

AKM 204-BÖLÜM 5-UYGULAMA SORU VE ÇÖZÜMLERİ

1. Bir sigara içme salonu 40 sigara tiryakisine hizmet verecektir. Sigara içme salonu için minimum taze hava ihtiyacı kişi başına 30L/s olarak belirlenmiştir (ASHRAE, Standart 62, 1989). Buna göre salona verilmesi gereken minimum taze hava debisini ve hava hızının 8m/s'yi geçmesi istenmediğine göre, kanalın çapını belirleyiniz.

Kabuller:

1. Sigara içme salonuna sızan hava ihmal edilecektir.

Çözüm:

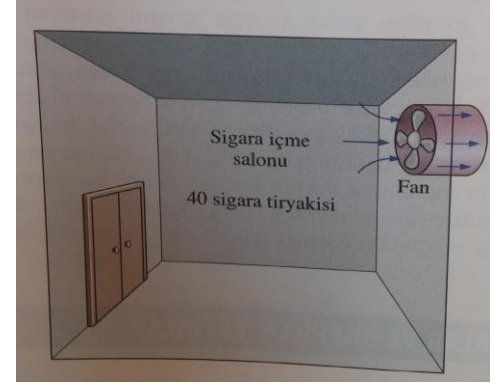
$$\dot{V} = \dot{V}_{\text{air per person}} \times \text{number of person}$$

$$= 30 \frac{\text{L}}{\text{s. person}} \times 40 \text{ persons} = 1200 \frac{\text{L}}{\text{s}} = 1.2 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$\dot{V} = VA = V(\pi D^2 / 4)$$

$$1.2(\text{m}^3 / \text{s}) = 8(\text{m} / \text{s})(\pi D^2 / 4)$$

$$D = 0.437 \text{ m}$$



2. 40°C sıcaklığındaki hava şekilde gösterilen boru içerisinde daimi olarak akmaktadır. $P_1=50$ kPa (etkin), $P_2=10$ kPa (etkin), $D=3d$, $P_{\text{atm}} \approx 100$ kPa, 2 kesitindeki hız $V_2= 30$ m/s olduğuna ve havanın sıcaklığı değişmediğine göre 1 kesitindeki ortalama hızı belirleyiniz.

Kabuller:

1. Boru içerisindeki akış daimidir.

Çözüm:

Kontrol hacmi içerisinde kütle korunumu ifadesi:

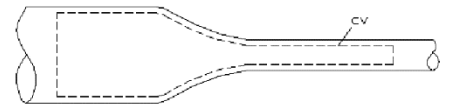
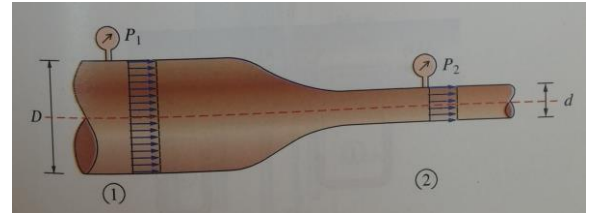
$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{KH} \rho dV + \int_{KY} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} \cdot dA = 0 \quad -\rho_1 V_1 A_1 + \rho_2 A_2 V_2 = 0$$

$$\bar{V}_1 = \frac{\rho_2 A_2 V_2}{\rho_1 A_1}$$

$$\rho = \frac{P_{\text{mutlak}}}{RT} \quad \rho_1 = \frac{P_{1\text{mutlak}}}{RT_1} \quad \rho_2 = \frac{P_{2\text{mutlak}}}{RT_2}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{P_{2\text{mutlak}}}{P_{1\text{mutlak}}} \quad \frac{A_2}{A_1} = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{\frac{\pi D^2}{4}} = \left(\frac{d}{D}\right)^2$$

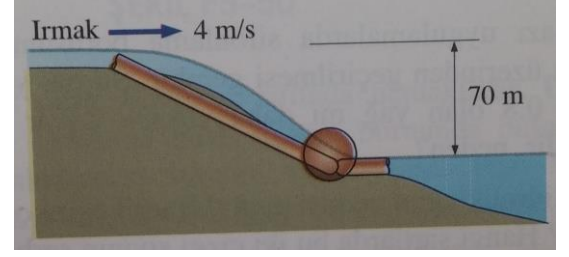
$$\bar{V}_1 = \frac{\rho_2 A_2 V_2}{\rho_1 A_1} \rightarrow \frac{10 + 100}{50 + 100} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times 30 = 2.44 \text{ m/s}$$



3. Bir göle, en yüksek noktası 70 m yukarıda olan bir ırmaktan 4 m/s ortalama hızla 500 m³/s debi ile su boşalmaktadır. Birim kütle başına ırmak suyunun toplam mekanik enerjisini ve bu rakımdaki tüm ırmağın elektrik üretim gücü potansiyelini belirleyiniz.

Kabuller:

1. Verilen yükseklik ırmağın serbest su yüzeyinden itibaren verilen yüksekliktir.
2. Verilen hız ortalama hızdır.
3. Türbin çıkışındaki suyun mekanik enerjisi ihmal edilmiştir.



Özellikler:

1. Suyun yoğunluğu $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

Çözüm:

Akış enerjisi ve potansiyel enerjinin toplamı verilen akışkan kütlesi için sabit alınarak ve tüm ırmağın yüksekliği serbest su yüzeyinden itibaren kabul edilerek ve akış enerjisi ihmal edilerek, birim kütle için toplam mekanik enerji şu şekilde ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} e_{mek} &= pe + ke = gh + \frac{V^2}{2} \\ &= \left((9.81 \text{ m/s}^2)(70 \text{ m}) + \frac{(4 \text{ m/s})^2}{2} \right) \left(\frac{1 \text{ kJ/kg}}{1000 \text{ m}^2/\text{s}^2} \right) \\ &= 0.695 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

$$e_{mek} = \frac{P}{\rho} + gh + \frac{V^2}{2}$$

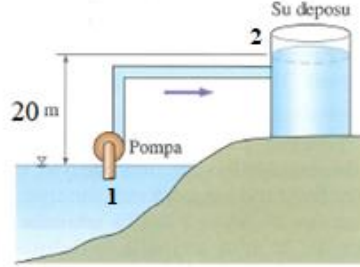
Burada P/ρ akış enerjisidir ve bu soruda ihmal edilmiştir.

ırmağın enerji üretme potansiyeli, toplam mekanik enerjinin kütleli debi ile çarpılmasıyla elde edilir:

$$\dot{m} = \rho \dot{v} = (1000 \text{ kg/m}^3)(500 \text{ m}^3/\text{s}) = 500000 \text{ kg/s}$$

$$\dot{W}_{\max} = E_{mek} = \dot{m} \cdot e_{mek} = (500000 \text{ kg/s})(0.695 \text{ kJ/kg}) = 347350 \text{ kW} = 347 \text{ MW}$$

4. Bir gölden 20 m yukarıdaki bir su deposuna 70 L/s debi ile su basılırken 20.4 kW'lık elektriksel güç tüketiliyor. Borulardaki sürtünme kayıplarını ve kinetik enerjideki değişimi göz ardı ederek, (a) pompa-motor grubunun toplam verimini (b) pompanın giriş ve çıkışı arasındaki basınç farkını hesaplayınız.



Çözüm: Gölün serbest yüzeyini 1, tankın serbest su yüzeyini 2 ile gösterelim. Gölün serbest su yüzeyini referans noktası olarak alalım ($z_1=0$) Suyun kütleli debisi ve 2 noktasındaki potansiyel enerjisi:

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = (1000 \text{ kg/m}^3)(0.070 \text{ m}^3/\text{s}) = 70 \text{ kg/s}$$

$$pe_1 = gz_1 = (9.81 \text{ m/s}^2)(20 \text{ m}) \left(\frac{1 \text{ kJ/kg}}{1000 \text{ m}^2/\text{s}^2} \right) = 0.196 \text{ kJ/kg}$$

Mekanik enerjideki toplam değişim:

$$\Delta \dot{E}_{\text{mech, fluid}} = \dot{m}(e_{\text{mech, out}} - e_{\text{mech, in}}) = \dot{m}(pe_2 - 0) = \dot{m}pe_2 = (70 \text{ kg/s})(0.196 \text{ kJ/kg}) = 13.7 \text{ kW}$$

$$\eta_{\text{pump-motor}} = \frac{\Delta \dot{E}_{\text{mech, fluid}}}{\dot{W}_{\text{elect, in}}} = \frac{13.7 \text{ kW}}{20.4 \text{ kW}} = 0.672 \quad \text{or} \quad \mathbf{67.2\%}$$

(b) Suyun pompa yoluyla hareket ederken mekanik enerjisindeki değişimin sadece yükseklik farkından kaynaklandığı kabul edilip, 1-2 noktaları için Bernouilli denklemi yazılırsa:

$$\Delta \dot{E}_{\text{mech, fluid}} = \dot{m}(e_{\text{mech, out}} - e_{\text{mech, in}}) = \dot{m} \frac{P_2 - P_1}{\rho} = \dot{V} \Delta P$$

$$\Delta P = \frac{\Delta \dot{E}_{\text{mech, fluid}}}{\dot{V}} = \frac{13.7 \text{ kJ/s}}{0.070 \text{ m}^3/\text{s}} \left(\frac{1 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3}{1 \text{ kJ}} \right) = \mathbf{196 \text{ kPa}}$$

5. Su, D_T çapındaki bir tanka $\dot{m}_{\text{giren}}$ kütleli debisi ile girmektedir. Tankın tabanında bulunan D_0 çapındaki bir delik suyun dışarı çıkmasını sağlamaktadır. Delik girişi yuvarlatılmıştır ve sürtünme kayıpları ihmal edilmektedir. Tank başlangıçta boş olduğuna göre (a) tank içinde suyun çıkacağı maksimum yüksekliği belirleyiniz ve (b) su seviyesi yüksekliği z için zamanın fonksiyonu olarak bir bağıntı yazınız.

Çözüm: 1 ve 2 noktaları arasında Bernoulli denklemini yazalım:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow z_1 = \frac{V_2^2}{2g} \rightarrow V_2 = \sqrt{2gz_1}$$

Delikten çıkan suyun kütle debisi:

$$\dot{m}_{\text{out}} = \rho \dot{V}_{\text{out}} = \rho A_{\text{orifice}} V_2 = \rho \frac{\pi D_0^2}{4} \sqrt{2gz} \rightarrow z = \frac{1}{2g} \left(\frac{4\dot{m}_{\text{out}}}{\rho \pi D_0^2} \right)^2$$

z yerine h_{max} ve $\dot{m}_{\text{out}}$ yerine $\dot{m}_{\text{in}}$ yazılırsa suyun tank içinde ulaşabileceği maksimum yükseklik denklemi bulunur:

$$h_{\text{max}} = \frac{1}{2g} \left(\frac{4\dot{m}_{\text{in}}}{\rho \pi D_0^2} \right)^2$$

(b) Delikten çıkan su kütlesi ve tankta artan su seviyesi için aşağıdaki denklemler yazılabilir:

$$dm_{\text{out}} = \dot{m}_{\text{out}} dt = \rho \frac{\pi D_0^2}{4} \sqrt{2gz} dt$$

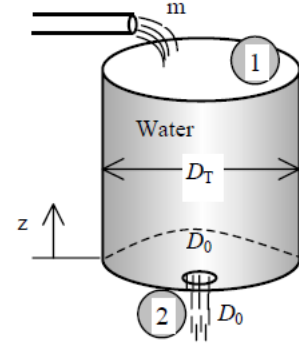
$$dm_{\text{tank}} = \rho A_{\text{tank}} dz = \rho \frac{\pi D_T^2}{4} dz$$

Tanka zamana göre giren toplam su kütlesi:

$$dm_{\text{tank}} = \dot{m}_{\text{in}} dt - \dot{m}_{\text{out}} dt \rightarrow \rho \frac{\pi D_T^2}{4} dz = \left(\dot{m}_{\text{in}} - \rho \frac{\pi D_0^2}{4} \sqrt{2gz} \right) dt$$

$$\frac{\frac{1}{4} \rho \pi D_T^2 dz}{\dot{m}_{\text{in}} - \frac{1}{4} \rho \pi D_0^2 \sqrt{2gz}} = dt \rightarrow \int_{z=0}^z \frac{\frac{1}{4} \rho \pi D_T^2 dz}{\dot{m}_{\text{in}} - \frac{1}{4} \rho \pi D_0^2 \sqrt{2gz}} = \int_{t=0}^t dt = t$$

$$\boxed{\frac{\frac{1}{2} \rho \pi D_T^2}{\left(\frac{1}{4} \rho \pi D_0^2 \sqrt{2gz} \right)^2} \left(\frac{1}{4} \rho \pi D_0^2 \sqrt{2gz} - \dot{m}_{\text{in}} \ln \frac{\dot{m}_{\text{in}} - \frac{1}{4} \rho \pi D_0^2 \sqrt{2gz}}{\dot{m}_{\text{in}}} \right) = t}$$



6. Su yatay bir boru içerisinde 9.08 L/s debi ile akmaktadır. Boru, düzgün bir redüksiyon ile birbirlerine bağlı 100 mm ve 50 mm çaplarındaki iki farklı bölümden oluşmaktadır. İki bölüm arasındaki basınç farkı civa bir manometre ile ölçülmektedir. Sürtünme etkilerini ihmal ederek, borunun iki bölümündeki civa seviyeleri arasındaki yükseklik farkını belirleyiniz.

Kabuller:

1. Boru içindeki akış daimi, sıkıştırılamaz ve dönümsüzdür (sürtünme etkileri ihmal edilmiştir). Bernoulli denklemi uygulanabilir.
2. Daralan bölümdeki kayıplar ihmal edilmiştir.

Özellikler:

$$\rho_{Hg} = 13560 \text{ kg/m}^3 \quad \rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

Çözüm:

Manometre tüpleri üstündeki 1 ve 2 noktaları, borunun merkez hattı üzerinde seçilmiştir ve $z_1 = z_2$ 'dir.

1-2 arasında Bernoulli denklemi yazılırsa:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow P_1 - P_2 = \frac{\rho_{H_2O}(V_2^2 - V_1^2)}{2} \quad (1)$$

Manometredeki civa seviyeleri farkı yazılırsa:

$$P_1 + \rho_{H_2O}g(s + h) = P_2 + \rho_{H_2O}gs + \rho_{Hg}gh \rightarrow P_1 - P_2 = (\rho_{Hg} - \rho_{H_2O})gh \quad (2)$$

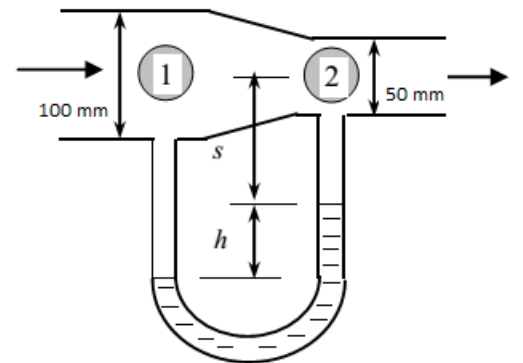
(1) ve (2) denklemleri birleştirilerek h değeri elde edilebilir:

$$\frac{\rho_{H_2O}(V_2^2 - V_1^2)}{2} = (\rho_{Hg} - \rho_{H_2O})gh \rightarrow h = \frac{\rho_{H_2O}(V_2^2 - V_1^2)}{2g(\rho_{Hg} - \rho_{H_2O})}$$

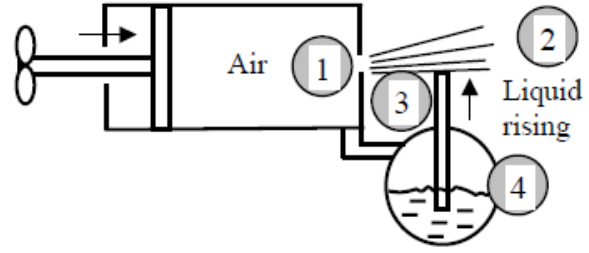
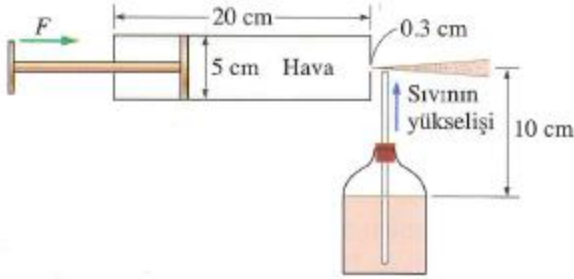
$$V_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = \frac{\dot{V}}{\pi D_1^2 / 4} = \frac{9.08 \text{ L/s}}{\pi (0.1 \text{ m})^2 / 4} \left(\frac{0.001 \text{ m}^3}{1 \text{ L}} \right) = 1.157 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2^2 / 4} = \frac{9.08 \text{ L/s}}{\pi (0.05 \text{ m})^2 / 4} \left(\frac{0.001 \text{ m}^3}{1 \text{ L}} \right) = 4.624 \text{ m/s}$$

$$h = \frac{1000 \text{ kg/m}^3 [(4.624 \text{ m/s})^2 - (1.157 \text{ m/s})^2]}{2 \times (9.81 \text{ m/s}^2) (13560 - 1000) \text{ kg/m}^3} = 0.081 \text{ m}$$



7. Bir bisiklet pompası, boya veya böcek zehri sisi oluşturmak için; havayı küçük bir delikten yüksek hızda geçmeye zorlamak ve bir sıvı haznesi ile delik arasına kısa bir tüp yerleştirmek suretiyle, püskürtücü olarak kullanılabilir. Burada, yüksek hızlı hava jetinin düşük basıncı nedeniyle sıvı tüpten yukarı doğru çekilir. Böyle bir püskürtücüde, delik çapı 0.3 cm, tüpteki sıvı seviyesi ile delik arasındaki düşey mesafe 10 cm ve hava pompasının çapı ve stroku sırasıyla, 5 cm ve 20 cm'dir. Atmosfer koşulları 20°C ve 95 kPa olduğuna göre, püskürtme etkisini başlatabilmek için pistonun silindir içindeki minimum hareket hızını belirleyiniz. Sıvı haznesi atmosfere açıktır.



Çözüm: 1 noktası pompanın çıkışındaki delik, 2 noktası bu delikten yatay olarak yeterince uzak bir nokta, 3 noktası tüpün çıkış noktası ve 4 noktası tüpteki serbest su yüzeyi üzerinde alınır (P₂=P₄=P_{atm} ve P₁=P₃ olur):

$$\text{Water (3-4): } \frac{P_3}{\rho g} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3 = \frac{P_4}{\rho g} + \frac{V_4^2}{2g} + z_4 \rightarrow \frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_{atm}}{\rho g} + (-h) \rightarrow P_1 - P_{atm} = -\rho_{water} gh \quad (1)$$

$$\text{Air (1-2): } \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_{atm}}{\rho g} \rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2(P_{atm} - P_1)}{\rho_{air}}} \quad (2)$$

$$\rho_{air} = \frac{P}{RT} = \frac{95 \text{ kPa}}{(0.287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})(20 + 273 \text{ K})} = 1.13 \text{ kg/m}^3$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{2(P_{atm} - P_1)}{\rho_{air}}} = \sqrt{\frac{2\rho_{water} gh}{\rho_{air}}} = \sqrt{\frac{2(1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.1 \text{ m})}{1.13 \text{ kg/m}^3}} = 41.7 \text{ m/s}$$

$$\dot{V}_{piston} = \dot{V}_{hole} \rightarrow V_{piston} A_{piston} = V_{hole} A_{hole} \rightarrow V_{piston} = \frac{A_{hole}}{A_{piston}} V_{hole} = \frac{\pi D_{hole}^2 / 4}{\pi D_{piston}^2 / 4} V_1$$

$$V_{piston} = \left(\frac{D_{hole}}{D_{piston}} \right)^2 V_1 = \left(\frac{0.3 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} \right)^2 (41.7 \text{ m/s}) = \mathbf{0.15 \text{ m/s}}$$

8. 20°C sıcaklığındaki su şekilde gösterildiği gibi bir depodan sifonlama yoluyla çekilmektedir. Şekilde d=10 cm ve D= 16 cm olduğuna göre,

a) Borulama sisteminde kavitasyon olmaksızın ulaşılabilir maksimum debiyi

b) Kavitasyon oluşmaması için 3 noktasının en fazla hangi yükseklikte olabileceğini belirleyiniz.

Kabuller:

1. Boru içindeki akış daimi, sıkıştırılamaz ve dönümsüzdür. Sürtünme etkileri ihmal edilmiştir. Bernoulli denklemi uygulanabilir.

Özellikler: $\rho_{su}=1000\text{kg/m}^3$

$T=20^\circ\text{C}$ 'de $P_v=2.338\times 10^3$ (Pa) (mutlak)

Çözüm:

1-4 arasında Bernoulli denklemi yazılırsa:

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_4}{\gamma} + \frac{V_4^2}{2g} + z_4$$

$$P_1 = P_4 = P_{atm} = 101325 \text{ Pa}$$

$$V_1 = 0 \text{ m/s}$$

$$z_1 = 5 \text{ m}$$

$$z_4 = 0 \text{ m}$$

$$V_4 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2 \times 9.81 \times 5} = 9.904 \text{ m/s}$$

$$\text{Süreklilikten dolayı: } A_d V_d = A_D V_D \rightarrow V_d = \left(\frac{A_D}{A_d} \right) V_D = \frac{D^2}{d^2} V_D$$

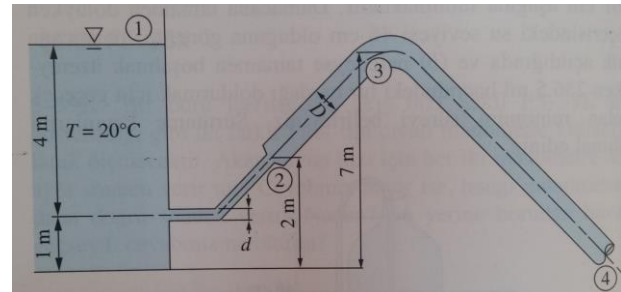
$$V_d = \left(\frac{16}{10} \right)^2 \times 9.904 = 25.35 \text{ m/s}$$

Bu hızların mümkün olup olmadığını görebilmek için Bernoulli denklemi 1-2 arasında da yazılarak hız değerleri kontrol edilmelidir:

$$\frac{P_{1min}}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_{2min}}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

$$\frac{101325}{1000 \times 9.81} + 0 + 5 = \frac{P_{2min}}{\gamma} + \frac{25.35^2}{2 \times 9.81} + 2$$

$$\frac{P_{2min}}{\gamma} = -14.461 \text{ m}$$



$\frac{P_{2\min}}{\gamma} < 0$ olduğundan dolayı $V_d = 25.35$ m/s olamaz. 1-2 arasında Bernoulli denklemini tekrar yazarsak:

$$\frac{101325}{1000 \times 9.81} + 0 + 5 = \frac{2.338 \cdot 10^3}{1000 \times 9.81} + \frac{V_{d\max}^2}{2 \times 9.81} + 2$$

$$V_{d\max} \approx 16 \text{ m/s}$$

Hızın 16 m/s'yi geçmemesi gerekir. Bu durumda borulama sisteminde kavitasyon olmaksızın ulaşılacak maksimum debi:

$$\dot{V} = A_d V_d = \pi \frac{0.1^2}{4} 16 = 0.125 \text{ m}^3/\text{s} \text{ 'dir.}$$

b) Kavitasyon oluşmaması için 3 noktasının minimum mutlak basıncı $P_{3\min} = 2.338 \times 10^3$ (Pa) olmalıdır.

$$\frac{P_{1\min}}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \text{sabit} \rightarrow \frac{P_3}{\gamma}, \frac{V_3^2}{2g} \text{ minimum olmalıdır.}$$

1-3 arasında Bernoulli denklemi yazılırsa:

$$\frac{P_{1\min}}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_{3\min}}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} + z_3$$

$$\frac{101325}{1000 \times 9.81} + 0 + 5 = \frac{2.338 \times 10^3}{1000 \times 9.81} + \frac{V_D^2}{2g} + z_{3\max}$$

$$A_d V_d = A_D V_D \rightarrow V_D = \frac{d^2}{D^2} V_d = \left(\frac{10}{16}\right)^2 16$$

$$V_D = 6.25 \text{ m/s}$$

Bu durumda

$$z_{3\max} = \frac{101325}{9810} + 5 - 0.238 - \frac{6.25^2}{19.62}$$

$$z_{3\max} \approx 13 \text{ m}$$

$$P_1 = P_{\text{atm}} \rightarrow \text{sabit}$$

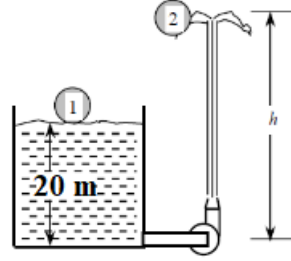
$$V_1 = 0 \rightarrow \text{durgun su}$$

$$\rho = \text{sabit}$$

$$g = \text{sabit}$$

$$z_1 = \text{sabit}$$

9. Bir tanktaki su seviyesi, zeminden 20 m yüksekliktedir. Tankın tabanına bir hortum bağlı olup hortumun ucunda takılı bulunan fiskiye'nin yönü yukarı doğru çevrilmiştir. Tank deniz seviyesindedir ve içindeki suyun yüzeyi atmosfere açıktır. Tank ile fiskiye arasına, su basıncını 68.94 kPa arttırmak üzere bir pompa yerleştirilmiştir. Su akımının çıkabileceği maksimum yüksekliği belirleyiniz.



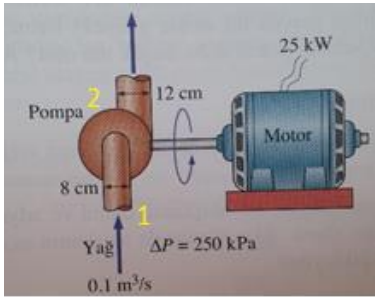
Çözüm: 1 ve 2 noktaları için Bernouilli denklemini yazalım:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{\text{pump, u}} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{\text{turbine, e}} + h_L \rightarrow z_1 + h_{\text{pump, u}} = z_2$$

Pompanın su sütunu (head):

$$h_{\text{pump, u}} = \frac{\Delta P_{\text{pump}}}{\rho g} \quad h_{\text{pump}} = 7.027 \text{ m} \quad z_2 = z_1 + h_{\text{pump, u}} = 27.027 \text{ m}$$

10. Bir yağ pompası 860 kg/m^3 yoğunluğundaki yağı $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ 'lik debi ile basarken 25 kW elektrik gücü çekmektedir. Pompanın giriş ve çıkış borularının çapları sırasıyla 8 cm ve 12 cm'dir. Pompada meydana gelen basınç artışı 250 kPa ve motor verimi %90 olduğuna göre, pompanın mekanik verimini belirleyiniz. Kinetik enerji düzeltme faktörünü (α) 1.05 alınız.



Kabuller:

1. Akış daimi ve sıkıştırılamazdır.
2. Pompa içindeki yükseklik farkları ihmal edilecektir.
3. Motordaki verimsizlik dışında diğer nedenlerden dolayı meydana gelen kayıplar ihmal edilebilir ($h_L=0.4$)

Özellikler:

Yağın yoğunluğu $\rho=860 \text{ kg/m}^3$

Çözüm:

Pompanın giriş ve çıkış noktaları sırasıyla 1 ve 2 noktaları olarak adlandırıldı. $z_1 = z_2$

Pompa için enerji denklemi:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{pompa} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{turbine} + h_L \rightarrow h_{pompa} = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + \frac{\alpha(V_2^2 - V_1^2)}{2g}$$

$$V_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = \frac{\dot{V}}{\pi D_1^2 / 4} = \frac{0.1 \text{ m}^3 / \text{s}}{\pi (0.08 \text{ m})^2 / 4} = 19.9 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2^2 / 4} = \frac{0.1 \text{ m}^3 / \text{s}}{\pi (0.12 \text{ m})^2 / 4} = 8.84 \text{ m/s}$$

$$h_{pompa} = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + \frac{\alpha(V_2^2 - V_1^2)}{2g} = \frac{250000 \text{ N/m}^2}{(860 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)} + \frac{1.05[(8.84 \text{ m/s})^2 - (19.9 \text{ m/s})^2]}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 12.6 \text{ m}$$

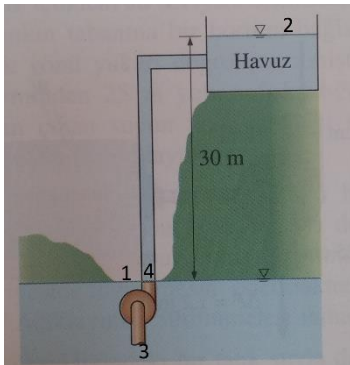
$$\dot{W}_{pompa} = \rho \dot{V} g h_{pompa} = (860 \text{ kg/m}^3)(0.1 \text{ m}^3 / \text{s})(9.81 \text{ m/s}^2)(12.6 \text{ m}) = 10.6 \text{ kW}$$

$$\eta_{pompa} = \frac{\dot{W}_{pompa}}{\dot{W}_{pompa,saft}} = \frac{10.6 \text{ kW}}{22.5 \text{ kW}} = 0.471 = \%47.1$$

11. Verimi %78 olan 5kW'lık bir dalgıç pompayla yer altı suyu 30 m yukarıdaki bir havuza basılmaktadır. Borunun emme tarafındaki çapı 7 cm, basma tarafındaki çapı ise 5 cm'dir. Buna göre

a) Suyun maksimum debisini,

b) Pompadaki basınç artışını belirleyiniz. Pompanın giriş ve çıkışı arasındaki yükseklik farkı ile kinetik enerji düzeltme faktörünün etkisi ihmal edilebilir.



Kabuller:

1. Akış daimi ve sıkıştırılamazdır.
2. Pompanın girişi ve çıkışı arasındaki yükseklik farkı ihmal edilmiştir.
3. Sürtünme etkileri ihmal edilmiştir, maksimum debi hesaplanacaktır. $E_{mek.kayıp, borulama} = 0$

4. Kinetik enerji düzeltme faktörleri etkileri ihmal edilebilir, $\alpha=1$.

Özellikler:

Suyun yoğunluğu $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

Çözüm:

$$\dot{W}_{pompa} = \eta_{pompa-motor} \dot{W}_{elektrik} = 0.78 \times (5 \text{ kW}) = 3.9 \text{ kW}$$

Yeraltı suyunun serbest su yüzeyi 1 noktası olarak, havuzun serbest su yüzeyi 2 noktası olarak alınmıştır. $z_1=0$, $z_2=30\text{m}$, $P_1=P_2=P_{atm}$

Hızlar ihmal edilebilir: $V_1 \approx V_2 \approx 0$

Daimi, sıkıştırılamaz akış için bir kontrol hacmi içerisindeki iki nokta arasındaki boruları ve pompayı içeren enerji denklemi:

$$\dot{m} \left(\frac{P_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right) + \dot{W}_{pompa} = \dot{m} \left(\frac{P_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right) + \dot{W}_{turbine} + \dot{E}_{mek,kayip}$$

Türbin olmadığı için $\dot{E}_{mek,kayip} = \dot{E}_{mekkayip,pompa} + \dot{E}_{mekkayip,borulama}$

$$\dot{W}_{pompa} = \dot{W}_{pompa} - \dot{E}_{mekkayip,pompa}$$

$$\dot{W}_{pompa} = \dot{m}gz_2$$

$$\dot{m} = \frac{\dot{W}_{pompa}}{gz_2} = \frac{3.9 \text{ kJ/s}}{(9.81 \text{ m/s}^2)(30 \text{ m})} \left(\frac{1000 \text{ m}^2/\text{s}^2}{1 \text{ kJ}} \right) = 13.25 \text{ kg/s}$$

$$\dot{v} = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{13.25 \text{ kg/s}}{1000 \text{ kg/m}^3} = 0.01325 \text{ m}^3/\text{s} \approx 0.0133 \text{ m}^3/\text{s}$$

b) $z_3=z_4$ (pompanın girişi 3 noktası, pompanın çıkışı 4 noktası olarak adlandırılmıştır.)

$$\dot{m} \left(\frac{P_3}{\rho} + \alpha_3 \frac{V_3^2}{2} + gz_3 \right) + \dot{W}_{pompa} = \dot{m} \left(\frac{P_4}{\rho} + \alpha_4 \frac{V_4^2}{2} + gz_4 \right) + \dot{W}_{turbine} + \dot{E}_{mek,kayip}$$

$$P_4 - P_3 = \frac{\rho \alpha (V_3^2 - V_4^2)}{2} + \frac{\dot{W}_{pompa}}{\dot{v}}$$

$$P_4 - P_3 = \frac{(1000 \text{ kg/m}^3) [(3.443 \text{ m/s})^2 - (6.748 \text{ m/s})^2]}{2} + \frac{3.9 \text{ kJ/s}}{0.01325 \text{ m}^3/\text{s}} = 277.5 \text{ kPa}$$

12. Bir deniz itfaiye botu, kıyı kesimlerdeki yangınlarla mücadele etmek amacıyla 1030 kg/m^3 yoğunluğundaki deniz suyunu 10 cm çapındaki borudan $0.04 \text{ m}^3/\text{s}$ debi ile çekip lüle çıkış çapı 5 cm olan bir hortum ile yangına müdahale etmektedir. Toplam tersinmez yük kaybı 3 m ve lüle deniz seviyesinden 3 m yüksekte bulunmaktadır. Pompa verimi %70 olduğuna göre, pompaya verilmesi gereken mil gücünü ve suyun püskürme hızını belirleyiniz.

Kabuller:

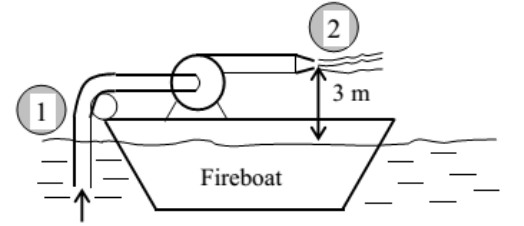
1. Akış daimi ve sıkıştırılamazdır.
2. Kinetik enerji düzeltme faktörü etkisi ihmal edilmiştir, $\alpha = 1$.

Özellikler:

Deniz suyunun yoğunluğu $\rho = 1030 \text{ kg/m}^3$

Çözüm:

$P_1 = P_2 = P_{\text{atm}}$, $V_1 \approx 0$ (1 noktası boru girişinde değil serbest su yüzeyindedir.)



1-2 arasında enerji denklemi yazılırsa:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{\text{pompa}} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{\text{turbine}} + h_L \rightarrow h_{\text{pompa}} = z_2 - z_1 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_L$$

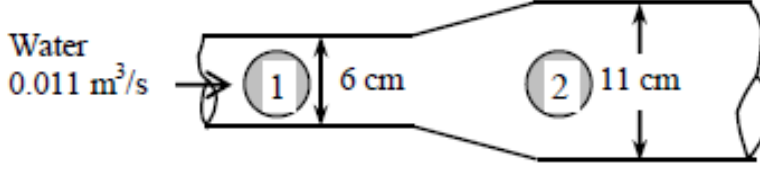
$$V_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2^2 / 4} = \frac{0.04 \text{ m}^3 / \text{s}}{\pi (0.05 \text{ m})^2 / 4} = 20.37 \text{ m/s} \approx 20.4 \text{ m/s}$$

$$h_{\text{pompa}} = z_2 - z_1 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_L = (3 \text{ m}) + (1) \frac{(20.37 \text{ m/s})^2}{2 \times (9.81 \text{ m/s}^2)} + (3 \text{ m}) = 27.15 \text{ m}$$

$$\dot{W}_{\text{pompa}} = \rho \dot{V} g h_{\text{pompa}} = (1030 \text{ kg/m}^3)(0.04 \text{ m}^3/\text{s})(9.81 \text{ m/s}^2)(27.15 \text{ m}) = 10973.27 \text{ W} \approx 11 \text{ kW}$$

$$\dot{W}_{\text{pompa,saft}} = \frac{\dot{W}_{\text{pompa}}}{\eta_{\text{pompa}}} = \frac{11 \text{ kW}}{0.70} = 15.71 \text{ kW}$$

13. Bir genişleme parçası ile çapı 6 cm'den 11 cm'ye çıkarılan yatay bir boru içerisinde 0.011 m³/s ile su geçmektedir. Genişleme kısmındaki yük kaybı 0.65 m, giriş ve çıkış kesitlerindeki kinetik enerji parçasındaki düzeltme faktörleri 1.05 olduğuna göre basınç değişimini hesaplayınız.



Kabuller:

- 1) Boru içindeki akış daimi ve sıkıştırılamazdır.
- 2) Boru yataydır.
- 3) Kinetik enerji düzeltme faktörleri $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha = 1.05$ olarak verilmiştir.

Özellikler: Su yoğunluğu $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

Çözüm: Genişleme kısmının giriş ve çıkış noktaları 1 ve 2 ile numaralanmıştır. Boru yatay olduğu için iki nokta arasında yükseklik farkı yoktur ($z_1 = z_2$). Enerji denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\frac{P_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_{\text{pump,u}} = \frac{P_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_{\text{turbine,e}} + h_L \rightarrow P_2 - P_1 = \rho \frac{\alpha(V_1^2 - V_2^2)}{2} - \rho g h_L$$

Giriş ve çıkış hızları hacimsel debi/en kesit alanı oranı kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$V_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = \frac{\dot{V}}{\pi D_1^2 / 4} = \frac{0.011 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi (0.06 \text{ m})^2 / 4} = 3.890 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2^2 / 4} = \frac{0.011 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi (0.11 \text{ m})^2 / 4} = 1.157 \text{ m/s}$$

Hız değerleri kullanılarak basınç farkı aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$P_2 - P_1 = (1000 \text{ kg/m}^3) \left(\frac{1.05[(3.890 \text{ m/s})^2 - (1.157 \text{ m/s})^2]}{2} - (9.81 \text{ m/s}^2)(0.65 \text{ m}) \right) \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kPa}}{1000 \text{ N/m}^2} \right) \\ = 0.865 \text{ kPa}$$

14. Hacmi 1.5 m^3 olan rijit bir tankta başlangıçta 20°C sıcaklıkta ve 150 kPa basınçta hava bulunmaktadır. Daha sonra bir kompresör yardımıyla tanka $0.05 \text{ m}^3/\text{s}$ sabit debi ile atmosfer havası basılmaktadır. Bu süreçte tank içerisindeki basınç ve yoğunluk $P/\rho^k = \text{sabit}$ olacak şekilde değiştiğine göre, (a) tank içerisindeki basıncın zamanla değişimini veren bir bağıntı geliştiriniz ve (b) tank içerisindeki mutlak basıncın üç katına çıkması için ne kadar süre geçeceğini hesaplayınız.

Çözüm: (a) Kontrol hacmi olan tank hacmi içerisine kütle korunumu denklemini uyguluyoruz. (**Bu sorunun** çözümünde hacimsel debi Q ile gösterilmiş.)

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho dV + \int_{CS} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA = 0, \text{ and } \forall \frac{d\rho}{dt} - \rho Q = 0$$

$$\int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho} = \frac{Q}{V} \int_0^t dt \quad \ln \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{Q}{V} t$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = e^{\frac{Q}{V} t} \quad (1)$$

Adyabatik akış göz önüne alındığında;

$$\frac{P}{\rho^k} = \frac{P_0}{\rho_0^k} \Rightarrow \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^k = \frac{P}{P_0}$$

Denklem 1'deki eşitlik kullanılırsa;

$$\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^k = e^{\frac{Q}{V} kt} = \frac{P}{P_0}$$

Aşağıdaki bağıntı elde edilir;

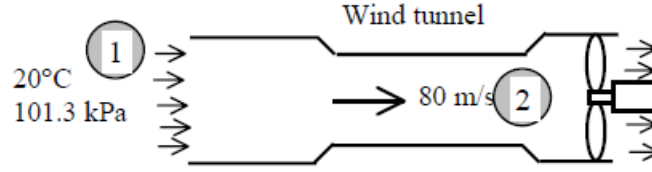
$$P = P_0 e^{\frac{Q}{V} kt}$$

(b) Tank içerisindeki mutlak basıncın üç katına çıkması durumunda ($P=3P_0$) çözüme aşağıdaki şekilde ulaşılır;

$$3P_0 = P_0 e^{\frac{Q}{V} kt}, \text{ or } \ln 3 = \frac{Q}{V} kt$$

$$t = \frac{V}{Q} \cdot \frac{\ln 3}{k} = \frac{1.5}{0.05} \cdot \frac{\ln 3}{1.4} = \mathbf{23.5 \text{ s}}$$

15. Bir rüzgar tünelinin çıkışına yerleştirilen büyük fan ile 20°C sıcaklığında ve 101.3 kPa basıncındaki atmosferik hava içeri çekiliyor. Tüneldeki hava hızı 80 m/s olduğuna göre tüneldeki basıncı hesaplayınız.



Çözüm: 1 ve 2 noktaları için Bernouilli denklemini yazalım:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \rightarrow P_2 = P_1 - \frac{\rho V_2^2}{2}$$

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{101.3 \text{ kPa}}{(0.287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})(293 \text{ K})} = 1.205 \text{ kg/m}^3$$

$$P_2 = (101.3 \text{ kPa}) - (1.205 \text{ kg/m}^3) \frac{(80 \text{ m/s})^2}{2} \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) \left(\frac{1 \text{ kPa}}{1000 \text{ N/m}^2} \right) = \mathbf{97.4 \text{ kPa}}$$