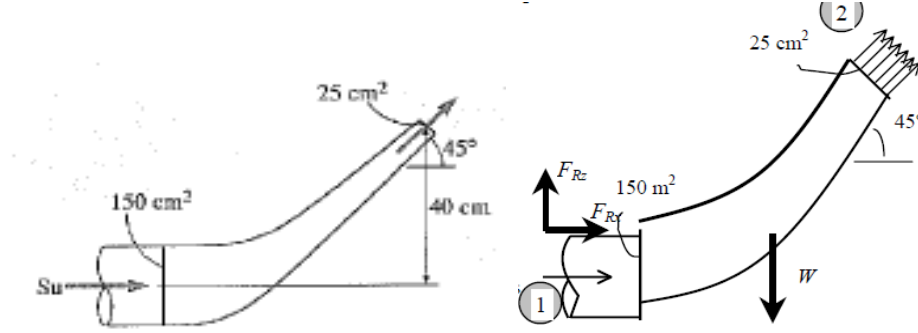


AKM 205 – BÖLÜM 6 - UYGULAMA SORU VE ÇÖZÜMLERİ

Doç.Dr. Ali Can Takinacı
Ar.Gör. Yük. Müh. Murat Özbulut

1. Bir püskürtücü dirsek, 30 kg/s debisindeki suyu yatay bir borudan $\theta=45^\circ$ açıyla yukarı doğru hızlandırarak saptırmak için kullanılmaktadır. Dirsek suyu atmosfere atmaktadır. Dirseğin girişteki en-kesiti 150 cm^2 , çıkıştaki ise 25 cm^2 'dir. Giriş ve çıkış kesitlerinin merkezleri arasındaki seviye farkı 40 cm 'dir. İçerisindeki su ile birlikte dirseğin kütlesi 50 kg 'dır. Dirseği yerinde tutabilmek için gerekli kuvvetleri belirleyiniz. Momentum akısı düzeltme faktörü 1.03 alınabilir.



Çözüm: Dirsek ve suyun toplam ağırlığı:

$$W = mg = (50 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 490.5 \text{ N} = 0.4905 \text{ kN}$$

Giriş ve çıkış noktaları arasında süreklilik denklemi yazılırsa:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m} = 30 \text{ kg/s.}$$

$$V_1 = \frac{\dot{m}}{\rho A_1} = \frac{30 \text{ kg/s}}{(1000 \text{ kg/m}^3)(0.0150 \text{ m}^2)} = 2.0 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{\dot{m}}{\rho A_2} = \frac{30 \text{ kg/s}}{(1000 \text{ kg/m}^3)(0.0025 \text{ m}^2)} = 12 \text{ m/s}$$

Giriş noktasını (1) referans olarak alıp Bernoulli denklemini $P_2=P_{\text{atm}}$ olarak yazalım:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow P_1 - P_2 = \rho g \left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + z_2 - z_1 \right) \rightarrow P_{\text{l.gage}} = \rho g \left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + z_2 \right)$$

$$P_{\text{l.gage}} = (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2) \left(\frac{(12 \text{ m/s})^2 - (2 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} + 0.4 \right) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 73.9 \text{ kN/m}^2 = 73.9 \text{ kPa}$$

Bir boyutlu momentum denklemi:

$$\sum \vec{F} = \sum_{\text{out}} \beta \dot{m} \vec{V} - \sum_{\text{in}} \beta \dot{m} \vec{V}$$

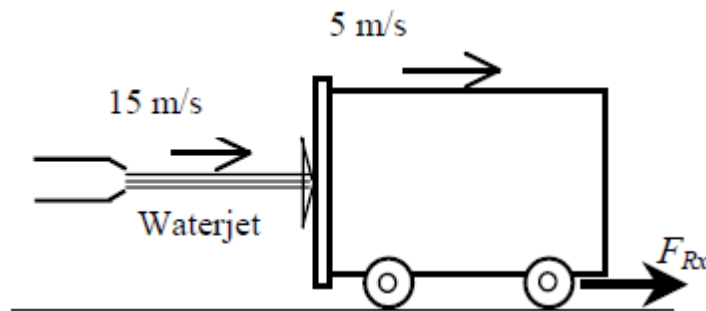
$$F_{Rx} + P_{1,\text{gage}} A_1 = \beta \dot{m} V_2 \cos \theta - \beta \dot{m} V_1 \quad \text{and} \quad F_{Rz} - W = \beta \dot{m} V_2 \sin \theta$$

$$\begin{aligned} F_{Rx} &= \beta \dot{m} (V_2 \cos \theta - V_1) - P_{1,\text{gage}} A_1 \\ &= 1.03(30 \text{ kg/s})[(12 \cos 45^\circ - 2) \text{ m/s}] \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \\ &\quad - (73.9 \text{ kN/m}^2)(0.0150 \text{ m}^2) \\ &= -0.908 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$F_{Rz} = \beta \dot{m} V_2 \sin \theta + W = 1.03(30 \text{ kg/s})(12 \sin 45^\circ \text{ m/s}) \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) + 0.4905 \text{ kN} = 0.753 \text{ kN}$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Rz}^2} = \sqrt{(-0.908)^2 + (0.753)^2} = 1.18 \text{ kN}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{F_{Rz}}{F_{Rx}} = \tan^{-1} \frac{0.753}{-0.908} = -39.7^\circ$$

2. Bir lüle ile hızı 15 m/s'ye çıkarılan su, 5 m/s sabit hızla kış yönünde yatay olarak hareket etmekte olan tekerlekli bir aracın düşey arka yüzeyine çarpmaktadır. Sait lüleden geçen suyun kütsel debisi 25 kg/s 'dir. Su akımı, çarpmadan sonra arka yüzey düzleminde etrafa dağılmaktadır. (a) Aracın ivmelenmemesi için frenleri tarafından oluşturtması gereken kuvvetleri belirleyiniz. (b) Bu kuvvet frenlerde boşu harcandıyıp güç üretmek için kullanılısaydı, üretilebilecek maksimum güç ne olurdu?



Çözüm: Düşey arka yüzeyi kontrol hacmi olarak alalım. Su ile kontrol hacmi arasındaki bağıl hız:

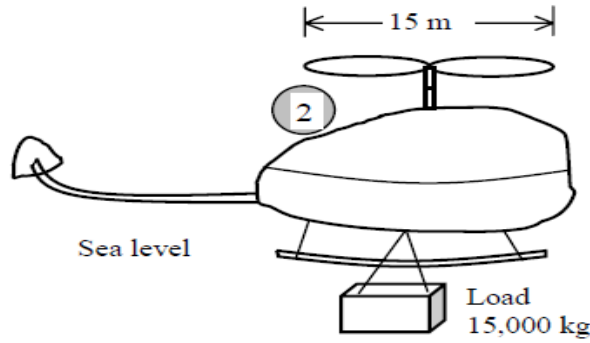
$$V_r = V_{\text{jet}} - V_{\text{cart}} = 15 - 10 = 10 \text{ m/s}$$

$$\sum \vec{F} = \sum_{\text{out}} \beta \dot{m} \vec{V} - \sum_{\text{in}} \beta \dot{m} \vec{V} \rightarrow F_{Rx} = -\dot{m}_i V_i \rightarrow F_{\text{brake}} = -\dot{m} V_r$$

$$F_{\text{brake}} = -\dot{m} V_r = -(25 \text{ kg/s})(+10 \text{ m/s}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = -250 \text{ N}$$

$$\dot{W} = F_{\text{brake}} V_{\text{cart}} = (250 \text{ N})(5 \text{ m/s}) \left(\frac{1 \text{ kW}}{1000 \text{ N} \cdot \text{m/s}} \right) = 1.25 \text{ kW}$$

3. Yüksüz halde kütlesi 10.000kg olan bir helikopter, deniz seviyesinden yüklü olarak havalanmaktadır. Kanatlar yüksüz halde 400 devir/dakika hızla dönmektedir. Helikopterin üzerindeki yatay kanatlar, dönme hızları ile orantılı olarak, 15 m çapındaki bir hava kütesinin ortalama bir hızla aşağıya doğru hareket etmesini sağlamaktadır. Helikoptere 15.000 kg yük yüklenmiş ve helikopter yavaşça havalanmıştır. (a) Yüksüz havalanırken helikopterin aşağıya doğru oluşturduğu hava akımının hacimsel debisi ile gerekli gücü (b) helikopter 15.000 kg yük ile havalanırken kanatları kaç devir/dakika hızla dönmesi gerektiğini ve gerekli gücü belirleyiniz. Atmosfer şartlarındaki havanın yoğunluğu 1.18 kg/m^3 alınabilir. Havanın kanatlara yukarıdan geniş bir alandan ve ihmal edilebilecek bir hızla yaklaştığını, yine kanat açıklığına eşit bir taban alanına sahip hayali bir silindirden uniform hızla kanatlar tarafından aşağıya doğru hareket ettirildiği kabul edilecektir.



Çözüm: Bir boyutlu momentum denklemini yazalım:

$$\sum \vec{F} = \sum_{\text{out}} \beta \dot{m} \vec{V} - \sum_{\text{in}} \beta \dot{m} \vec{V}$$

$$-W = \dot{m}(-V_2) - 0 \rightarrow W = \dot{m}V_2 = (\rho A V_2)V_2 = \rho A V_2^2 \rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{W}{\rho A}}$$

$$A = \pi D^2 / 4 = \pi (15 \text{ m})^2 / 4 = 176.7 \text{ m}^2$$

$$V_{2,\text{unloaded}} = \sqrt{\frac{m_{\text{unloaded}} g}{\rho A}} = \sqrt{\frac{(10,000 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)}{(1.18 \text{ kg/m}^3)(176.7 \text{ m}^2)}} = 21.7 \text{ m/s}$$

$$\dot{V}_{\text{unloaded}} = A V_{2,\text{unloaded}} = (176.7 \text{ m}^2)(21.7 \text{ m/s}) = \mathbf{3834 \text{ m}^3/\text{s}}$$

$$\dot{m}_{\text{unloaded}} = \rho \dot{V}_{\text{unloaded}} = (1.18 \text{ kg/m}^3)(3834 \text{ m}^3/\text{s}) = 4524 \text{ kg/s}$$

$P_1=P_2=P_{\text{atm}}$ ve $V_1=0$ alarak enerji denklemini yazalım:

$$\dot{m} \left(\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g z_1 \right) + \dot{W}_{\text{pump,u}} = \dot{m} \left(\frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + g z_2 \right) + \dot{W}_{\text{turbine}} + \dot{E}_{\text{mech,loss}} \rightarrow \dot{W}_{\text{fan,u}} = \dot{m} \frac{V_2^2}{2}$$

$$\dot{W}_{\text{unloaded fan,u}} = \left(\dot{m} \frac{V_2^2}{2} \right)_{\text{unloaded}} = (4524 \text{ kg/s}) \frac{(21.7 \text{ m/s})^2}{2} \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kN} \cdot \text{m/s}} \right) = \mathbf{1065 \text{ kW}}$$

(b) Aynı şeyleri yüklü durum için yaparsak:

$$V_{2,\text{loaded}} = \sqrt{\frac{m_{\text{loaded}} g}{\rho A}} = \sqrt{\frac{(25,000 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)}{(1.18 \text{ kg/m}^3)(176.7 \text{ m}^2)}} = 34.3 \text{ m/s}$$

$$\dot{m}_{\text{loaded}} = \rho \dot{V}_{\text{loaded}} = \rho A V_{2,\text{loaded}} = (1.18 \text{ kg/m}^3)(176.7 \text{ m}^2)(34.3 \text{ m/s}) = 7152 \text{ kg/s}$$

$$\dot{W}_{\text{loaded fan,u}} = \left(\dot{m} \frac{V_2^2}{2} \right)_{\text{loaded}} = (7152 \text{ kg/s}) \frac{(34.3 \text{ m/s})^2}{2} \left(\frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kN} \cdot \text{m/s}} \right) = \mathbf{4207 \text{ kW}}$$

Ortalama akış hızının, pervanenin dönme hızı ile orantılı olduğunu görüyoruz.

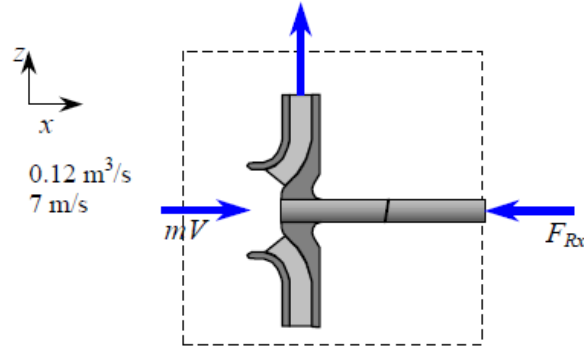
$$V_2 = k \dot{n} \rightarrow \frac{V_{2,\text{loaded}}}{V_{2,\text{unloaded}}} = \frac{\dot{n}_{\text{loaded}}}{\dot{n}_{\text{unloaded}}} \rightarrow \dot{n}_{\text{loaded}} = \frac{V_{2,\text{loaded}}}{V_{2,\text{unloaded}}} \dot{n}_{\text{unloaded}} = \frac{34.3}{21.7} (400 \text{ rpm}) = \mathbf{632 \text{ rpm}}$$

4. Su, bir merkezkaç pompaya atmosferik basınçta, $0.12 \text{ m}^3/\text{s}$ debiyle ve 7 m/s hızla eksenel doğrultuda girmekte, Şekilde gösterildiği gibi pompa gövdesi boyunca dik doğrultuda terk etmektedir. Mole eksenel doğrultuda etkiyen kuvveti (bu kuvvet aynı zamanda mili taşıyan yataklara uygulanan kuvvettir) belirleyiniz.

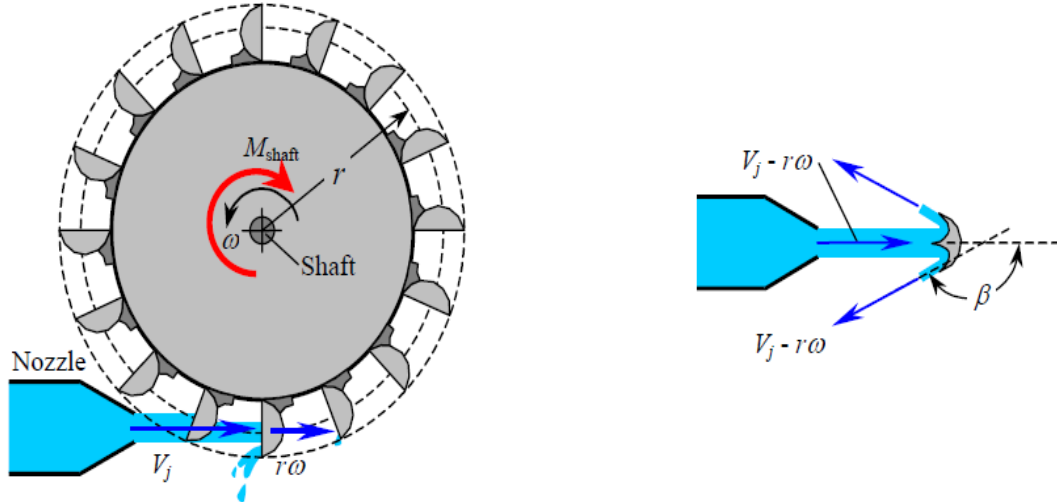
Çözüm: Pompayı kontrol hacmi olarak alalım ve akışın giriş noktasını pozitif x eksenini olarak belirleyelim:

$$\sum \vec{F} = \sum_{\text{out}} \beta \dot{m} \vec{V} - \sum_{\text{in}} \beta \dot{m} \vec{V} \rightarrow -F_{Rx} = -\dot{m} V_i \rightarrow F_{Rx} = \dot{m} V_i = \rho \dot{V} V_i$$

$$F_{\text{brake}} = (1000 \text{ kg/m}^3)(0.12 \text{ m}^3/\text{s})(7 \text{ m/s}) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = 840 \text{ N}$$



5. Pelton türbinleri hidroelektrik santrallerde elektrik üretmek için yaygın olarak kullanılır. Bu türbinlerde V_j yüksek hızına sahip bir jet kepçelere çarparak çarkı döndürmeye zorlar. Kepçeler jetin yönünü tersine çevirir ve jet geliş doğrultusu ile β açısı yaparak şekildeki gibi kepçeleri terk eder. Çark yarıçapı r olan ve sabit açısal hızı ile dönmekte olan Pelton türbininin üreteceği gücün, ρ yoğunluk ve $\dot{V}$ hacimsel debi olmak üzere; $W_{\text{mul}} = \rho \omega r \dot{V} (v_j - \omega r)(1 - \cos \beta)$ olduğunu gösteriniz.



Çözüm: Çarkın açısal hızı $\omega = 2\pi n$ ve kepçenin teğetsel hızı $V_{\text{kepçe}} = r\omega$. Buna göre su jetinin kepçeye göre bağıl hızı:

$$V_r = V_j - V_{\text{bucket}} = V_j - r\omega$$

Pelton türbininin içinde var olduğunu düşündüğümüz hayali disk kontrol hacmi olarak alırsak ve açısal momentum denklemini yazarsak:

$$\sum M = \sum_{\text{out}} r \dot{m} V - \sum_{\text{in}} r \dot{m} V$$

$$-M_{\text{shaft}} = \dot{m} V_r \cos \beta - \dot{m} V_r \quad \text{or} \quad M_{\text{shaft}} = \dot{m} V_r (1 - \cos \beta) = \dot{m} (V_j - r \omega) (1 - \cos \beta)$$

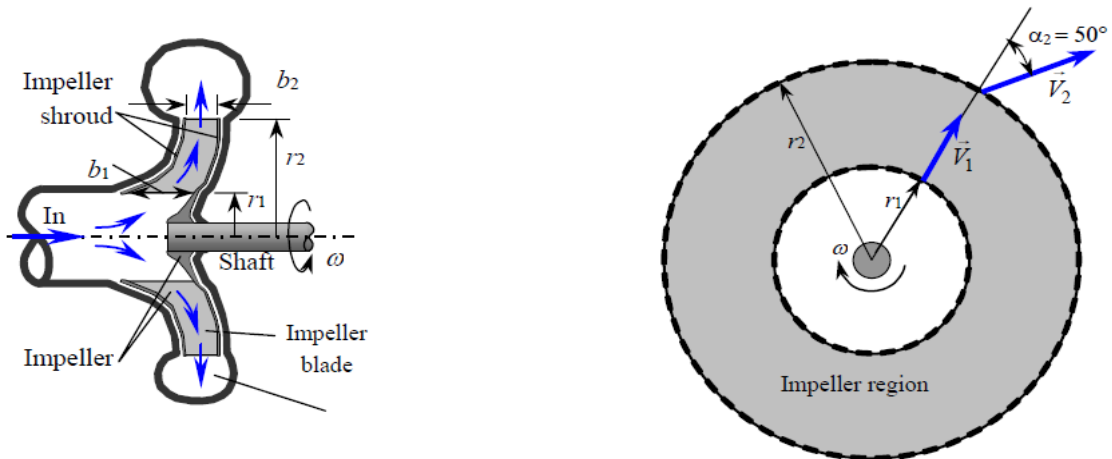
$$\dot{W}_{\text{shaft}} = 2\pi \dot{m} M_{\text{shaft}} = \omega M_{\text{shaft}} \quad \text{and} \quad \dot{m} = \rho \dot{V}$$

$$\dot{W}_{\text{shaft}} = \rho \dot{V} r \omega (V_j - r \omega) (1 - \cos \beta)$$

$$\dot{W}_{\text{shaft}} = (1000 \text{ kg/m}^3)(10 \text{ m}^3/\text{s})(2 \text{ m})(15.71 \text{ rad/s})(50 - 2 \times 15.71 \text{ m/s})(1 - \cos 160^\circ) \left(\frac{1 \text{ MW}}{10^6 \text{ N} \cdot \text{m/s}} \right) = 11.3 \text{ MW}$$

$$\text{where} \quad \omega = 2\pi \dot{n} = 2\pi (150 \text{ rev/min}) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right) = 15.71 \text{ rad/s}$$

6. Çarkının girişteki yarıçapı 20 cm ve kanat genişliği 8.2 cm, çıkıştaki yarıçapı 45 cm ve kanat genişliği 5.6 cm olan bir fanı göz önüne alınız. Fan 700 devir/dakika hızla dönerken $0.70 \text{ m}^3/\text{s}$ debi vermektedir. Havanın çarka radyal yön ile 50° açı yaparak çıktığını kabul ederek, çarkın minimum güç tüketimini belirleyiniz. Havanın yoğunluğu 1.25 kg/m^3 alınabilir.



Çözüm: Çark bölgesini kontrol hacmi olarak alalım. Giriş ve çıkıştaki normal hız bileşenleri:

$$V_{1,n} = \frac{\dot{V}}{2\pi r_1 b_1} = \frac{0.70 \text{ m}^3/\text{s}}{2\pi(0.20 \text{ m})(0.082 \text{ m})} = 6.793 \text{ m/s}$$

$$V_{2,n} = \frac{\dot{V}}{2\pi r_2 b_2} = \frac{0.70 \text{ m}^3/\text{s}}{2\pi(0.45 \text{ m})(0.056 \text{ m})} = 4.421 \text{ m/s}$$

Mutlak hızın teğetsel bileşenleri:

$$\alpha_1 = 0^\circ: \quad V_{1,t} = V_{1,n} \tan \alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = 60^\circ: \quad V_{2,t} = V_{2,n} \tan \alpha_1 = (4.421 \text{ m/s}) \tan 50^\circ = 5.269 \text{ m/s}$$

Fanın açısal hızı:

$$\omega = 2\pi\dot{n} = 2\pi(700 \text{ rev/min})\left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right) = 73.30 \text{ rad/s}$$

$$\dot{m} = \rho\dot{V} = (1.25 \text{ kg/m}^3)(0.7 \text{ m}^3/\text{s}) = 0.875 \text{ kg/s}$$

Kontrol hacmindeki normal hız bileşenleri, merkez hattı üzerinde oldukları için moment üzerinde bir etki yapmayacaklardır. Sadece teğetsel hız bileşenleri tork yaratacağı için:

$$T_{\text{shaft}} = \dot{m}(r_2 V_{2,t} - r_1 V_{1,t}) = (0.875 \text{ kg/s})[(0.45 \text{ m})(5.269 \text{ m/s}) - 0] \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}\right) = 2.075 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\dot{W} = \omega T_{\text{shaft}} = (73.30 \text{ rad/s})(2.075 \text{ N} \cdot \text{m}) \left(\frac{1 \text{ W}}{1 \text{ N} \cdot \text{m/s}}\right) = \mathbf{152 \text{ W}}$$