

PI Kontrolör ile Ölü Zamanlı Sistemlerin Dayanıklı Kontrolü

Mehmet Turan SÖYLEMEZ[†] Salman KURTULAN[†] Hüsamettin BAKİ[‡]

[†]İTÜ Elektrik Müh. Böl.
Kontrol ve Kumanda Sistemleri ABD
e-mail : soylemez@elk.itu.edu.tr, kurtulan@elk.itu.edu.tr

[‡]University of Leicester
Department of Engineering
Control and Instrumentation Research Group
Leicester, UK
e-mail : baki@le.ac.uk

Anahtar Kelimeler: PID Kontrol, Dayanıklı Kontrol

Özet

Bu çalışmada düşük dereceli kontrolör tasarımı yönündeki son gelişmelerden yola çıkarak ölü zamanlı sistemlerin orantı-integral (PI) kontrolörlerle dayanıklı kontrolü incelenmiştir. Çalışma Nyquist diagramı ile köklerin yer eğrisi arasındaki bağlantıyı kullanarak kapalı çevrimde kararlılığı sağlayan PI kontrolörlerinin tamamının bulunması ve daha sonra bu küme içinden dayanıklı kontrolörlerin seçilmesi esasına dayanmaktadır. Dayanıklı kontrolörler seçilirken duyarlık fonksiyonunun küçültülmesi, parametre değişikliklerine karşı dayanıklılık ve kontrol işaretinin küçük olması gibi kriterler göz önüne alınmıştır.

1 Giriş

Günümüzde pratik hayatta kullanılan kontrolörlerin büyük bir çoğunluğu orantı-integral-türev (PID) tipi kontrolörlerdir [1]. Literatürde bu tip kontrolör tasarımıyla ilgili pek çok kaynağa rastlamak mümkündür [2-6]. Ancak bu yöntemlerin büyük çoğunluğu belli bir başarımlı ölçütünü göz önünde bulundurarak verilen bir sistem için en iyi orantı-integral-türev katsayılarını bulmakla yetinirler. Halbuki bir kontrolör tasarımı sırasında genelde bir-biriyle çatışan pek çok kriter söz konusudur. Bu yüzden kontrolör tasarımı sırasında belli bir başarımlı ölçütünü en iyilemek genelde tasarım sırasında akla gelmeyen ve çoğunlukla uygulamaya yönelik bir takım kriterlerin iyiden uzaklaşması pahasına mümkün olur. Son yıllarda verilen bir sistemi kontrol edecek tek bir kontrolör yerine verilen kriterleri sağlayan tüm kontrolörler kümesinin bulunması yönünde bir takım çalışmalar olmuştur [7-14].

Bu yönde yapılan çalışmalarda Shafiei ve Shenton [7-9] verilen bir sistemi kararlı yapan ve aynı zamanda belirli kazanç ve evre paylarını garantileyen grafik bir yöntem ileri sürmüşlerdir. Öte yandan Ho ve ark. [15] genelleştirilmiş Hermite-Biehler teoremini [16] kullanarak verilen ölü zamanı olmayan doğrusal bir sistemi Hurwitz manasında kararlı yapan kazançları bulmak için cebrik bir yöntem geliştirmiş ve bu yöntemi 2 ve 3 boyutlara geneliyerek PI ve PID tipi kontrolör tasarımına yönelik çalışmalarda bulunmuşlardır [10, 11]. Bu konuda yapılan son çalışmalarda Munro ve Söylemez [12-14] Nyquist diagramı ile köklerin yer eğrisi arasındaki ilişkiyi kullanarak kapalı çevrimi kararlı yapan düşük dereceli kontrolör tasarımına yönelik yeni bir yöntem önermişlerdir. Genelliği ve getirdiği çeşitli işlemsel kolaylıklar yüzünden bu son yöntem gelecek vaad etmektedir.

Pek çok pratik sistemin doğasında bir saf zaman gecikmesi mevcuttur. Ölü zaman adı da verilen bu gecikme genellikle sistem girişi ile sistem çıkışlarının ölçülmesi arasındaki zaman farkından meydana gelir ve pek çok sistem için kararlılığı bozucu ve sistemin geçici hal karakteristiğini kötü yönde etkileyici bir özelliğe sahiptir [17]. Ölü zamanlı sistemlerde orantı-integral-türev (PID) tipi kontrolörlerin türev (D) bileşeni genellikle kontrolü kötü yönde etkilediğinden sıfır alınır; yani pratik uygulamalarda ölü zamanlı sistemlerin kontrolünde orantı-integral (PI) tipi kontrolörler kullanılmaktadırlar. Pratikte bu tip uygulamalarda kontrolör katsayıları ya el yordamıyla ayarlanmakta ya da Ziegler-Nichols yöntemi gibi bir tablo yöntemi uygulanması sonucu elde edilmektedirler. Ancak, sonuçta kullanılan kontrolörün ne kadar dayanıklı olduğu sorusu genelde ihmal edilmektedir.

Bu çalışmamızda Munro ve Söylemez [12, 13]

tarafından yapılan çalışmalardan hareket ederek ölü zamanlı sistemlerin PI kontrolörlerle dayanıklı kontrolü problemi üzerine eğileceğiz. Bu amaçla öncelikle verilen bir sistemin kapalı çevrim kararlılığını garantileyen kazanç kümesinin bulunması 2. Ayrıttta inceleneyecektir. 3. Ayrıttta bu konuda verilen teori PI kontrolörler için genelleştirilecek ve kararlılığı garantileyen kontrolörler içinden dayanıklı olanların nasıl bulunacağı gösterilecektir. Ölü zamanlı bir ısıl süreç örnek olarak 4. Ayrıttta incelenerek verilen yöntemin bu sisteme nasıl uygulanabileceği gösterilecektir. Sonuçlar 5. Ayrıttta özetlenmiştir.

2 Zaman Gecikmeli Sistemlerde Orantı (P) Kontrolü ile Kararlılığın Garanti Edilmesi

Ölü zamanı L ile verilen şu sistemi ele alalım.

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} e^{-Ls} \quad (1)$$

Burada $N(s)$ ve $D(s)$ sistem transfer fonksiyonunun sırasıyla pay ve payda polinomları olup şu şekilde verilmişlerdir.

$$N(s) \triangleq a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0 \quad (2)$$

$$D(s) \triangleq s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0 \quad (3)$$

Notasyonun kolaylığı açısından $m < n$ olduğunu ve $D(s)$ 'nin sanal eksen üzerinde kökü olmadığını varsayalım¹.

Verilen bir kazanç için kapalı çevrimin sağ yarı düzlemde bulunan kutup sayısını belirlemek için $G(s)$ 'nin Nyquist diagramından yani $G(j\omega)$ 'nin $(-\infty < \omega < \infty)$ kompleks düzlemde aldığı değerlerden yararlanacağız. Nyquist diagramının gerçel eksenini kestiği noktaları soldan sağa doğru x_1, x_2, \dots, x_q ile gösterelim (yani $x_i < x_{i+1}$). $x_0 \triangleq -\infty$ ve $x_{q+1} \triangleq \infty$ olarak tanımlanırsa Nyquist diagramının gerçel eksenini $q + 1$ aralığa böldüğü görülür. Bu aralıkları $\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2, \dots, \mathcal{I}_{q+1}$ şeklinde isimlendirelim (yani $\mathcal{I}_i \triangleq (x_{i-1}, x_i)$). Nyquist diagramının gerçel eksenini x_i noktasında kestiği frekans kümesini $\mathcal{W}_i = \{\omega_{i,1}, \omega_{i,2}, \dots, \omega_{i,p_i}\}$ ile gösterelim. Bu frekanslardan herbir $\omega_{i,j}$ için eğer Nyquist diagramı alt yarı düzlemde üst yarı düzleme geçiyorsa geçiş yönü pozitiftir denir ve $d_{i,j} = 1$ ile gösterilir, aksi takdirde geçiş yönü negatiftir ve $d_{i,j} = -1$ ile gösterilir. Bu durumda bir x_i noktasındaki net positif geçişlerin sayısı

$$r_i \triangleq \sum_{j=1}^{p_i} d_{i,j} \quad (4)$$

ile verilir. Bu tanımlara dayanılarak aşağıdaki teorem verilebilir.

¹Eğer $D(s)$ 'nin sanal eksen üzerinde kökü varsa ilgilenilen Nyquist konturu klasik teoride olduğu gibi bu kökleri sonsuz derecede küçük yarım dairelerle atlıyacak şekilde düzenlenir.

Teorem 2.1 (1) eşitliği ile verilen bir $G(s)$ sistemi için $G(j\omega)$ 'nin sanal kısmını sıfır yapan bir $\omega_{i,j}^*$ frekansı (yani $x_i = G(j\omega_{i,j}^*) \in \mathcal{R}$) ancak ve ancak kapalı çevrim sistemin en az bir kutbunu sanal eksen üzerine getiren bir $k^* = \frac{-1}{x_i}$ gerçel kazancın var olmasıyla mümkündür. Dahası bu kazancın k^* civarında artmasıyla sağ yarı düzleme geçen kutupların net sayısı r_i ile verilir.

Bu teoremin daha genel bir versiyonunun ispatı [13]'de verildiği için burada tekrarlanmayacaktır. Teorem 2.1 $k = \frac{-1}{x_i}$ kazancı için kapalı çevrim sistemin sanal eksen üzerinde p_i adet kutbu olduğunu ve kazanç $\frac{-1}{x_{i-1}} < k < \frac{-1}{x_i}$ değerleri arasındayken kapalı çevrimin sağ yarı düzlemdeki kutup sayısının sabit kaldığını da ima etmektedir. Şu halde parametre düzleminde $\mathcal{K}_i = \{k : \frac{-1}{x_{i-1}} < k < \frac{-1}{x_i}\}$ olacak şekilde $\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2, \dots, \mathcal{K}_{q+1}$ aralıklarını tanımlayacak olursak, her bir \mathcal{K}_i aralığı için sağ yarı düzlemdeki kapalı çevrim sistem kutuplarının sayısı, u_i , şu formül yardımıyla bulunabilir [13].

$$u_i = u_o + \sum_{t=0}^{i-1} r_t \quad (5)$$

Burada u_o açık çevrim sistemin sağ yarı düzlemde bulunan kutup sayısını ifade etmektedir. (5) eşitliği göstermektedir ki sağ yarı düzlemdeki açık çevrim kutuplarının sayısı ve $G(j\omega)$ 'nin gerçel eksenini kestiği noktalar ve bu noktalardaki geçiş yönleri bilindiği takdirde kararlılığı sağlayan kazanç aralıkları kolaylıkla hesaplanabilir. Yani orantı (P) kontrol ile kararlılık problemi şu denklemin çözülmesine indirgenmiştir.

$$\text{Im}(G(j\omega)) = 0 \quad (6)$$

O halde kararlılığı sağlayan aralıkların bulunması için şöyle bir algoritma önerilebilir:

Algoritma 2.1

- (6) eşitliğini sağlayan $\omega_1^*, \omega_2^*, \dots, \omega_\eta^*$ frekanslarını bul.
- $x_i = G(j\omega_i^*)$ noktalarını hesapla.
- x_i noktalarını $x_i > x_{i-1}$ olacak şekilde ve karşı düşen frekansları da $\omega_{i,1}^*, \omega_{i,2}^*, \dots, \omega_{i,p_i}^*$ şeklinde yeniden etiketlendir.
- Nümerik ya da cebrik yöntemler kullanarak her bir $\omega_{i,j}^*$ için geçiş yönünü ($d_{i,j}$) bul.
- $r_i = \sum_{j=1}^{p_i} d_{i,j}$ değerlerini hesapla.
- \mathcal{I}_i ve \mathcal{K}_i aralıklarına karşı düşen sağ yarı düzlem kutup sayılarını (u_i) (5) eşitliğinden hesapla.
- Eğer varsa $u_i = 0$ olan \mathcal{K}_i aralıklarını kararlılığı sağlayan aralıklar olarak geri gönder. Böyle bir aralık yoksa bu sistem orantı kontrolü ile kararlı hale getirilemez.

Zaman gecikmesi olmayan sistemlerde $\text{Im}(G(j\omega))$ 'nın köklerini bulmak bir polinom köklerini bulma problemine eşdeğer olacaktır ve bu özel durum için çeşitli cebrik yöntemler mevcuttur [13, 14]. Fakat ölü zamanlı sistemlerde $\text{Im}(G(j\omega)) = 0$ eşitliğinin sonsuz adet kökü olup bunları cebrik yöntemlerle bulmak genelde mümkün değildir. Neyse ki $\lim_{\omega \rightarrow \infty} G(j\omega) = 0$ olduğundan bu köklerin çoğunluğu sıfır civarındaki küçük bir aralıkta olup ihmal edilebilirler. Aslında pratik sistemlerle olan deneyimlerimizden biliyoruz ki $G(j\omega)$ 'yı sabit bir üst frekansa ($\omega_{üst}$) kadar hesaplamak Nyquist diagramının tüm özelliklerini görmek için yeterli olacaktır. Haliyle verilen bir ($\omega_{alt}, \omega_{üst}$) frekans aralığında çeşitli noktalarda² $G(j\omega)$ 'nın aldığı değerler hesaplanarak, $\text{Im}(G(j\omega))$ 'daki işaret değişiklikleri saptanır ve böylece ω_i^* geçiş frekansları alttan ve üstten $\omega_i^{*-} \leq \omega_i^* \leq \omega_i^{*+}$ şeklinde sınırlanır. Daha sonra ikiye bölme (bisection) yöntemi kullanılarak ω_i^* değerlerine istenilen hasasiyetle yaklaşılabılır. $\omega_{üst}$ değerinden daha büyük frekanslarda Nyquist diagramı sıfır etrafında spiraller yaparak küçülecek ve her bir pozitif için bir negatif geçiş söz konusu olacaktır. Yalnız $\omega = \infty$ limit hali özel olarak incelenmelidir. Bu hal için Nyquist diagramının orjini hangi yönden geçtiği limit hesapları ile bulunabileceği gibi Nyquist diagramının kapalı ve sürekli bir eğri olduğu göz önünde bulundurularak bu geçişin son kaydolan geçişin tersi yönde ve tüm kaydolan geçişlerin net toplamını sıfır yapacak şekilde olması gerektiği hesaba katılarak da bulunabilir.

Dikkat çekilmesi gereken bir diğer nokta da yukarıda bahsedilen işlemler yapılırken sadece negatif olmayan frekanslar için ($\omega \geq 0$) Nyquist diagramı belirlenerek, r_i hesaplanırken sıfır ve sonsuz dışındaki frekanslar için olan geçişlerde aynı yönde bir de negatif sanal yarı düzlem için geçiş olacağından $d_{i,j}$ katsayıları iki ile çarpılarak işlemler hızlandırılabilir.

Örnek 2.1 Ölü zamanı 5 saniye olan şu sistemi göz önüne alalım.

$$G(s) = \frac{e^{-5s}}{(s+1)(s+15)} \quad (7)$$

Yukarıdaki tartışmalarımızdan yola çıkarak 0.01 ile 4 arasında logaritmik bir şekilde dağılmış 100 nokta alıp bu noktalarda $G(j\omega)$ 'nın aldığı değerleri hesaplayalım. Bu değerlerden görülecektir ki $\omega = 0$ ve $\omega \rightarrow \infty$ özel durumları da hesaba katıldığında $G(j\omega)$ sekiz frekans değeri için gerçel ekseni kesmektedir. Bu frekansları ve bunlara karşı düşen x_i noktalarını yukarıda belirtilen şekilde etiketlendirecek olursak geçiş yönleri ($d_{i,j}$) ve net geçiş sayıları (r_i) Tablo 1'de verilen şekilde hesaplanır.

²($\omega_{alt}, \omega_{üst}$) frekans bölgesinde seçilen noktaların logaritmik bir şekilde bu aralıkta dağılımı hesapları daha verimli olacaktır.

i	$j \omega_{i,1}^*$	$x_i = G(j \omega_{i,1}^*)$	$d_{i,1}$	r_i
1	0.5247 j	-0.059	1	2
2	1.65735 j	-0.03423	1	2
3	2.85714 j	-0.02163	1	2
4	∞	0	1	1
5	3.46654 j	0.018	-1	-2
6	2.25286 j	0.02674	-1	-2
7	1.07774 j	0.04522	-1	-2
8	0	0.06667	-1	-1

Tablo 1: Örnek 2.1 için r_i katsayılarının hesaplanması.

i	\mathcal{I}_i		\mathcal{K}_i		u_i
	x_{i-1}	x_i	$\frac{-1}{x_{i-1}}$	$\frac{-1}{x_i}$	
1	$-\infty$	-0.059	0	16.95	0
2	-0.059	-0.034	16.95	29.212	2
3	-0.034	-0.022	29.212	46.223	4
4	-0.022	0	46.223	∞	6
5	0	0.018	$-\infty$	-55.544	7
6	0.018	0.027	-55.544	-37.387	5
7	0.027	0.045	-37.387	-22.110	3
8	0.045	0.067	-22.110	-15	1
9	0.067	∞	-15	0	0

Tablo 2: u_i katsayılarının hesaplanması.

Şimdi $u_0 = r_0 = 0$ olduğunu da göz önüne alarak \mathcal{I}_i ve \mathcal{K}_i aralıkları oluşturularak (5) eşitliği uyarınca bu aralıklara karşı düşen sağ yarı düzlem kutup sayıları (u_i) Tablo 2'deki gibi hesaplanabilir. Tablo 2 incelendiğinde kapalı çevrimin sadece kazancın $-15 < k < 16.95$ eşitsizliğini sağlaması halinde kararlı olacağı görülür.

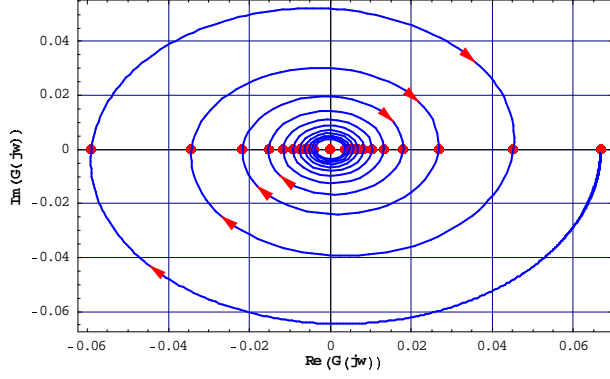
Dikkati çekebilecek bir nokta Tablo 2'de \mathcal{K}_4 ve \mathcal{K}_5 aralıkları için u_i katsayılarının sırasıyla 6 ve 7 olarak verilmiş olmasıdır. Bunun nedeni nümerik hesaplamalarda üst frekansın 4 ile sınırlı tutulmuş olması olup gerçekte Şekil 1'den de görülebileceği üzere bu aralıklar için bu katsayıların değerleri ölü zamanın etkileri sebebiyle belirsizdir. Aslında bu şekilden görüleceği üzere orjinin sol tarafındaki küçük bir aralıkta sonsuz adet pozitif geçiş ve benzer şekilde orjinin sağ tarafındaki küçük bir aralıkta da sonsuz adet negatif geçiş mevcuttur. Ancak, her bir pozitif geçiş için bir negatif geçiş bulunduğundan Algoritma 2.1'in sonuçları bundan etkilenmemektedir.

3 Ölü Zamanlı Sistemlerin Orantı-İntegral (PI) Kontrolör ile Dayanıklı Kontrolü

Bir orantı-integral (PI) kontrolörünün transfer fonksiyonu şu şekilde verilebilir:

$$F(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (8)$$

Sabit bir (K_p, K_i) çifti ($K_p = K_p^*, K_i = K_i^*$) pa-



Şekil 1: Örnek 2.1 için Nyquist Diagramı

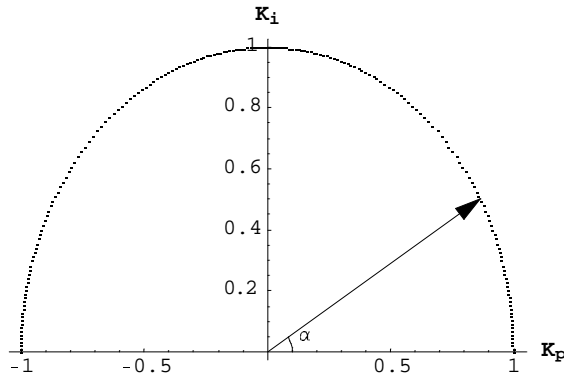
parametre düzleminde bir noktayı temsil etmektedir. Aynı nokta $K_p = k \cos(\alpha)$ ve $K_i = k \sin(\alpha)$ ($0 \leq \alpha < 180$) yazılarak (k, α) çiftiyle de gösterilebilir. Bu durumda kontrolör ve sistemden oluşan ileri yön transfer fonksiyonu şu şekilde verilebilir:

$$G_{fp}(s) = G(s)F(s) = kH(s, \alpha) \quad (9)$$

Burada

$$H(s, \alpha) \triangleq G(s) \left(\cos(\alpha) + \frac{\sin(\alpha)}{s} \right) \quad (10)$$

şeklinde tanımlanmıştır. (9) eşitliğine bakıldığında verilen bir α değeri için kararlılık probleminin bir önceki bölümde incelenen sabit kazanç ile kararlılığın sağlanması problemine dönüştüğü görülür. Öyleyse α açısı 0 ile 180 dereceler arasında değiştirilerek (Şekil 2) her bir α değeri için $H(s, \alpha)$ 'yı kararlı yapan k değerlerinin bulunması ile verilen sistemi kararlı kılan tüm (K_p, K_i) çiftleri bulunabilir.



Şekil 2: α açısı 0 ile 180° arasında değiştirilerek (K_p, K_i) vektörünün üst yarı düzlemi taraması sağlanır.

Tasarlanan kontrolörün dayanıklı olması için kapalı çevrim sistemin kararlı olması genelde yeterli değildir: Kontrolörün aynı zamanda belirli dayanıklılık fonksiyonlarını küçük tutması da bekle-

nir. Bu dayanıklılık fonksiyonlarının ne olacağı uygulamadan uygulamaya değişmekle birlikte kapalı çevrimin gürültülerden en az etkilenmesi için $S(s) = (1 + G_{fp}(s))^{-1}$ olarak tanımlanan duyarlık fonksiyonunun (en azından) belirli frekanslarda küçük tutulması ve parametre değişikliklerine karşı dayanıklılık ve kontrol işaretinin fazla büyümemesi için de $F(s)S(s)$ 'nin küçük tutulması genelde istenen özelliklerdir [18].

Bu tartışmalardan yola çıkarak kapalı çevrimi kararlı yapan bir $F(s)$ kontrolörü için dayanıklılık fonksiyonu şu şekilde tanımlanabilir.

$$E(k, \alpha) \triangleq \max_{\omega} (|N(j\omega)|) \quad (11)$$

Burada

$$\|N(s)\| \triangleq \sqrt{|\omega_p(s)S(s)|^2 + |\omega_u(s)F(s)S(s)|^2} \quad (12)$$

olup ω_p ve ω_u kullanıcı tarafından uygulamaya uygun olarak seçilen ve sırasıyla $S(s)$ ve $F(s)S(s)$ transfer fonksiyonlarının hangi frekans bölgelerinde küçük olması gerektiğini belirleyen ağırlık transfer fonksiyonlarıdır. Genel bir kural olarak $\left|\frac{1}{\omega_p}\right|$ küçük frekanslarda küçük, büyük frekanslarda büyük, $\left|\frac{1}{\omega_u}\right|$ ise küçük frekanslarda büyük, büyük frekanslarda küçük olacak şekilde seçilir. Verilen bir (k, α) çifti için $E(k, \alpha)$ 'nın birden küçük olması bu çifte karşı düşen PI kontrolörün dayanıklı olması şeklinde yorumlanır.

Verilen bir α değeri için kapalı çevrim kararlılığını sağlayan tüm kazançlar kümesi (bu kümeyi $\mathcal{K}(\alpha)$ ile göstereyim) bir önceki ayırtta verilen yöntemle hızlı bir şekilde bulunabildiğine göre dayanıklılık fonksiyonu açığa bağlı olarak şu şekilde verilebilir:

$$D(\alpha) = \min_{k \in \mathcal{K}(\alpha)} E(k, \alpha) \quad (13)$$

Haliyle dayanıklı kontrolör tasarımı için $D(\alpha)$ 'yı en küçükleyen α değeri ve buna karşı düşen k kazancı belirlenir. Bu (k, α) çiftine karşı düşen (K_p, K_i) değerleri en dayanıklı kontrolü sağlayan kontrolör parametreleridir. Ancak, bazen bu en dayanıklı kontrolör kapalı çevrimin zaman tanım bölgesi karakteristikleri açısından tatminkar olmayabilir. Böyle durumlarda dayanıklılığı sağlayan (yani $E(k, \alpha)$ 'yı birden küçük yapan) tüm kontrolörler belirlenerek, bunlar içinden zaman tanım bölgesi karakteristikleri gibi diğer tasarım kriterlerini de iyi tutan bir tanesi seçilir. Buraya kadar anlattıklarımızı en iyi bir örnek yardımıyla açıklayabiliriz. Bu amaçla bundan sonraki ayırtta bir ısı sürecin PI kontrolör ile dayanıklı kontrolü incelenecektir.

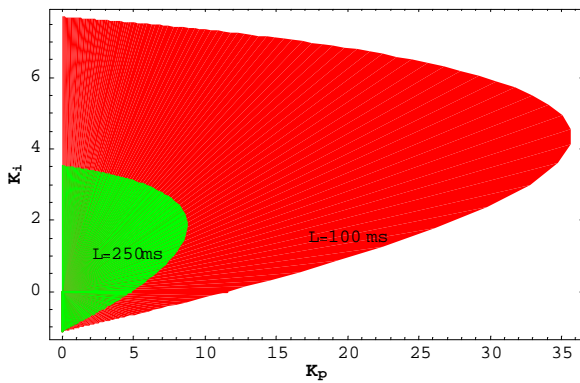
4 Bir Isıl Sürecin PI Kontrolör ile Dayanıklı Kontrolü

Bir ısıl sürece ilişkin birinci dereceden transfer fonksiyonu şu şekilde verilmiştir:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-Ls} \quad (14)$$

Burada yapılan deneyler sonucunda $K = 0.9$ ve $\tau = 0.4$ olarak belirlenmiş L 'nin ise 100 ms ile 250 ms arasında değerler alabildiği öngörülmüştür. Bu sürecin kapalı çevrimde mümkün olduğunca küçük bir kontrol işareti uygulayarak kararlı olmasını sağlayacak dayanıklı bir orantı-integral kontrolör tasarlanması istenmektedir.

İlgili kontrolörün tasarlanması için öncelikle ölü zaman değişikliğinin kararlılığı sağlayan kontrolör parametreleri üzerine olan etkisini incelenmiştir. Bu amaçla sırasıyla $L = 100\text{ ms}$ ve $L = 250\text{ ms}$ için PI kontrolör yukarıda gösterildiği gibi açılal koordinatlarda (yani k ve α cinsinden) ifade edilmiş ve daha sonra α 0 ile 180° arasında değiştirilerek kararlılığı sağlayan k değerleri not edilmiştir. Bu değerlerin K_p - K_i düzleminde orjinden geçen doğru parçaları olduğu göz önüne alınarak kararlılığı sağlayan (K_p, K_i) çiftlerinin Şekil 3'teki gibi olduğu bulunmuştur. Burada dikkat edilmesi gereken nokta kararlılığı garantileyen kontrolör parametreleri kümesinin ölü zamanın 100 ms 'den (şekilde siyah ve gri bölge) 250 ms 'ye (gri bölge) çıkarılması ile kayda değer şekilde küçülmüş olmasıdır. Ölü zaman 250 ms iken kararlılığı garanti eden kontrolörlerin ölü zaman 100 ms iken de kararlılığı garantilemeleri yüzünden dayanıklı kontrolör tasarımı aşamasında sadece bu kontrolörler göz önüne alınmıştır.



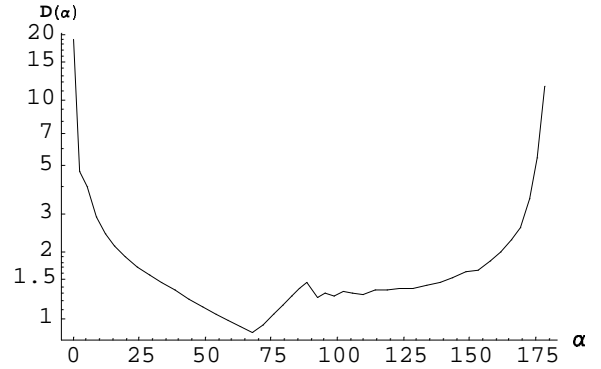
Şekil 3: Isıl süreçte ölü zamanın 100 ms veya 250 ms olmasına göre kararlılığı garanti eden kontrolör değerleri.

Verilen sistemin kapalı çevrimde dayanıklılığını anlamak için

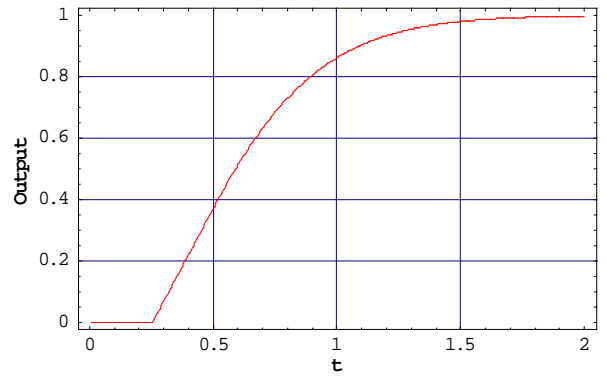
$$\omega_p(s) = 0.5 \frac{s + 2.4}{s + 0.012} \quad (15)$$

$$\omega_u(s) = \frac{s + 10}{s + 100} \quad (16)$$

ağırlık fonksiyonları seçilmiştir. Buna göre α açısı 0 ile 180 dereceleri arasında değiştirilerek her bir α değerine karşı düşen $D(\alpha)$ değeri hesaplanmış ve sonuç Şekil 4'te gösterilmiştir. $D(\alpha)$ 'nın $\alpha = 67.36^\circ$ için ($k = 1.8$ 'de) en küçük değerini aldığı gözlemlenmiş ve bu değerlere karşı düşen PI kontrolörü ($K_p = 0.693, K_i = 1.661$) sisteme uygulanarak elde edilen çıkış işareti ve sisteme uygulanan kontrol işareti simüle edilmiş ve bunlar sırasıyla Şekil 5 ve 6'da gösterilmiştir.

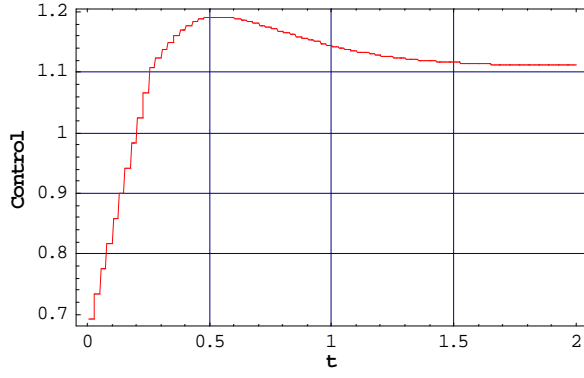


Şekil 4: Dayanıklılık fonksiyonu $D(\alpha)$ 'nın α 'ya göre değişimi.



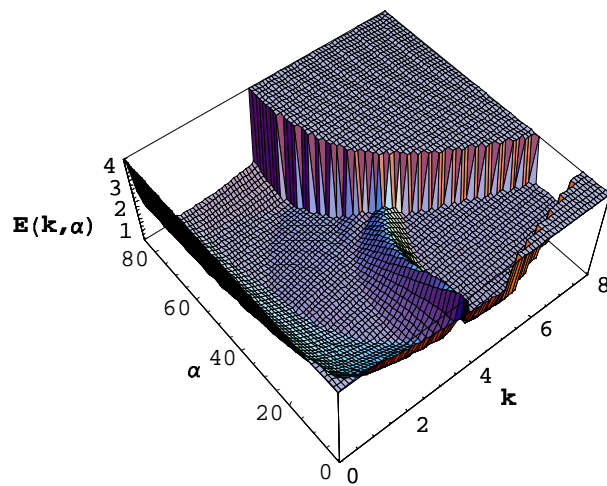
Şekil 5: $D(\alpha)$ 'yı en küçükleyen kontrolör için ($K_p = 0.693, K_i = 1.661$) kapalı çevrim çıkış işareti (Simülasyon).

Bundan sonra Şekil 5'te görülen kapalı çevrim çıkış işaretinin biraz yavaş olduğu düşünülerek dayanıklılığı sağlayan tüm kontrolörlerin bulunması yoluna gidilmiştir. Bu amaçla ilgilenilen bölgede $E(k, \alpha)$ 'nın aldığı değerler incelenerek bu fonksiyonun Şekil 7'de olduğu gibi değiştiği bulunmuştur. $E(k, \alpha)$ 'nın Şekil 8'de gösterildiği üzere kontur grafiğinin çizilmesi sonucunda kapalı çevrimde dayanıklı kontrolü sağlayan (k, α) çiftlerinin kümesi görsel olarak elde edilmiştir. Bu küme içinden seçilecek herhangi bir çiftin yeterli derecede dayanıklı kontrolör tasarımı sağlayacağı düşünülerek yapılan

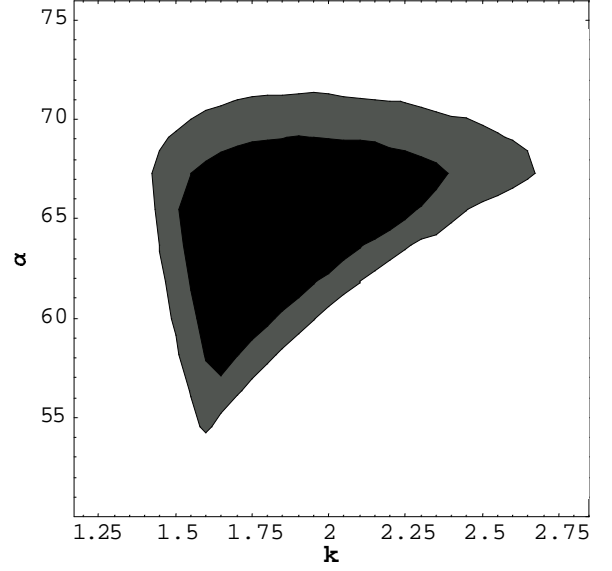


Şekil 6: $D(\alpha)$ 'yı en küçükleyen kontrolör için ($K_p = 0.693$, $K_i = 1.661$) sisteme uygulanan kontrol işaretini (Simülasyon).

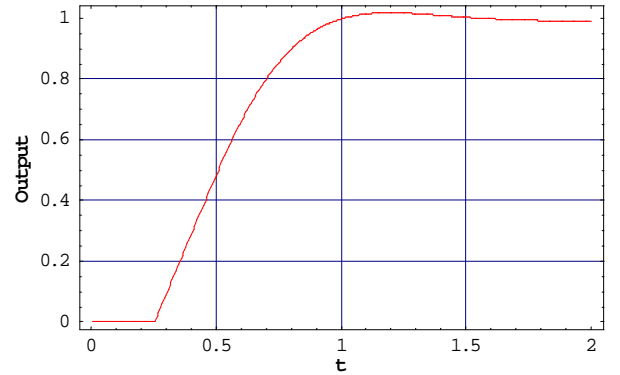
bir kaç deneme sonunda $\alpha = 66^\circ$ ve $k = 2.2$ 'ye karşı düşen kontrolörün (yani $K_p = 0.915$ ve $K_i = 2.055$) daha iyi bir zaman tanım uzayı başarımı sergilediği görülmüştür. Bu kontrolöre ait simülasyon sonucunda bulunan kapalı çevrim çıkış ve kontrol işaretleri sırasıyla Şekil 9 ve 10'da görülebilir. Burada kapalı çevrimdeki hızlı cevabın kontrol işaretinin aşımında bir miktar artış pahasına gerçekleştiğine dikkat edilmelidir. Son olarak bu kontrolör gerçek sisteme uygulanarak çıkış ve kontrol işaretleri kaydedilmiştir (Şekil 11). Şekil 11'deki kontrol ve çıkış işaretleri incelendiğinde sistem parametrelerinde bir takım değişiklikler olduğu anlaşılabilir. Ancak dayamklı kontrolörümüz kendisinden beklediği şekilde sistem parametrelerinin değişmesine rağmen başarılı bir kontrol işareti üreterek çıkışın referans olarak verilen $5V$ 'a kısa bir sürede oturmasını sağlamıştır.



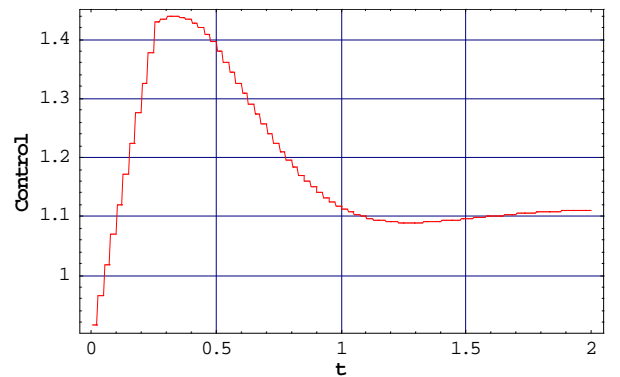
Şekil 7: Isıl süreç için $E(k, \alpha)$ 'nın k ve α 'ya bağlı olarak değişimi.



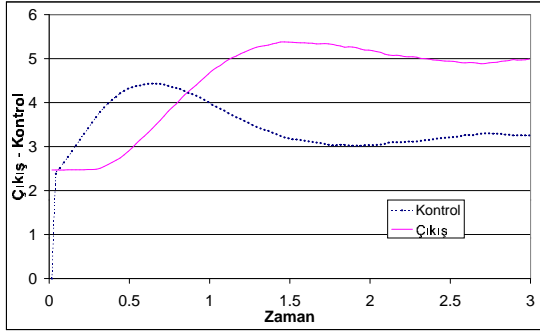
Şekil 8: $E(k, \alpha)$ 'nın kontur grafiği. Gri alanlar $E(k, \alpha)$ 'nın 1'den ve siyah alanlar da 0.95'ten küçük olduğu bölgeleri göstermektedir.



Şekil 9: $K_p = 0.915$ ve $K_i = 2.055$ için kapalı çevrim çıkış işaretini.



Şekil 10: $K_p = 0.915$ ve $K_i = 2.055$ için sisteme uygulanan kontrol işaretini.



Şekil 11: $K_p = 0.915$ ve $K_i = 2.055$ için gerçek sistemle yapılan deneyde çıkış ve kontrol işaretleri.

5 Sonuç

Ölü zamanlı sistemlerin PI kontrolörlerle dayanıklı kontrolüne yönelik etkin ve pratik bir yöntem tanıtılmıştır. Sunulan yöntem ile nispeten kısa bir süre içinde verilen bir sistemi kapalı çevrimde kararlı yapan tüm kontrolörler kümesi bulunabilmekte ve istenirse belirli bir dayanıklılık kriterine göre bu küme içinden dayanıklı olan kontrolörler seçilebilmektedir. Bu yöntem pratik olarak bir ısı sürecin kontrolü için uygulanmış ve tatmin edici sonuçlar elde edilmiştir.

Kaynakça

- [1] K. J. Åström ve T. Hägglund, "PID control," *The Control Handbook* (W. S. Levine, ed.), pp. 198–209, Florida: CRC Press, 1996.
- [2] K. J. Åström ve T. Hägglund, *Automatic Tuning of PID Controllers*. Instrument Society of America, 1988.
- [3] Special Edition, "PID tuning methods," *Comp. & Control Eng. Journal*, vol. 10, pp. 42–69, 4 1999.
- [4] K. J. Åström, T. Hägglund, C. C. Hang, ve W. K. Ho, "Automatic tuning and adaptation for PID controllers – a survey," *Control Eng. Prac.*, vol. 1, no. 4, pp. 699–714, 1993.
- [5] G. F. Franklin, J. D. Powell, ve A. Emami-Naeini, *Feedback Control of Dynamic Systems*. New York: Addison-Wesley, 3 ed., 1994.
- [6] S. Kurtulan ve L. Gören, "Endüstriyel kontrol sistemleri için bir tasarım yöntemi," *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı TOK'98*, (İTÜ, İstanbul), pp. 149–154, 10 1998.
- [7] Z. Shafiei ve A. T. Shenton, "Tuning of PID-type controllers for stable and unstable systems with time delay," *Automatica*, vol. 30, no. 10, pp. 1609–1615, 1994.
- [8] A. T. Shenton ve Z. Shafiei, "Relative stability for control systems with adjustable parameters," *J.*

Guidance Contr. and Dynamics, vol. 17, pp. 304–310, 3 1994.

- [9] Z. Shafiei ve A. T. Shenton, "Frequency-domain design of PID controllers for stable and unstable systems with time delay," *Automatica*, vol. 33, pp. 2223–2232, 12 1997.
- [10] M.-T. Ho, A. Datta, ve S. P. Bhattacharyya, "A linear programming characterization of all stabilizing PID controllers," *Proc. Amer. Contr. Conf.*, (Albuquerque, NM), pp. 3922–3928, IEEE, 6 1997.
- [11] M.-T. Ho, A. Datta, ve S. P. Bhattacharyya, "Control system design using low order controllers: Constant gain, PI and PID," *Proc. Amer. Contr. Conf.*, (Albuquerque, NM), pp. 571–578, IEEE, 6 1997.
- [12] N. Munro, "The systematic design of PID controllers," *IEE Colloquium*, (Austin Court, Birmingham), IEE, Professional Group B1, Digest No: 99/088, 6 1999.
- [13] N. Munro, M. T. Söylemez, ve H. Baki, "Computation of D-Stabilizing low-order compensators," *Control Systems Centre Report 882*, UMIST, Manchester, 8 1999.
- [14] M. T. Söylemez, N. Munro, ve H. Baki, "Fast calculation of stabilizing PID controllers," *Control Systems Centre Report 883*, UMIST, Manchester, 8 1999.
- [15] M.-T. Ho, A. Datta, ve S. P. Bhattacharyya, "A new approach to feedback stabilization," *Conf. Decision Contr.*, (Kobe, Japan), pp. 4643–4648, IEEE, 12 1996.
- [16] M.-T. Ho, A. Datta, ve S. P. Bhattacharyya, "A generalization of the Hermite-Biehler theorem," *Conf. Decision Contr.*, (New Orleans, LA), pp. 130–131, IEEE, 12 1995.
- [17] H. Górecki, S. Fuksa, P. Grabowski, ve A. Korytowski, *Analysis and Synthesis of Time Delay Systems*. New York: John Wiley & Sons, 1989.
- [18] S. Skogestad ve I. Postlethwaite, *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*. Chichester, England: John Wiley, 1996.