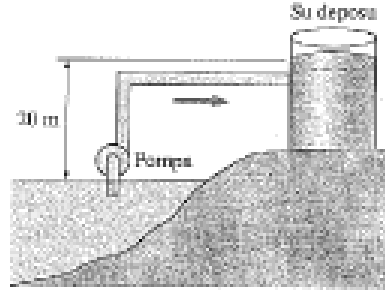


AKM 205 – BÖLÜM 5 - UYGULAMA SORU VE ÇÖZÜMLERİ

Doç.Dr. Ali Can Takinacı

Ar.Gör. Yük. Müh. Murat Özbulut

1. Bir gölden 20 m yukarıdaki bir su deposuna 70 L/s debi ile su basılırken 20.4 kW'lık elektriksel güç tüketiliyor. Borulardaki sürtünme kayıplarını ve kinetik enerjideki değişimi göz ardı ederek, (a) pompa-motor grubunun toplam verimini (b) pompanın giriş ve çıkışı arasındaki basınç farkını hesaplayınız.



Çözüm: Gölün serbest yüzeyini 1, tankın serbest su yüzeyini 2 ile gösterelim. Gölün serbest su yüzeyini referans noktası olarak alalım ($z_1=0$) Suyun kütleli debisi ve 2 noktasındaki potansiyel enerjisi:

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = (1000 \text{ kg/m}^3)(0.070 \text{ m}^3/\text{s}) = 70 \text{ kg/s}$$

$$pe_1 = gz_1 = (9.81 \text{ m/s}^2)(20 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kJ/kg}}{1000 \text{ m}^2/\text{s}^2} \right) = 0.196 \text{ kJ/kg}$$

Mekanik enerjideki toplam değişim:

$$\Delta \dot{E}_{\text{mech,fluid}} = \dot{m}(e_{\text{mech,out}} - e_{\text{mech,in}}) = \dot{m}(pe_2 - 0) = \dot{m}pe_2 = (70 \text{ kg/s})(0.196 \text{ kJ/kg}) = 13.7 \text{ kW}$$

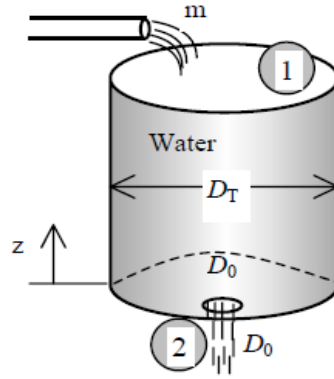
$$\eta_{\text{pump-motor}} = \frac{\Delta \dot{E}_{\text{mech,fluid}}}{\dot{W}_{\text{elect,in}}} = \frac{13.7 \text{ kW}}{20.4 \text{ kW}} = 0.672 \quad \text{or} \quad \mathbf{67.2\%}$$

(b) Suyun pompa yoluyla hareket ederken mekanik enerjisindeki değişimin sadece yükseklik farkından kaynaklandığı kabul edilip, 1-2 noktaları için Bernouilli denklemi yazılırsa:

$$\Delta \dot{E}_{\text{mech,fluid}} = \dot{m}(e_{\text{mech,out}} - e_{\text{mech,in}}) = \dot{m} \frac{P_2 - P_1}{\rho} = \dot{V} \Delta P$$

$$\Delta P = \frac{\Delta \dot{E}_{\text{mech,fluid}}}{\dot{V}} = \frac{13.7 \text{ kJ/s}}{0.070 \text{ m}^3/\text{s}} \left(\frac{1 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3}{1 \text{ kJ}} \right) = \mathbf{196 \text{ kPa}}$$

2. Su, D_r çapındaki bir tanka \dot{m}_{giren} kütleli debisi ile girmektedir. Tankın tabanında bulunan D_0 çapındaki bir delik suyun dışarı çıkmasını sağlamaktadır. Delik girişi yuvarlatılmıştır ve sürtünme kayıpları ihmal edilmektedir. Tank başlangıçta boş olduğuna göre (a) tank içinde suyun çıkacağı maksimum yüksekliği belirleyiniz ve (b) su seviyesi yüksekliği z için zamanın fonksiyonu olarak bir bağıntı yazınız.



Çözüm: 1 ve 2 noktaları arasında Bernouilli denklemini yazalım:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow z_1 = \frac{V_2^2}{2g} \rightarrow V_2 = \sqrt{2gz_1}$$

Delikten çıkan suyun kütle debisi:

$$\dot{m}_{out} = \rho \dot{V}_{out} = \rho A_{orifice} V_2 = \rho \frac{\pi D_0^2}{4} \sqrt{2gz} \rightarrow z = \frac{1}{2g} \left(\frac{4\dot{m}_{out}}{\rho \pi D_0^2} \right)^2$$

$$h_{max} = \frac{1}{2g} \left(\frac{4\dot{m}_{in}}{\rho \pi D_0^2} \right)^2$$

(b) Delikten çıkan su kütlesi ve tankta artan su seviyesi için aşağıdaki denklemler yazılabilir:

$$dm_{out} = \dot{m}_{out} dt = \rho \frac{\pi D_0^2}{4} \sqrt{2gz} dt$$

$$dm_{tank} = \rho A_{tank} dz = \rho \frac{\pi D_T^2}{4} dz$$

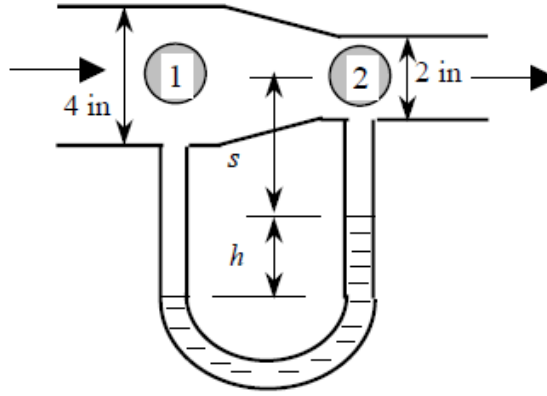
Tanka zamana göre giren toplam su kütlesi:

$$dm_{tank} = \dot{m}_{in} dt - \dot{m}_{out} dt \rightarrow \rho \frac{\pi D_T^2}{4} dz = \left(\dot{m}_{in} - \rho \frac{\pi D_0^2}{4} \sqrt{2gz} \right) dt$$

$$\frac{\frac{1}{4} \rho \pi D_T^2 dz}{\dot{m}_{in} - \frac{1}{4} \rho \pi D_0^2 \sqrt{2gz}} = dt \quad \rightarrow \quad \int_{z=0}^z \frac{\frac{1}{4} \rho \pi D_T^2 dz}{\dot{m}_{in} - \frac{1}{4} \rho \pi D_0^2 \sqrt{2gz}} = \int_{t=0}^t dt = t$$

$$\frac{\frac{1}{2} \rho \pi D_T^2}{\left(\frac{1}{4} \rho \pi D_0^2 \sqrt{2g}\right)^2} \left(\frac{1}{4} \rho \pi D_0^2 \sqrt{2gz} - \dot{m}_{in} \ln \frac{\dot{m}_{in} - \frac{1}{4} \rho \pi D_0^2 \sqrt{2gz}}{\dot{m}_{in}} \right) = t$$

3. Su yatay bir boru içerisinde 3.78 L/s debi ile akmaktadır. Boru düzgün bir redüksiyon ile birbirine bağlı, 100 mm ve 50 mm çaplarındaki iki farklı bölümden oluşmaktadır. İki bölüm arasındaki basınç farkı civalı bir manometre ile ölçülmektedir. Sürtünme etkilerini ihmal ederek, borunun iki bölümündeki civa seviyeleri arasındaki yükseklik farkını belirleyiniz.



Çözüm: 1 ve 2 noktaları için Bernoulli denklemini yazalım:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \quad \rightarrow \quad P_1 - P_2 = \frac{\rho_w (V_2^2 - V_1^2)}{2} \quad (1)$$

Basınç farkını aynı zamanda manometre üzerinde de yazalım:

$$P_1 + \rho_w g(s+h) = P_2 + \rho_w g s + \rho_{Hg} g h \quad \rightarrow \quad P_1 - P_2 = (\rho_{Hg} - \rho_w) g h \quad (2)$$

1 ve 2 denklemlerini birleştirirsek:

$$\frac{\rho_w (V_2^2 - V_1^2)}{2} = (\rho_{Hg} - \rho_w) g h \quad \rightarrow \quad h = \frac{\rho_w (V_2^2 - V_1^2)}{2g(\rho_{Hg} - \rho_w)} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g(\rho_{Hg} / \rho_w - 1)}$$

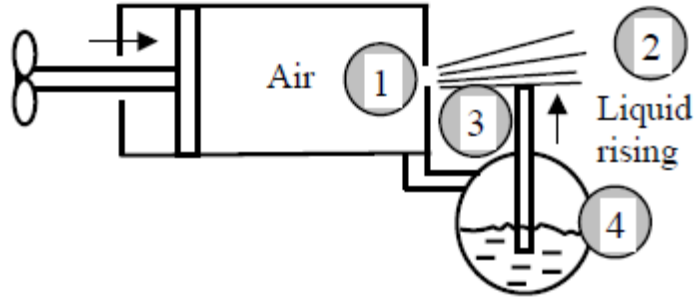
$$V_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = \frac{\dot{V}}{\pi D_1^2 / 4}$$

$$V_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2^2 / 4}$$

$$V_1=4.81 \text{ m/s}, \quad V_2=19.25 \text{ m/s}$$

$$h= 1.405\text{m}$$

4. Bir bisiklet pompası, boya veya böcek zehri sisi oluşturmak için; havayı küçük bir delikten yüksek hızda geçmeye zorlamak ve bir sıvı haznesi ile delik arasına kısa bir tüp yerleştirmek suretiyle, püskürtücü olarak kullanılabilir. Burada, yüksek hızlı hava jetinin düşük basıncı nedeniyle sıvı tüpten yukarı doğru çekilir. Böyle bir püskürtücüde, delik çapı 0.3 cm, tüpteki sıvı seviyesi ile delik arasındaki düşey mesafe 10 cm ve hava pompasının çapı ve stroku sırasıyla, 5 cm ve 20 cm'dir. Atmosfer koşulları 20°C ve 95 kPa olduğuna göre, püskürtme etkisini başlatabilmek için pistonun silindir içindeki minimum hareket hızını belirleyiniz. Sıvı haznesi atmosfere açıktır.



Çözüm: 1 noktası pompanın çıkışındaki delik, 2 noktası bu delikten yatay olarak yeterince uzak bir nokta, 3 noktası tüpün çıkış noktası ve 4 noktası tüpteki serbest su yüzeyi üzerinde alınırsa ($P_2=P_4=P_{atm}$ ve $P_1=P_3$ olur):

$$\text{Water (3-4): } \frac{P_3}{\rho g} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 = \frac{P_4}{\rho g} + \frac{V_4^2}{2g} + z_4 \rightarrow \frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_{atm}}{\rho g} + (-h) \rightarrow P_1 - P_{atm} = -\rho_{water} gh \quad (1)$$

$$\text{Air (1-2): } \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_{atm}}{\rho g} \rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2(P_{atm} - P_1)}{\rho_{air}}} \quad (2)$$

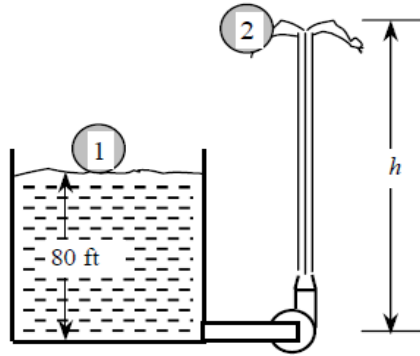
$$\rho_{air} = \frac{P}{RT} = \frac{95 \text{ kPa}}{(0.287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})(20 + 273 \text{ K})} = 1.13 \text{ kg/m}^3$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{2(P_{atm} - P_1)}{\rho_{air}}} = \sqrt{\frac{2\rho_{water}gh}{\rho_{air}}} = \sqrt{\frac{2(1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.1 \text{ m})}{1.13 \text{ kg/m}^3}} = 41.7 \text{ m/s}$$

$$\dot{V}_{piston} = \dot{V}_{hole} \rightarrow V_{piston}A_{piston} = V_{hole}A_{hole} \rightarrow V_{piston} = \frac{A_{hole}}{A_{piston}}V_{hole} = \frac{\pi D_{hole}^2/4}{\pi D_{piston}^2/4}V_1$$

$$V_{piston} = \left(\frac{D_{hole}}{D_{piston}}\right)^2 V_1 = \left(\frac{0.3 \text{ cm}}{5 \text{ cm}}\right)^2 (41.7 \text{ m/s}) = \mathbf{0.15 \text{ m/s}}$$

5. Bir tanktaki su seviyesi, zeminden 20 m yüksekliktedir. Tankın tabanına bir hortum bağlı olup hortumun ucunda takılı bulunan fiskiye'nin yönü yukarı doğru çevrilmiştir. Tank deniz seviyesindedir ve içindeki suyun yüzeyi atmosfere açıktır. Tank ile fiskiye arasında, su basıncını 68.94 kPa arttırmak üzere bir pompa yerleştirilmiştir. Su akımının çıkabileceği maksimum yüksekliği belirleyiniz.



Çözüm: 1 ve 2 noktaları için Bernoulli denklemini yazalım:

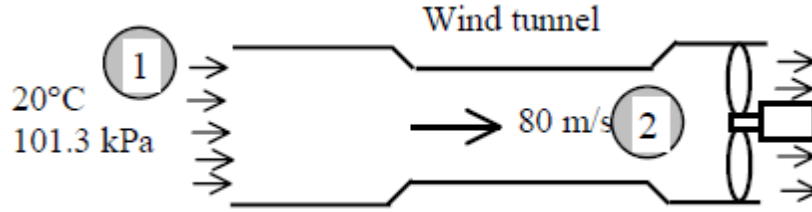
$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{pump,u} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{turbine,e} + h_L \rightarrow z_1 + h_{pump,u} = z_2$$

Pompanın su sütunu (head) :

$$h_{pump,u} = \frac{\Delta P_{pump}}{\rho g} \quad h_{pump} = 7.027 \text{ m}$$

$$z_2 = z_1 + h_{\text{pump, u}} = 27.027\text{m}$$

6. Bir rüzgar tünelinin çıkışına yerleştirilen büyük fan ile 20°C sıcaklığında ve 101.3 kPa basıncındaki atmosferik hava içeri çekiliyor. Tüneldeki hava hızı 80 m/s olduğuna göre tüneldeki basıncı hesaplayınız.



Çözüm: 1 ve 2 noktaları için Bernouilli denklemini yazalım:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow P_2 = P_1 - \frac{\rho V_2^2}{2} \quad (1)$$

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{101.3\text{ kPa}}{(0.287\text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})(293\text{ K})} = 1.205\text{ kg/m}^3$$

$$P_2 = (101.3\text{ kPa}) - (1.205\text{ kg/m}^3) \frac{(80\text{ m/s})^2}{2} \left(\frac{1\text{ N}}{1\text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1\text{ kPa}}{1000\text{ N/m}^2} \right) = 97.4\text{ kPa}$$