frac{\Delta P \pi D^4}{128\mu L} \rightarrow (0.048\times10^{-3} m^3/s) = \frac{\Delta P \pi (0.02m)^4}{128\times(0.27kg/ms)(25m)}$$

$$\Delta P = 82.5kN/m^2 = 82.5kPa$$

Boru çıkışından 25 m gerideki mutlak basınç

$$\Delta P = P_1 - P_2 \rightarrow P_1 = P_2 + \Delta P = 100 + 82.5 = 182.5kPa$$

b) Yataydan aşağı doğru Θ eğim açısı varsa;

Tüm boru içindeki basınç sabit ve atmosfer basıncına eşit→ $\Delta P = P_1 - P_2 = 0$

Derinlikle artan hidrostatik basınç, sürtünmenin neden olduğu basınç düşüşüne eşittir.

$$\dot{\upsilon}_{egimli} = \frac{\Delta P - \rho g L \sin\theta \pi D^4}{128\mu L} \rightarrow (0.048\times10^{-3} m^3/s) = \frac{0-(1252kg/m^3)(9.81m/s^2)\sin\theta\pi(0.02m)^4}{128\times(0.27kg/ms)}$$

$$\sin\theta = -0.269$$

$$\theta = -15.59 = -15.6°$$

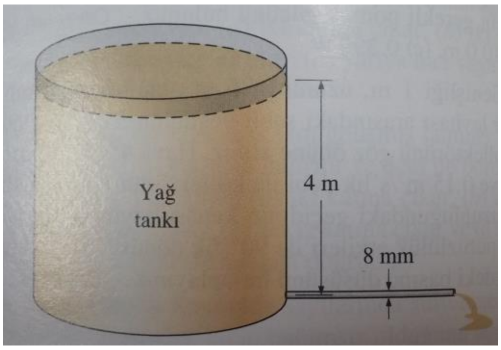
Sağlama: Ortalama hız ve Reynolds sayısı:

$$V = \frac{\dot{\upsilon}}{A_c} = \frac{\dot{\upsilon}}{\pi D^2/4} = \frac{0.048\times10^{-3} m^3/s}{\pi(0.02m)^2/4} = 0.153m/s$$

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(1252kg/m^3)(0.153m/s)(0.02m)}{0.27kg/ms} = 14.2 < 2300$$

Akış laminerdir, dolayısıyla yaptığımız çözüm geçerlidir.

8. Yoğunluğu 850 kg/m^3 ve kinematik viskozitesi 0.00062 m^2/s olan yağ, çapı 8 mm ve uzunluğu 40 m yatay bir boru ile atmosfere açık bir tanktan boşaltılmaktadır. Sıvı seviyesinin boru merkezinden yüksekliği 4 m'dir. Yerel kayıplar göz ardı edilerek borudan geçen yağın debisini hesaplayınız.



($\mu = \nu \times \rho = (0.00062\, m^2/s)(850\, kg/m^3) = 0.527\, kg/ms$)

Kabuller:

i. Akış daimi ve sıkıştırılamazdır.
ii. Giriş etkileri ihmal edilmiştir, akış tam gelişmiştir.
iii. Giriş ve çıkış kayıpları ihmal edilmiştir.
iv. Akış laminerdir (doğrulanacak)
v. Boru hattında vana, dirsek ya da yerel kayıp oluşturacak herhangi bir bağlantı elemanı ya da düzenek bulunmamaktadır.
vi. Akış bölümünde pompa veya türbin gibi akım makinaları bulunmamaktadır.

Çözüm: Bu soruyu 2 yöntemle çözebiliriz.

1. Metot (Enerji denklemi kullanarak)

Burada yağ tankının üst yüzeyi giriş (1 noktası), borunun çıkışı ise çıkış (2 noktası) olarak adlandırılmıştır. 1-2 arasında enerji denklemini yazarsak;

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{pompa,u} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{turbin,e} + h_L$$

Bu soruda 1 ve 2 noktasındaki basınçlar atmosfer basıncına eşittir ($P_1=P_2=P_{atm}$). V_1 hızı, V_2 hızına göre ihmal edilebilir derecede küçüktür, çünkü tank, boruya göre çok geniştir. Ayrıca bu problemde türbin, pompa vs. bulunmamaktadır. Bu durumda enerji denklemi şu şekilde yazılabilir:

$$z_1 = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L \rightarrow z_1 - z_2 = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_L$$

Kinetik enerji düzeltme faktörü ve yük kaybı terimi borudaki akışın laminer ya da türbülanslı oluşuna göre değişir. Boru çapı çok küçük ve akışkan da çok viskoz olduğu için akışın laminer olduğunu varsayıyoruz. Eğer akış tam gelişmiş ise boru çıkışında laminer akış için α_2=2. Tam gelişmiş laminer akış için Darcy sürtünme faktörü=64/Re, bu durumda tersinmez yük kaybı:

$$h_L = f \frac{L}{D}\frac{V_{ort}^2}{2g} = \frac{64}{\mathrm{Re}}\frac{L}{D}\frac{V_2^2}{2g} = \frac{64\mu}{\rho D V_2}\frac{L}{D}\frac{V_2^2}{2g} = \frac{32\mu L V_2}{\rho g D^2}$$

Burada ayrıca $V_2=V_{ort}$ olarak alınmıştır.

$$\alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \frac{32\mu L V_2}{\rho g D^2} - (z_1 - z_2) = 0 \rightarrow V_2 = \frac{-\dfrac{32\mu L}{\rho g D^2} \pm \sqrt{\left(\dfrac{32\mu L}{\rho g D^2}\right)^2 + 4\dfrac{\alpha_2}{2g}(z_1 - z_2)}}{\dfrac{\alpha_2}{g}}$$

Negatif kök, bize fiziksel olarak birşey ifade etmez çünkü çıkıştaki hız negatif olamaz. Burada sadece pozitif kökü alıyoruz.

$$V_2 = \frac{-\dfrac{32(0.527\,kg/ms)(40m)}{(850\,kg/m^3)(9.81m/s^2)(0.008m)^2} \pm \sqrt{\left(\dfrac{32(0.527\,kg/ms)(40m)}{\rho g D^2}\right)^2 + 4\dfrac{2}{2(9.81m/s^2)}(4m)}}{\dfrac{2}{9.81m/s^2}}$$

$= 0.0031632\ m/s$

Hacimsel debi:

$$\dot{\upsilon} = V_2 A_c = V_2(\pi D^2/4) = (0.0031632\ m/s)\pi(0.008m)^2/4 = 1.590\times 10^{-7} m^3/s$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V_2 D}{\mu} = \frac{(850\,kg/m^3)(0.0031632\ m/s)(0.008m)}{0.527\,kg/ms} = 0.0408 < 2300$$

Akış laminerdir, yaptığımız kabul doğrudur.

2. Metot

Burada, boru içindeki hızın çok yavaş olduğunu ve boru girişindeki basıncın o lokasyondaki hidrostatik basınca eşit olduğunu kabul ediyoruz. Tank tabanındaki basınç:

$$P_{1,etkin} = \rho g h = (850\,kg/m^3)(9.81m/s^2)(4m) = 33.35kN/m^2$$

$$\Delta P = P_1 - P_2 = P_1 - P_{atm} = P_{1,etkin} = 33.35kPa$$

Yatay borudaki hacimsel debi:

$$\dot{\upsilon}_{yatay} = \frac{\Delta P \pi D^4}{128\mu L} = \frac{(33.35kN/m^2)\pi(0.008m)^4}{128\times(0.527\,kg/ms)(40m)} = 1.590\times 10^{-7} m^3/s$$

Ortalama hız ve Reynolds sayısı:

$$V = \frac{\dot{\upsilon}}{A_c} = \frac{\dot{\upsilon}}{\pi D^2/4} = \frac{1.590\times 10^{-7} m^3/s}{\pi(0.008m)^2/4} = 3.164\times 10^{-3} m/s$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(850\,kg/m^3)(3.164\times 10^{-3} m/s)(0.008m)}{0.527\,kg/ms} = 0.0408 < 2300$$

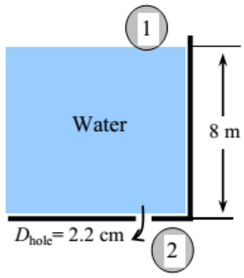
Akış laminerdir ve çözümümüz doğrudur.

9. İçi su dolu 8 m yüksekliğinde bir haznenin tabanına 2.2 cm çapında bir delik açılarak su tahliye edilmek isteniyor. Kinetik enerji düzeltme faktörünün etkisi göz ardı edilerek

a) Delik girişinin iyi yuvarlatıldığı

b) Girişin keskin kenarlı olduğu

iki ayrı durum için delikten akan suyun debisini hesaplayınız.



Kabuller:

i. Akış daimi ve sıkıştırılamazdır.
ii. Hazne atmosfere açıktır, suyun serbest yüzeyindeki basınç atmosfer basıncına eşittir.
iii. Kinetik enerji düzeltme faktörü ihmal edilmiştir. (α= 1)

Çözüm:

İyi yuvarlatılmış giriş için kayıp katsayısı : $K_L = 0.3$

Keskin kenarlı giriş için kayıp katsayısı: $K_L = 0.5$

Serbest su yüzeyi 1 noktası olarak, deliğin çıkışı ise 2 noktası olarak adlandırılmıştır. ($z_2 = 0$)

2 nokta da atmosfere açık olduğundan basınçları atmosfer basıncına eşittir. $P_1=P_2=P_{atm}$

Serbest su yüzeyindeki hız $V_1 = 0$

1-2 arasındaki enerji denklemi:

$$\frac{P_1}{\rho g}+\alpha_1\frac{V_1^2}{2g}+z_1+h_{pompa,u}=\frac{P_2}{\rho g}+\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+z_2+h_{turbine,e}+h_L \rightarrow z_1=\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+h_L$$

$$h_L = K_L\frac{V^2}{2g}$$

$$z_1=\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+K_L\frac{V_2^2}{2g} \rightarrow 2gz_1 = V_2^2(\alpha_2+K_L)$$

$$V_2=\sqrt{\frac{2gz_1}{\alpha_2+K_L}}=\sqrt{\frac{2gz_1}{1+K_L}}$$

Özel durum: KL = 0 ise → Toricelli denklemi ($V_2=\sqrt{2gz_1}$)

Hacimsel debi: $\dot{\upsilon} = A_c V_2 = \dfrac{\pi D^2}{4}\sqrt{\dfrac{2gz_1}{1+K_L}}$

İyi yuvarlatılmış giriş:

$$\dot{\upsilon} = A_c V_2 = \frac{\pi D^2}{4}\sqrt{\frac{2gz_1}{1+K_L}}=\frac{\pi(0.022\,m)^2}{4}\sqrt{\frac{2(9.81m^2/s)(8m)}{1+0.3}}=4.69\times10^{-3}\,m^3/s$$

Keskin kenarlı giriş:

$$\dot{\upsilon} = A_c V_2 = \frac{\pi D^2}{4}\sqrt{\frac{2gz_1}{1+K_L}}=\frac{\pi(0.022\,m)^2}{4}\sqrt{\frac{2(9.81m^2/s)(8m)}{1+0.5}}=3.89\times10^{-3}\,m^3/s$$

10. Yatay bir boru D_1 = 8 cm'den D_2 = 16 cm'ye ani olarak genişlemektedir. Küçük borudaki akış türbülanslı olup bu borudaki su hızı 10 m/s ve basınç P_1 = 410 kPa'dır. Girişte ve çıkışta kinetik enerji düzeltme faktörünü 1.06 alarak aşağıakım basıncı P_2'yi hesaplayınız. Eğer Bernoulli denklemi kullanılmış olsaydı oluşacak olan hata ne olurdu? (Suyun yoğunluğu ρ= 1000 kg/m^3)

Kabuller:

i. Akış daimi, yatay ve sıkıştırılamazdır.

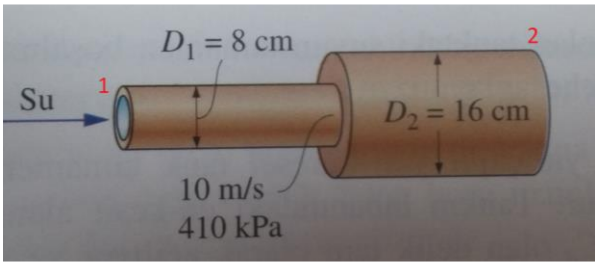
ii. Giriş ve çıkıştaki akış tam gelişmiş ve türbülanslıdır. Kinetik enerji düzeltme faktörleri $\alpha_1 = \alpha_2 = 1.06$ alınacaktır.

Çözüm:

Yoğunluk sabittir (sıkıştırılamaz akış), aşağıakım hızı:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \rightarrow \rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 \rightarrow V_2 = \frac{A_1}{A_2}V_1 = \frac{\pi D_1^2/4}{\pi D_2^2/4}V_1 = \frac{D_1^2}{D_2^2}V_1 = \frac{(0.08m)^2}{(0.16m)^2}(10m/s) = 2.5m/s$$

Ani genişleme kayıp katsayısı ve yük kaybı:



$$K_L = \left(1 - \frac{A_{dar}}{A_{genis}}\right)^2 = \left(1 - \frac{D_1^2}{D_2^2}\right)^2 = \left(1 - \frac{0.08^2}{0.16^2}\right)^2 = 0.5625$$

$$h_L = K_L \frac{V_1^2}{2g} = (0.5625)\frac{(10m/s)^2}{2(9.81m/s^2)} = 2.87m$$

$z_1 = z_2$

Pompa ve türbin yok, genişleyen bölüm için enerji denklemi şu şekilde yazılabilir;

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1\frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{pompa,u} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2\frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{turbin,e} + h_L \rightarrow \frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1\frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2\frac{V_2^2}{2g} + h_L$$

$$P_2 = P_1 + \rho\left(\frac{\alpha_1 V_1^2 - \alpha_2 V_2^2}{2} - gh_L\right)$$

$$P_2 = (410kPa) + (1000kg/m^3)\left(\frac{1.06(10m/s)^2 - 1.06(2.5m/s)^2}{2} - (9.81m/s^2)(2.87m)\right) = 431.5kPa \cong 432kPa$$

Yük (ve basınç) kaybı olmasına rağmen, genişleyen kısımda, basıncın arttığı görülmektedir. Bunun sebebi hızın azalmasından dolayı dinamik basıncın statik basınca dönüşmesidir.

Yük kaybı gözardı edilirse aşağıakım basıncı aşağıdaki gibi Bernoulli denklemiyle belirlenebilir:

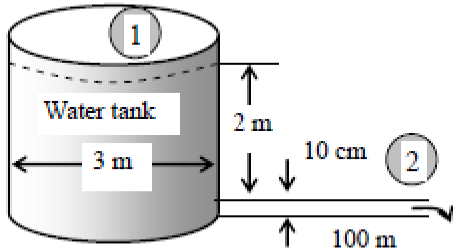
$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} \rightarrow P_2 = P_1 + \rho\frac{V_1^2 - V_2^2}{2}$$

$$P_2 = (410kPa) + (1000kg/m^3)\frac{(10m/s)^2 - (2.5m/s)^2}{2} = 456.9kPa$$

Bu durumda Bernoulli denklemindeki hata $= P_{2,Bernoulli} - P_2 = 456.9 - 431.5 = 25.4kPa$

$\% \rightarrow (456.9 - 431.5)/431.5 = 0.059 = \%5.9$

11. Çapı 3 m olan bir tank, keskin kenarlı ve 10 cm çaplı bir delik merkezinin 2 m üzerine kadar su ile doldurulmuştur. Tanktaki suyun yüzeyi atmosfere açık olup su 100 m uzunluğundaki borudan atmosfere boşalmaktadır. Borunun sürtünme faktörü 0.015 olarak alınabilir ve kinetik enerji düzeltme faktörünün etkisi ihmal edilebilir. **(a)** Tanktan çıkan suyun ilk hızını ve **(b)** tankı boşaltmak için gereken zamanı hesaplayınız.



Kabuller:

i. Akış uniform ve sıkıştırılamazdır.

ii. Boru yataydır.

iii. Akış türbülanslıdır bundan dolayı kayıp katsayısının tablo değeri kullanılabilir.

iv. Sürtünme faktörü sabit kalmaktadır. (Gerçekte değişir, sebebi akış hızının değişmesidir.)

v. Kinetik enerji düzeltme faktörü ihmal edilmiştir, α= 1.

Özellikler: Keskin kenarlı giriş için kayıp katsayısı K_L=0.5 ve borunun sürtünme faktörü 0.015 olarak verilmiştir.

Çözüm: Tankın serbest yüzeyi 1 ve boru çıkışı 2 numara ile gösterilmiştir. Referans noktası borunun merkezinde (z_2=0) alınmıştır ve +z yönü yukarıya doğrudur. 1 ve 2 numaralı noktalarda her iki nokta da atmosfere açık olduğu için $P_1=P_2=P_{atm}$ ve serbest yüzeyde hız çok düşük olduğu için $V_1 \cong 0$

Enerji denklemi aşağıdaki gibidir:

$$\frac{P_1}{\rho g}+\alpha_1\frac{V_1^2}{2g}+z_1+h_{\text{pump,u}}=\frac{P_2}{\rho g}+\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+z_2+h_{\text{turbine,e}}+h_L \quad\rightarrow\quad z_1=\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+h_L$$

$$h_L=h_{L,\text{total}}=h_{L,\text{major}}+h_{L,\text{minor}}=\left(f\frac{L}{D}+\sum K_L\right)\frac{V^2}{2g}=\left(f\frac{L}{D}+K_L\right)\frac{V^2}{2g}$$

(a) Tanktan çıkan suyun hızı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$z_1=\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+\left(f\frac{L}{D}+K_L\right)\frac{V_2^2}{2g} \quad\rightarrow\quad V_2=\sqrt{\frac{2gz_1}{\alpha_2+fL/D+K_L}}$$

α_2= 1 ve z_1=2 m'dir. Buradan hız:

$$V_{2,i}=\sqrt{\frac{2gz_1}{1+fL/D+K_L}}=\sqrt{\frac{2(9.81\,\text{m/s}^2)(2\,\text{m})}{1+0.015(100\,\text{m})/(0.1\,\text{m})+0.5}}=\mathbf{1.54\,m/s}$$

(b) Herhangi bir anda ortalama boşaltma hızı aşağıdaki gibidir:

$$V_2=\sqrt{\frac{2gz}{1+fL/D+K_L}}$$

Boru çapı D ve tank çapı D_0 ile gösterildiğinde tanktan akan suyun hacimsel debisi aşağıdaki gibidir:

$$\dot{V} = A_{pipe}V_2 = \frac{\pi D^2}{4}\sqrt{\frac{2gz}{1+fL/D+K_L}}$$

Diferansiyel dt zaman aralığı boyunca borudan akan su miktarı:

$$dV = \dot{V}dt = \frac{\pi D^2}{4}\sqrt{\frac{2gz}{1+fL/D+K_L}}dt$$

Kütlenin korunumundan dolayı borudan akan su miktarı tanktaki su miktarındaki azalmaya eşittir:

$$dV = A_{\tan k}(-dz) = -\frac{\pi D_0^2}{4}dz$$

dz tanktaki su seviyesinin dt boyunca değişimidir. +z yukarı yönde olduğu için dz negatiftir bundan dolayı tanktan boşaltılan suyun miktarını pozitif bir değer olarak alabilmek için -dz ifadesi kullanılmıştır.

$$\frac{\pi D^2}{4}\sqrt{\frac{2gz}{1+fL/D+K_L}}dt = -\frac{\pi D_0^2}{4}dz \rightarrow dt = -\frac{D_0^2}{D^2}\sqrt{\frac{1+fL/D+K_L}{2gz}}dz = -\frac{D_0^2}{D^2}\sqrt{\frac{1+fL/D+K_L}{2g}}z^{-\frac{1}{2}}dz$$

$$\int_{t=0}^{t_f} dt = -\frac{D_0^2}{D^2}\sqrt{\frac{1+fL/D+K_L}{2g}}\int_{z=z_1}^{0} z^{-1/2}dz \rightarrow t_f = -\frac{D_0^2}{D^2}\sqrt{\frac{1+fL/D+K_L}{2g}}\left.\frac{z^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}\right|_{z_1}^{0} = \frac{2D_0^2}{D^2}\sqrt{\frac{1+fL/D+K_L}{2g}}z_1^{\frac{1}{2}}$$

$$t_f = \frac{D_0^2}{D^2}\sqrt{\frac{2z_1(1+fL/D+K_L)}{g}} = \frac{(3\,\text{m})^2}{(0.1\,\text{m})^2}\sqrt{\frac{2(2\,\text{m})[1+(0.015)(100\,\text{m})/(0.1\,\text{m})+0.5]}{9.81\,\text{m/s}^2}} = 2334\,\text{s} = \mathbf{38.9\,min}$$

12. Bir çiftçi 21°C sıcaklıktaki suyu nehirden yakınlarda bulunan depolama tankına basmaktadır. Bu iş için kullandığı boru 38.1 m uzunluğunda ve 12.7 cm çapında olup boru hattı üzerinde 3 tane flanşlı 90°'lik yumuşak dönüşlü dirsek vardır. Nehir yüzeyine yakın yerde su hızı 1.83 m/s olup dinamik basınçtan yararlanmak için boru girişi, nehirde suyun akış yönüne dik olarak yerleştirilmiştir. Nehir ile tankın serbest yüzeyi arasındaki yükseklik farkı 3.66 m'dir. Toplam pompa verimi %70 olarak verildiğine göre, debinin 42.47 L/s olması için pompaya sağlanması gereken elektrik gücünü hesaplayınız. 21°C'de suyun yoğunluğu: ρ= 997.9 kg/m^3, viskozitesi μ= 9.756x10^{-4} kg/ms. Galvanize demirin pürüzlülüğü ε= 0.0001524 m

Kabuller:

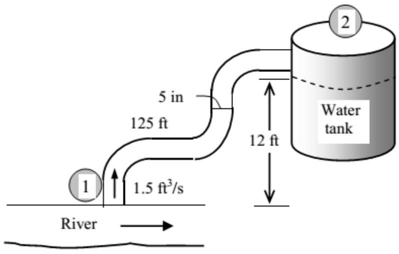
i. Akış daimi ve sıkıştırılamazdır.

ii. Giriş etkileri ihmal edilmiştir ve akış tam gelişmiştir.

iii. Akış türbülanslıdır (doğrulanacak).

iv. Tankın ve nehrin serbest su yüzeyleri arasındaki yükseklik farkı sabit kalmaktadır.

v. Kinetik enerji düzeltme faktörü ihmal edilmiştir, α= 1.



Çözüm:

Nehrin serbest su yüzeyi 1 noktası olarak, tankın serbest su yüzeyi 2 noktası olarak adlandırılmıştır.

90°'lik yumuşak dönüşlü dirseklerin herbirinin kayıp katsayısı K_L= 0.3.

Keskin kenarlı çıkış kayıp katsayısı K_L=1.

Nehrin serbest su yüzeyi, referans yüksekliği olarak alınmıştır, z_1=0.

1-2 arasında enerji denklemi:

$$\frac{P_1}{\rho g}+\alpha_1\frac{V_1^2}{2g}+z_1+h_{pompa,u}=\frac{P_2}{\rho g}+\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+z_2+h_{turbin,e}+h_L \rightarrow \alpha_1\frac{V_1^2}{2g}+h_{pompa,u}=z_2+h_L$$

$$\alpha_1=1, h_L=h_{L,toplam}=h_{L,surekli}+h_{L,yerel}=\left(f\frac{L}{D}+\sum K_L\right)\frac{V^2}{2g}$$

Borudaki ortalama hız ve Reynolds sayısı:

$$V=\frac{\dot{\upsilon}}{A_c}=\frac{\dot{\upsilon}}{\pi D^2/4}=\frac{47.42\times10^{-3}m^3/s}{\pi(0.127m)^2/4}=3.74m/s$$

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho VD}{\mu}=\frac{(997.9kg/m^3)(3.74m/s)(0.127m)}{9.756\times10^{-4}kg/ms}=485836.9>4000$$

Akış türbülanslıdır.

Borunun bağıl pürüzlülüğü: $\varepsilon/D=\dfrac{0.0001524\ m}{0.127m}=0.0012$

Sürtünme faktörü:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{0.0012}{3.7} + \frac{2.51}{485836.9\sqrt{f}}\right)$$

$$f = 0.0211$$

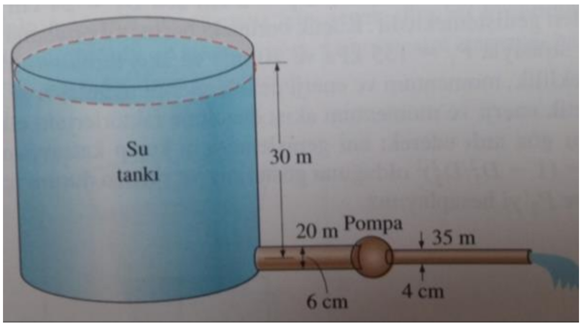
$$\sum K_L = K_{L,giris} + 3K_{L,dirsek} + K_{Lcikis} = 1.9$$

$$h_L = \left(f\frac{L}{D} + \sum K_L\right)\frac{V^2}{2g} = \left(0.0211\frac{38.1}{0.127} + 1.9\right)\frac{(3.74m/s)^2}{2(9.81m/s^2)} = 5.87m$$

$$h_{pompa,u} = z_2 + h_L - \frac{V_1^2}{2g} = 3.66m + 5.87m - \frac{(3.74m/s)^2}{2(9.81m/s^2)} = 8.82m$$

$$\dot{W}_{pompa} = \frac{\dot{W}_{pompa,u}}{\eta_{pompa}} = \frac{\dot{\upsilon}\rho g h_{pompa,u}}{\eta_{pompa}} = \frac{(42.47\times10^{-3}m^3/s)(997.9kg/m^3)(9.81m/s^2)(8.82m)}{0.7} = 5238.5W = 5.2kW$$

13. Sıcaklığı 15°C olan su, aralarında bir pompa bulunan seri bağlı dökme demir iki adet yatay borudan 18 L/s'lik debi ile bir depodan boşaltılmaktadır. İlk boru 20 m uzunluğunda ve 6 cm çapında, ikinci boru ise 35 m uzunluğunda ve 4 cm çapındadır. Depodaki su seviyesi borunun merkez çizgisinden 30 m yüksektedir. Boru girişi keskin kenarlı olup pompa bağlantısı ile ilgili kayıplar ihmal edilebilir. Kinetik enerji düzeltme faktörünün etkisi ihmal edilerek basma yüksekliğini ve belirtilen debiyi devam ettirebilecek minimum pompa gücünü hesaplayınız. (Sıcaklığı 15°C olan su için ρ= 999.1 kg/m^3 ve μ= 1.138x10^{-3} kg/m.s) K_L = 0.5 (keskin kenarlı giriş için) Dökme demir için pürüzlülük ε= 0.00026 m



Kabuller:

i. Akış daimi ve sıkıştırılamazdır.

ii. Borular yataydır.

iii. Giriş etkisi ihmal edilmiştir ve akış tam gelişmiştir.

iv. Akış türbülanslıdır ve tablodaki kayıp katsayıları kullanılabilir.

v. Boru hattında vana, dirsek ya da yerel kayıp oluşturacak herhangi bir bağlantı elemanı ya da düzenek bulunmamaktadır.

vi. Tank atmosfere açıktır, dolayısıyla yüzeydeki basınç atmosfer basıncıdır.

vii. Tanktaki su seviyesi sabit kalmaktadır.

viii. Kinetik enerji düzeltme faktörü ihmal edilebilir, α= 1.

Çözüm:

z_2= 0

$P_1=P_2=P_{atm}$

$V_1 \approx 0$ (çok düşük)

1 ve 2 noktaları arasında enerji denklemi:

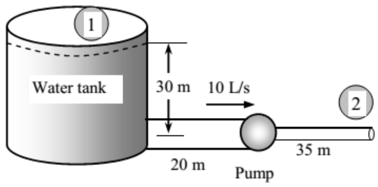
$$\frac{P_1}{\rho g}+\alpha_1\frac{V_1^2}{2g}+z_1+h_{pompa,u}=\frac{P_2}{\rho g}+\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+z_2+h_{turbin,e}+h_L \rightarrow z_1+h_{pompa,u}=\alpha_2\frac{V_2^2}{2g}+h_L$$

$$\alpha_2=1$$

$$h_L=h_{L,toplam}=h_{L,surekli}+h_{L,yerel}=\sum\left(f\frac{L}{D}+\sum K_L\right)\frac{V^2}{2g}$$

Toplam, 2 boru içindir. Borular birbirine seri bağlanmıştır, dolayısıyla debileri aynıdır. Her bir boru için yük kaybı aşağıdaki gibi hesaplanır:

1. Boru:



$$V_1=\frac{\dot{\upsilon}}{A_{c1}}=\frac{\dot{\upsilon}}{\pi D_1^2/4}=\frac{0.018 m^3/s}{\pi(0.06m)^2/4}=6.366 m/s$$

$$\mathrm{Re}_1=\frac{\rho V_1 D_1}{\mu}=\frac{(999.1 kg/m^3)(6.366 m/s)(0.06m)}{1.138\times10^{-3} kg/ms}=335300 > 4000$$

Dolayısıyla akış türbülanslıdır.

Borunun bağıl pürüzlülüğü: $\varepsilon/D_1=\frac{0.00026\,m}{0.06m}=0.00433$

$$\frac{1}{\sqrt{f_1}}=-2\log\left(\frac{\varepsilon/D_1}{3.7}+\frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f_1}}\right)\rightarrow\frac{1}{\sqrt{f_1}}=-2\log\left(\frac{0.00433}{3.7}+\frac{2.51}{335300\sqrt{f_1}}\right)$$

$$f_1=0.02941$$

Tek yerel kayıp, giriş kaybıdır, K_L=0.5

Birinci boru için toplam yük kaybı=

$$h_{L1}=\left(f_1\frac{L_1}{D_1}+\sum K_L\right)\frac{V_1^2}{2g}=\left((0.02941)\frac{20m}{0.06m}+0.5\right)\frac{(6.366 m/s)^2}{2(9.81 m/s^2)}=21.3m$$

2. Boru:

$$V_2=\frac{\dot{\upsilon}}{A_{c2}}=\frac{\dot{\upsilon}}{\pi D_2^2/4}=\frac{0.018 m^3/s}{\pi(0.04m)^2/4}=14.32 m/s$$

$$\mathrm{Re}_2=\frac{\rho V_2 D_2}{\mu}=\frac{(999.1 kg/m^3)(14.32 m/s)(0.04m)}{1.138\times10^{-3} kg/ms}=502900 > 4000$$

Dolayısıyla akış türbülanslıdır.

Borunun bağıl pürüzlülüğü: $\varepsilon/D_2=\frac{0.00026\,m}{0.04m}=0.0065$

$$\frac{1}{\sqrt{f_2}}=-2\log\left(\frac{\varepsilon/D_2}{3.7}+\frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f_2}}\right)\rightarrow\frac{1}{\sqrt{f_2}}=-2\log\left(\frac{0.0065}{3.7}+\frac{2.51}{502900\sqrt{f_2}}\right)$$

$$f_2=0.03309$$

Burada, çıkış etkisini ihmal ettiğimizi hatırlayınız. Dolayısıyla ikinci boru için toplam yük kaybı:

$$h_{L2} = f_2 \frac{L_2}{D_2}\frac{V_2^2}{2g} = (0.03309)\frac{35m}{0.04m}\frac{(14.32m/s)^2}{2(9.81m/s^2)} = 302.6m$$

Seri bağlı bu iki borudaki toplam yük kaybı:

$$h_L = h_{L,toplam} = h_{L1} + h_{L2} = 21.3 + 302.6 = 323.9m$$

Pompalama yüksekliği ve gerekli minimum pompa gücü:

$$h_{pompau} = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_L - z_1$$

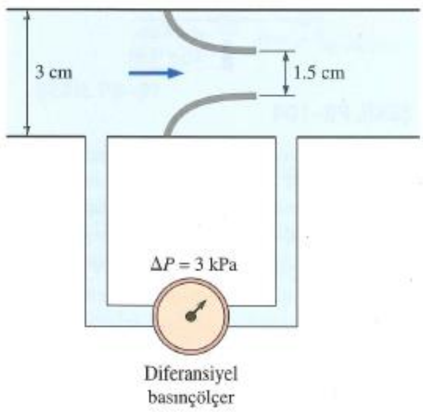
$$= (1)\frac{(14.32m/s)^2}{2(9.81m/s^2)} + 323.9 - 30 = 304.4m$$

$$\dot{W}_{pompau} = \dot{\upsilon}\Delta P = \rho\dot{\upsilon}gh_{pompau}$$

$$= (999.1kg/m^3)(0.018m^3/s)(9.81m/s^2)(304.4m) = 53.7kW$$

Pompa, minimum 53.7kW'lık mekanik enerji sağlamalıdır.

14. Üzerine diferansiyel basınçölçer monte edilmiş bir akış lülesi, 3 cm çaplı yatay borudaki 10 ºC'deki suyun (ρ=999.7 kg/m^3 ve μ=1.307x10^{-3} kg/m.s) debisini ölçmek için kullanılmaktadır. Lüle çıkış çapı 1.5 cm ve ölçülen basınç düşüşü 3 kPa'dır. Borudaki suyun hacimsel debisi ve ortalama hızı ile yük kaybını hesaplayınız.



Kabuller:

i. Akış daimi ve sıkıştırılamazdır.
ii. Lülenin boşaltma katsayısı C_d=0.96.

Özellikler: Suyun yoğunluğu ve dinamik viskozitesi ρ=999.7 kg/m^3 ve μ=1.307x10^{-3} kg/m.s olarak verilmiştir.

Çözüm: Çap oranı, daralma alanı ve hacimsel debi:

$$\beta = d/D = 1.5/3 = 0.50$$

$$A_0 = \pi d^2/4 = \pi(0.015\,\text{m})^2/4 = 1.767\times10^{-4}\ \text{m}^2$$

$$\dot{V} = A_o C_d \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(1-\beta^4)}}$$

$$= (1.767\times10^{-4}\ \text{m}^2)(0.96)\sqrt{\frac{2\times3000\ \text{N/m}^2}{(999.7\ \text{kg/m}^3)((1-0.50^4)}\left(\frac{1\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}{1\ \text{N}}\right)}$$

$$= 0.429\times10^{-3}\ \ \text{m}^3/\text{s}$$

Borudaki ortalama akış hızı ve Reynolds sayısı:

$$V=\frac{\dot{V}}{A_c}=\frac{\dot{V}}{\pi D^2/4}=\frac{0.429\times10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s}}{\pi(0.03\ \text{m})^2/4}=0.607\ \text{m/s}$$

$$\text{Re}=\frac{\rho VD}{\mu}=\frac{(999.7\ \text{kg/m}^3)(0.607\ \text{m/s})(0.03\ \text{m})}{1.307\times10^{-3}\ \text{kg/m}\cdot\text{s}}=1.39\times10^4$$

β ve Re değerleri C_d denkleminde yerine yazılırsa:

$$C_d=0.9975-\frac{6.53\beta^{0.5}}{\text{Re}^{0.5}}=0.9975-\frac{6.53(0.50)^{0.5}}{(1.39\times10^4)^{0.5}}=0.958$$

0.96’ya çok yakın bir değer bulundu. Daha yüksek doğruluğa sahip bir sonuç için iterasyonlar yapılabilir ($\dot{V}$, V, Re ve C_d). İterasyonlar sonucunda $\dot{V}$=0.429x10^{-3} m^3/s, V=0.606 m/s, Re=13900 ve C_d=0.958 bulunur.

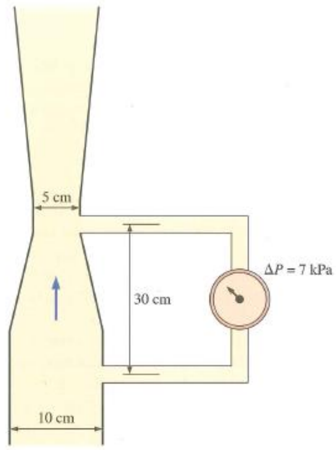
3 kPa basınç düşüşüne denk gelen su yüksekliği:

$$h_w=\frac{\Delta P}{\rho_w g}=\frac{3000\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}{(999.7\ \text{kg/m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)}=0.306\ \text{m}$$

İki ölçüm kesiti arasındaki yük kaybı enerji denkleminden $z_1=z_2$ basitleştirmesi ile bulunur:

$$h_L=\frac{P_1-P_2}{\rho_f g}-\frac{V_2^2-V_1^2}{2g}=h_w-\frac{[(D/d)^4-1]V_1^2}{2g}=0.306\ \text{m}-\frac{[(3/1.5)^4-1](0.607\ \text{m/s})^2}{2(9.81\ \text{m/s}^2)}=0.024\ \text{m H2O}$$

15. Üzerine diferansiyel basınç ölçer monte edilmiş şekildeki düşey ventürimetre, 15 cm çaplı düşey borudaki 10 ºC’deki sıvı propanın (ρ=514.7 kg/m^3) debisini ölçmek için kullanılmaktadır. Debi katsayısını 0.98 alarak borudaki propanın hacimsel debisini hesaplayınız.



Kabuller:

i. Akış daimi ve sıkıştırılamazdır.

Özellikler: Propanın yoğunluğu ρ=514.7 kg/m^3 ve ventürimetrenin boşaltma katsayısı C_d=0.98.

Çözüm: Çap oranı, daralma alanı ve hacimsel debi:

$$\beta=d/D=5/10=0.5$$

$$A_0=\pi d^2/4=\pi(0.05\ \text{m})^2/4=0.001963\ \text{m}^2$$

$$\dot{V}=A_o C_d\sqrt{\frac{2(P_1-P_2)}{\rho(1-\beta^4)}}$$

$$=(0.001963\ \text{m}^2)(0.98)\sqrt{\frac{2\times7000\ \text{N/m}^2}{(514.7\ \text{kg/m}^3)((1-0.5^4)}\left(\frac{1\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}{1\ \text{N}}\right)}$$

$$=\mathbf{0.0104\ m^3/s}$$

Borudaki ortalama akış hızı:

$$V=\frac{\dot{V}}{A_c}=\frac{\dot{V}}{\pi D^2/4}=\frac{0.0104\ \text{m}^3/\text{s}}{\pi(0.10\ \text{m})^2/4}=1.32\ \text{m/s}$$