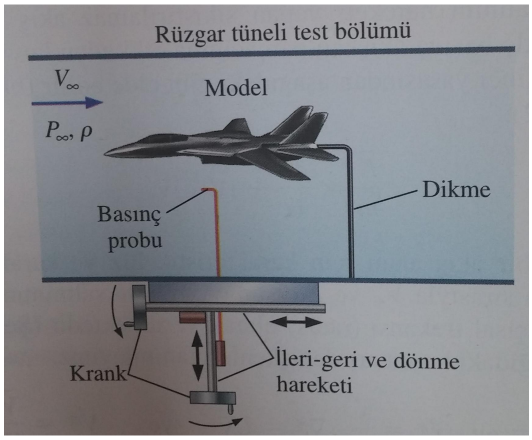
AKM 205-BÖLÜM 7-UYGULAMA SORU VE ÇÖZÜMLERİ

1. Şekildeki rüzgar tüneli, bir uçak üzerinden akan havadaki basınç dağılımını ölçmek için kullanılmaktadır. Rüzgar tünelindeki hava hızı sıkıştırabilme etkisi ihmal edilebilecek ölçüde düşüktür. Bölüm 5'te açıklandığı gibi Bernoulli denklemi böyle bir akış durumunda uçağın ve rüzgar tünelinin duvar yüzeylerine çok yakın olan bölgeler ile modelin arkasındaki art izi bölgesi dışındaki her yerde geçerlidir. Modelden çok uzakta hava V_∞ hızı ve P_∞ basıncı ile akmaktadır ve hava yoğunluğu ρ yaklaşık olarak sabit kalmaktadır. Hava akışlarında yerçekimi etkisi genellikle ihmal edilebilir. Buna göre Bernoulli denklemini aşağıdaki gibi yazabiliriz:



$$P+\frac{1}{2}\rho V^2 = P_\infty + \frac{1}{2}\rho V_\infty^2$$

Bu denklemi boyutsuzlaştırınız ve Bernoulli denkleminin geçerli olduğu akışın herhangi bir noktasındaki **basınç katsayısı C_p** için bir ifade oluşturunuz. C_p aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$C_p = \frac{P-P_\infty}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2}$$

Kabuller:

1. Akış sıkıştırılamazdır.

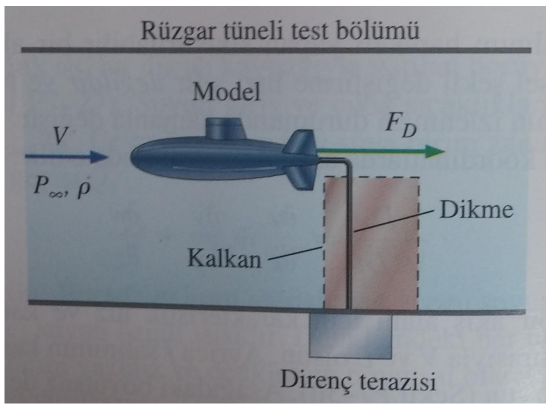
2. Bernoulli denklemindeki yerçekimi terimleri , diğer terimlere kıyasla ihmal edilebilir düzeydedir.

Çözüm: Bernoulli denklemini dinamik basınç terimiyle boyutsuzlaştırıyoruz. Dinamik basınç: $\frac{1}{2}\rho V_\infty{}^2$

Boyutsuzlaştırma: $$\frac{P}{\frac{1}{2}\rho V_\infty{}^2}+\frac{V^2}{V_\infty{}^2}=\frac{P_\infty}{\frac{1}{2}\rho V_\infty{}^2}+1$$

Düzenlersek; $$C_p = \frac{P-P_\infty}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2} = 1-\frac{V^2}{V_\infty{}^2}$$

2. Bir grup öğrenci tasarım yarışmasında insan gücüyle çalışan denizaltı tasarlayacaklardır. Prototip denizaltının toplam uzunluğu 4.85 m'dir. Öğrenciler bunun suya tamamen dalmış halde 0.440 m/s'lik bir hız ile hareket edebileceğini umuyorlar. Akışkan T= 15°C'de tatlı sudur (göl suyu). Tasarım grubu, üniversitelerinin rüzgar tünelinde test etmek üzere denizaltının 1/5 ölçekli modelini yapıyor. Direnç terazisi dikmesini çevreleyen bir kalkan vardır. Böylece dikmenin aerodinamik direnci, ölçülen direnci etkilememektedir. Rüzgar tünelindeki hava 25°C'de ve 1 atm



standart atmosfer basıncındadır. Benzerliği elde edebilmek için öğrenciler rüzgar tünelini hangi hava hızında çalıştırmalıdırlar?

Kabuller:

1. Havanın sıkıştırılabilirliği ihmal edilmiştir.

2. Rüzgar tünelinin duvarları modelden yeterince uzak olduğu için modelin aerodinamik direncinde duvar etkisi yoktur.

3. Model, prototiple geometrik benzerdir.

Özellikler:

T=15° ve atmosfer basıncında suyun yoğunluğu ρ= 999.1 kg/m^3 ve viskozitesi μ= 1.138x10^{-3}kg/ms

T=25° ve atmosfer basıncında havanın yoğunluğu ρ=1.184kg/m^3 ve viskozitesi μ=1.849x10^{-5} kg/ms

Çözüm:

Model ve prototip arasında benzerlik, modelin ve prototipin Reynolds sayıları eşit olduğunda sağlanır.

$$\mathrm{Re}_m = \frac{\rho_m V_m L_m}{\mu_m} = \mathrm{Re}_p = \frac{\rho_p V_p L_p}{\mu_p}$$

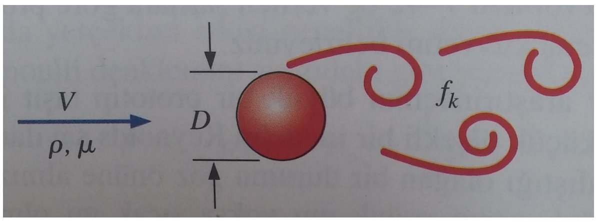
$$V_m = V_p\left(\frac{\mu_m}{\mu_p}\right)\left(\frac{\rho_p}{\rho_m}\right)\left(\frac{L_p}{L_m}\right) = (0.440 m/s)\left(\frac{1.849\text{x}10^{-5}\, kg/ms}{1.138x10^{-3}\, kg/ms}\right)\left(\frac{999.1 kg/m^3}{1.184 kg/m^3}\right)(5) = 30.2 m/s$$

Kontrol:

Verilen hava sıcaklığında, ses hızı 346m/s'dir. Bu durumda rüzgar tünelindeki Mach sayısı Ma=30.2/346=0.0873'tür. Yani, yapmış olduğumuz sıkıştırılamazlık kabulü doğru bir yaklaşım olmuştur.

3. Bir silindir üzerinden üniform bir akışta aşağıakımda periyodik Karman vorteks caddesi oluşur. Tekrarlayan değişkenler yöntemini kullanarak Karman vorteks kopma frekansı f_k için serbest akış hızı V,akışkan yoğunluğu ρ, akışkan viskozitesi μ ve silindir çapı D'nin fonksiyonu olarak boyutsuz bir ilişki oluşturunuz.

Çözüm:



Adım 1: İlgili parametreler: $f_k = f(V, \rho, \mu, D)$ n=5

Adım 2: Parametrelerin ana boyuları:

$$\begin{array}{ccccc} f_k & V & \rho & \mu & D \\ \{t^{-1}\} & \{L^1 t^{-1}\} & \{m^1 L^{-3}\} & \{m^1 L^{-1} t^{-1}\} & \{L^1\} \end{array}$$

Adım 3: İlk tahmin olarak j, problemde verilen ana boyutların sayısı (m,L,t) olan 3'e eşit alınır. j=3

π lerin sayısı k=n-j→ k=5-3=2

Adım 4: j=3 olduğu için 3 tane tekrarlayan parametre seçmemiz gerekmektedir.

Tekrarlayan parametreler: V,ρ ve D

Adım 5: Bağımlı π oluşturulur.

$$\pi_1 = f_k V^{a1} \rho^{b1} D^{c1} \qquad \{\pi_1\} = \{(t^{-1})(L^1 t^{-1})^{a1} (m^1 L^{-3})^{b1} (L^1)^{c1}\}$$

Mass (kütle): $\{m^0\} = \{m^{b1}\} \rightarrow b1 = 0$

Time (zaman): $\{t^0\} = \{t^{-1} t^{-a1}\} \rightarrow a1 = -1$

Length (uzunluk): $\{L^0\} = \{L^{a1} L^{-3b1} L^{c1}\} \rightarrow c1 = 1$

$$\pi_1 = \frac{f_k D}{V} = St \qquad \text{(Strouhal sayısı)}$$

$$\pi_2 = \mu V^{a2} \rho^{b2} D^{c2} \qquad \{\pi_2\} = \{(m^1 L^{-1} t^{-1})(L^1 t^{-1})^{a2} (m^1 L^{-3})^{b2} (L^1)^{c2}\}$$

Mass (kütle): $\{m^0\} = \{m^1 m^{b2}\} \rightarrow b2 = -1$

Time (zaman): $\{t^0\} = \{t^{-1} t^{-a2}\} \rightarrow a2 = -1$

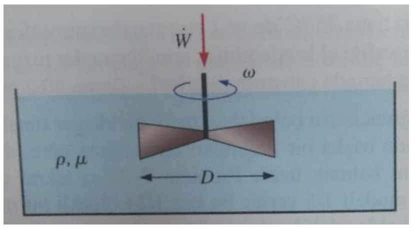
Length (uzunluk): $\{L^0\} = \{L^{-1} L^{a2} L^{-3b2} L^{c2}\} \rightarrow c2 = -1$

$$\pi_2 = \frac{\mu}{\rho V D} = 1/\mathrm{Re} \qquad \text{(1/Reynolds sayısı)}$$

Adım 6: Final bağıntı yazılır: **St=f(Re)**

4. Büyük bir tank içerisindeki kimyasal maddeleri karıştırmak için bir karıştırıcı kullanılmaktadır. Karıştırıcının kanatlarına aktarılan mil gücü $\dot{W}$; karıştırıcı çapı D, sıvı yoğunluğu ρ, sıvı viskozitesi μ ve kanat açısal hızı ω'nın bir fonsiyonudur. Tekrarlayan değişkenler yöntemini kullanarak bu parametreler arasında boyutsuz bir ilişki bulunuz. Tüm işlemlerinizi gösteriniz ve gerektiğinde değişiklik yaparak π gruplarınızı tespit ediniz.

Çözüm:



Adım 1: İlgili parametreler: $\dot{W} = f(\omega, \rho, \mu, D)$ n=5

Adım 2: Parametrelerin ana boyuları:

$\dot{W}$	ω	ρ	μ	D
$\{m^1 L^2 t^{-3}\}$	$\{t^{-1}\}$	$\{m^1 L^{-3}\}$	$\{m^1 L^{-1} t^{-1}\}$	$\{L^1\}$

Adım 3: İlk tahmin olarak j, problemde verilen ana boyutların sayısı (m,L,t) olan 3'e eşit alınır. j=3

π lerin sayısı k=n-j→ k=5-3=2

Adım 4: j=3 olduğu için 3 tane tekrarlayan parametre seçmemiz gerekmektedir.

Tekrarlayan parametreler: ω,ρ ve D

Adım 5: Bağımlı π olusturulur.

$$\pi_1 = \dot{W} \omega^{a1} \rho^{b1} D^{c1} \qquad \{\pi_1\} = \{(m^1 L^2 t^{-3})(t^{-1})^{a1} (m^1 L^{-3})^{b1} (L^1)^{c1}\}$$

Mass (kütle): $\{m^0\} = \{m^1 m^{b1}\} \rightarrow b1 = -1$

Time (zaman): $\{t^0\} = \{t^{-3} t^{-a1}\} \rightarrow a1 = -3$

Length (uzunluk): $\{L^0\} = \{L^2 L^{-3b1} L^{c1}\} \rightarrow c1 = -5$

$$\pi_1 = \frac{\dot{W}}{\rho D^5 \omega^3} = N_p$$ (Power number)

$\pi_2 = \mu \omega^{a2} \rho^{b2} D^{c2}$ $\qquad \{\pi_2\} = \{(m^1 L^{-1} t^{-1})(t^{-1})^{a2} (m^1 L^{-3})^{b2} (L^1)^{c2}\}$

Mass (kütle): $\{m^0\} = \{m^1 m^{b2}\} \rightarrow b2 = -1$

Time (zaman): $\{t^0\} = \{t^{-1} t^{-a2}\} \rightarrow a2 = -1$

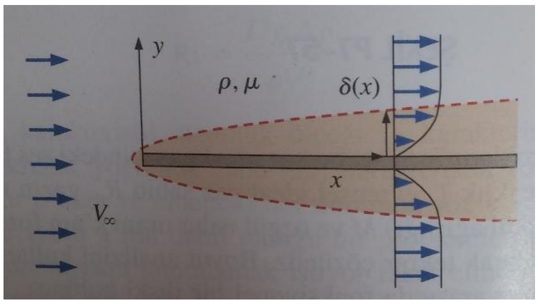
Length (uzunluk): $\{L^0\} = \{L^{-1} L^{-3b2} L^{c2}\} \rightarrow c2 = -2$

$$\pi_2 = \frac{\mu}{\rho \omega D^2} = 1/\mathrm{Re}$$ (1/Reynolds sayısı)

Düzenlenmiş π_2: $$\pi_2 = \frac{\rho \omega D^2}{\mu} = \frac{\rho (D\omega) D}{\mu} = \mathrm{Re}$$

Adım 6: Final bağıntı yazılır: $\mathbf{N_p = f(Re)}$

5. Sınır tabaka, viskoz kuvvetlerin önemli olduğu ve içerisindeki akışın dönümlü olduğu ince bir bölgedir (çoğunlukla çeper boyuncadır). İnce düz bir levha boyunca gelişen bir sınır tabakayı düşününüz. Akış daimidir. Tekrarlayan değişkenler yöntemini kullanarak herhangi bir aşağıakım mesafesindeki sınır tabaka kalınlığı δ için; aşağıakım uzaklığı x, serbest akım hızı V_∞, akışkan özellikleri ρ ve μ'nün fonksiyonu olarak boyutsuz bir ilişki bulunuz.



Çözüm:

Adım 1: İlgili parametreler: $\delta = f(x, V, \rho, \mu)$ n=5

Adım 2: Parametrelerin ana boyuları:

δ	x	V	ρ	μ
$\{L^1\}$	$\{L^1\}$	$\{L^1 t^{-1}\}$	$\{m^1 L^{-3}\}$	$\{m^1 L^{-1} t^{-1}\}$

Adım 3: İlk tahmin olarak j, problemde verilen ana boyutların sayısı (m,L,t) olan 3'e eşit alınır. j=3

π lerin sayısı k=n-j→ k=5-3=2

Adım 4: j=3 olduğu için 3 tane tekrarlayan parametre seçmemiz gerekmektedir.

Tekrarlayan parametreler: x,ρ ve V

Adım 5: Bağımlı π olusturulur. π_1 bağıntısı kolay elde edilebileceği için hesapları kafamızdan yapabiliriz. d'nın ana boyutları, tekrarlayan parametrelerden x'in ana boyutuyla aynı olduğu için:

$\pi_1 = \dfrac{\delta}{x}$

$\pi_2 = \mu x^a \rho^b V^c$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\{\pi_2\} = \{(m^1 L^{-1} t^{-1})(L^1)^a (m^1 L^{-3})^b (L^1 t^{-1})^c\}$

Mass (kütle): $\{m^0\} = \{m^1 m^{b2}\} \rightarrow b2 = -1$

Time (zaman): $\{t^0\} = \{t^{-1} t^{-c}\} \rightarrow c = -1$

Length (uzunluk): $\{L^0\} = \{L^{-1} L^a L^{-3b} L^c\} \rightarrow a = -1$

$\pi_2 = \dfrac{\mu}{\rho V x} = 1/\mathrm{Re}$ $\qquad$ (1/Reynolds sayısı)

Düzenlenmiş π_2: $\qquad$ $\pi_2 = \mathrm{Re}_x = \dfrac{\rho V x}{\mu}$

Adım 6: Final bağıntı yazılır: $\dfrac{\delta}{x} = f(\mathrm{Re}_x)$

6. D çapındaki bir pervane, yoğunluğu ρ ve viskozitesi μ olan bir sıvının içerisinde ω açısal hızıyla dönmektedir. Dönme momenti T'nin; D, ω, ρ ve μ'nün bir fonksiyonu olduğu belirlenmiştir. Boyut analizini kullanarak boyutsuz bir ilişki oluşturunuz ve elde ettiğiniz boyutsuz parametreleri tanımlayınız. İpucu: Tutarlılık için (ve mümkün olduğu her zaman); uzunluk, yoğunluk ve hızı (ya da açısal hızı) tekrarlayan değişkenler olarak seçmek akıllıca olacaktır.

Çözüm:

Adım 1: İlgili parametreler: $T = f(\rho, \omega, D, \mu)$ $\quad$ n=5

Adım 2: Parametrelerin ana boyuları:

T	ρ	ω	D	μ
$\{m^1 L^2 t^{-2}\}$	$\{m^1 L^{-3}\}$	$\{t^{-1}\}$	$\{L^1\}$	$\{m^1 L^{-1} t^{-1}\}$

Adım 3: İlk tahmin olarak j, problemde verilen ana boyutların sayısı (m,L,t) olan 3'e eşit alınır. j=3

π lerin sayısı k=n-j→ k=5-3=2

Adım 4: j=3 olduğu için 3 tane tekrarlayan parametre seçmemiz gerekmektedir.

Tekrarlayan parametreler: ω,ρ ve D

Adım 5: Bağımlı π olusturulur.

$\pi_1 = T \rho^{a1} \omega^{b1} D^{c1}$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\{\pi_1\} = \{(m^1 L^2 t^{-2})(m^1 L^{-3})^{a1} (t^{-1})^{b1} (L^1)^{c1}\}$

Mass (kütle): $\{m^0\} = \{m^1 m^{a1}\} \rightarrow a1 = -1$

Time (zaman): $\{t^0\} = \{t^{-2} t^{-b1}\} \rightarrow b1 = -2$

Length (uzunluk): $\{L^0\} = \{L^2 L^{-3a1} L^{c1}\} \rightarrow c1 = -5$

$$\pi_1 = \frac{T}{\rho D^5 \omega^2}$$ (Tork katsayısı)

$$\pi_2 = \mu \rho^{a2} \omega^{b2} D^{c2} \qquad \{\pi_2\} = \{(m^1 L^{-1} t^{-1})(m^1 L^{-3})^{a2} (t^{-1})^{b2} (L^1)^{c2}\}$$

Mass (kütle): $\{m^0\} = \{m^1 m^{a2}\} \rightarrow a2 = -1$

Time (zaman): $\{t^0\} = \{t^{-1} t^{-b2}\} \rightarrow b2 = -1$

Length (uzunluk): $\{L^0\} = \{L^{-1} L^{-3a2} L^{c2}\} \rightarrow c2 = -2$

$$\pi_2 = \frac{\mu}{\rho \omega D^2} = 1/\mathrm{Re}$$ (1/Reynolds sayısı)

Düzenlenmiş π_2: $$\pi_2 = \frac{\rho \omega D^2}{\mu} = \frac{\rho (D\omega) D}{\mu} = \mathrm{Re}$$

Adım 6: Final bağıntı yazılır: $$\frac{T}{\rho D^5 \omega^2} = f\left(\frac{\rho \omega D^2}{\mu}\right)$$