Gelişigüzellikle anlamlı bir sonuca
ulaşılamayacağını sanan evrim karşıtlarına..

Kaos Oyunu: Gelişigüzellik ve Belirlenebilirlik

Bazı çevrelerin bilimcileri anlamayıp, hatta yanlış anlayıp, onlara düşman kesilmesinin sebeplerinden biri de aradaki malum zihinsel hijyen farkıdır. Bu yazının en büyük amacı da kaos, gelişigüzellik ve belirlenebilirlik (/determinizm) konularında zihinsel hijyene dikkat çekmektir.

Gündelik kullanımda gelişigüzellik kavramı özen ve dikkat kavramlarıyla ilişkilendirilip, bu ilişkiye indirgenmektedir. Oysa bilim dünyası hiçbir zaman gelişigüzellik kavramını bu dar kalıpta kullanmaz. Bir şeyin gelişigüzel olması demek, o şeyin önceden belirlenemez olması demektir.

Kaos kavramının kullanıldığı bilimsel yazılar da gündelik algılar gereği sadece karmaşa olarak yorumlayabilmektedir. Oysa bu tür yazılarda kaos kavramıyla düzensiz düzen veya düzenli düzensizlik işaret edilmektedir.

Bir sistemde belirlenebilir (/deterministik) kaos olması onun gelişigüzel görünümüne rağmen, bir kural ya da bağıntıya uyması, yani belirlenebilir olması demektir. Kaotik sistemlerin en büyük özelliği başlangıç koşullarına aşırı derecede bağımlı olmalarıdır. Belirlenebilir olmalarına ve hiçbir gelişigüzellik içermemelerine rağmen gelişigüzel gözükebilmelerinin de sebebi budur.

Bir sistemin kaotiklik derecesi başlangıç koşullarına bağlılıktaki hassasiyeti gösteren Lyapunov üsteli, düzensizlik miktarını gösteren entropi veya karmaşıklık düzeyini gösteren fraktal boyut gibi düşünsel araçlarla ölçülebilmektedir.

Matematik, biyoloji, bilgisayar bilimleri, ekonomi, mühendislik, maliye, felsefe, fizik, siyaset, fizyoloji gibi akla gelebilecek birçok alanda, elektrik devreleri, lazerler, kimyasal tepkimeler, akışkan dinamiği, gezegenlerin dinamiği, gök cisimlerinin manyetik alan evrimi, ekolojideki popülasyon büyümesi, sinir hücrelerindeki aksiyon potansiyeli dinamiği, moleküler titreşimler, canlılarda gen ifadesinin düzenlenmesi, hava ve iklim, yerkabuğu tektonikleri gibi akla gelebilecek birçok konuda kaotik davranışların ortaya çıkabildiğini görülmektedir ve bu davranışların kaotiklik derecesi belirlenebilmektedir.

Gündelik algıların zihinsel hijyeni bulandırması, yukarıdaki alan ve konularda kaotik davranış gözlemlenmesinin mutlak kötüye gidişe işaret olarak yorumlanmasına sebep olmaktadır. Oysa hayati işlevsel birçok konuda kaotik davranışların gözlemlenmesinin iyiye işaret olduğu yönünde göstergeler vardır. Mesela tatlı kaotik bir ritim, kas, bağışıklık, sinir sistemi gibi merkezlerin gelen sinyallere daha çabuk ve daha esnek cevap vermesini olası kılmaktadır:

- Sağlıklı kalp ritimlerinin zamana göre değişiminin kaotik olduğu, kriz durumlarında ise bu ritimlerin daha düzenli göründüğü gösterilmiştir.

- Ak yuvarların sağlıklı insanlardaki derişimi kaotik bir değişim gösterirken, lösemi hastalarındakinin düzenli ve periyodik bir değişim gösterdiği bilinmektedir.

- Beyinden alınan iki farklı elektrotla elde edilen verilerle kurulan faz uzayında beyin elektrosunun temsili tek nokta ise hasta ölmüş olmaktadır. Canlılarda temsil karmaşık bir eğri olarak ortaya çıkmakta ve insana doğru gidildikçe bu eğrinin fraktal boyutu artmaktadır.

- Komada beyin ritimleri daha düzenli hale gelmektedir.

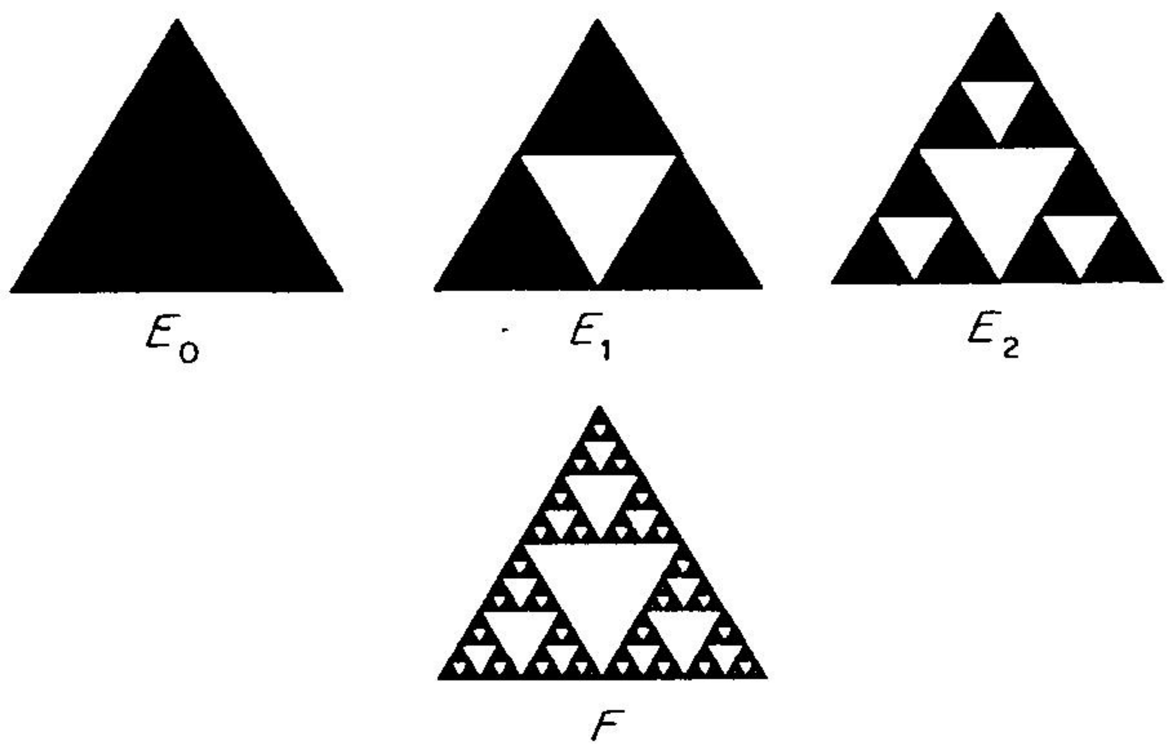
- Normal bir insan beyninin EEG'leri epilepsi krizi geçiren bir hastanınkinden daha kaotik olmaktadır. Ve normal insanda zihinsel etkinlik arttıkça kaotiklik de artmakta, yaşlandıkça ise kaotiklik azalmaktadır.

Yazının bundan sonraki bölümlerinde kaos, gelişigüzellik ve belirlenebilirlik kavramları bazı örnekler üzerinden ilişkilendirilecektir.

I Sierpinski Contası

Sierpinski Contası fraktal bir kümedir. Öncelikle bu kümenin nasıl oluşturulduğuna bakalım:

Bir eşkenar üçgen tanımlayan E_0 kümesi seçilir. Bu üçgen dört eşit parçaya bölünür ve ortadaki üçgen atılarak E_1 kümesini oluşturan noktalar edilir. Daha sonra E_1 kümesini oluşturan her bir üçgen dörde bölünür ve bunların da ortalarındaki üçgenler atılarak E_2 kümesini oluşturan noktalar elde edilir. Üçgenleri dörde bölüp, ortadaki parçayı atma işlemi sonsuza kadar tekrarlanırsa aşağıda F kümesi olarak adlandırılan Sierpinski Contası elde edilir. Ve bu tamamen belirlenebilir bir süreçtir.



Resim 1: Sierpinski Contası oluşturma

E_0 kümesinin alanı 1 ise, E_1 kümesinin alanı 0.75, E_2 kümesinin alanı 0.75 x 0.75 olmaktadır. Sierpinski Contası'nın alanı ise sonsuz tane 0.75 çarpımı, yani sıfır olarak hesaplanabilir.

E_0 üçgenin alanının 1 olması için bir kenarının yaklaşık olarak 1.52 olması gerekir. Bu durumda E_0 kümesindeki üçgenin çevresi 4.56, E_1 kümesindeki üçgenlerin toplam çevresi 4.56 x 1.5, E_2 kümesindeki üçgenlerin toplam çevresi 4.56 x 1.5 x 1.5 olmaktadır. Sierpinski Contası'ndaki toplam çevre ise 4.56 ile sonsuz tane 1.5 çarpımı, yani sonsuz olarak hesaplanabilir.

Sonsuz bir uzunlukla çevrelenmiş sıfır değerinde bir alan fraktal bir boyuta işaret etmektedir. Sierpinski Contası'nının herhangi bir kısmına herhangi bir büyütmeyle bakılırsa, bakılan kısımda yine bir Sierpinski Contası görülmektedir. 1:2 (0.5) ölçekli bir büyütmede 3 tane Sierpinski Contası elde edildiği için bu yapının boyutu

$$D = -\log(3)/\log(0.5) = 1.58496...$$

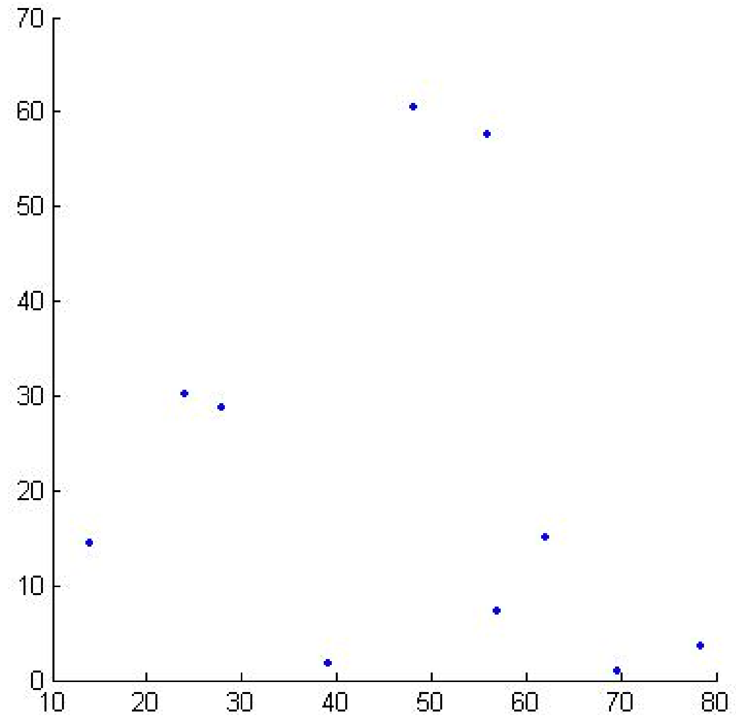
olarak hesaplanabilir.

I-1 Kaos Oyunu ile Sierpinski Contası elde etme

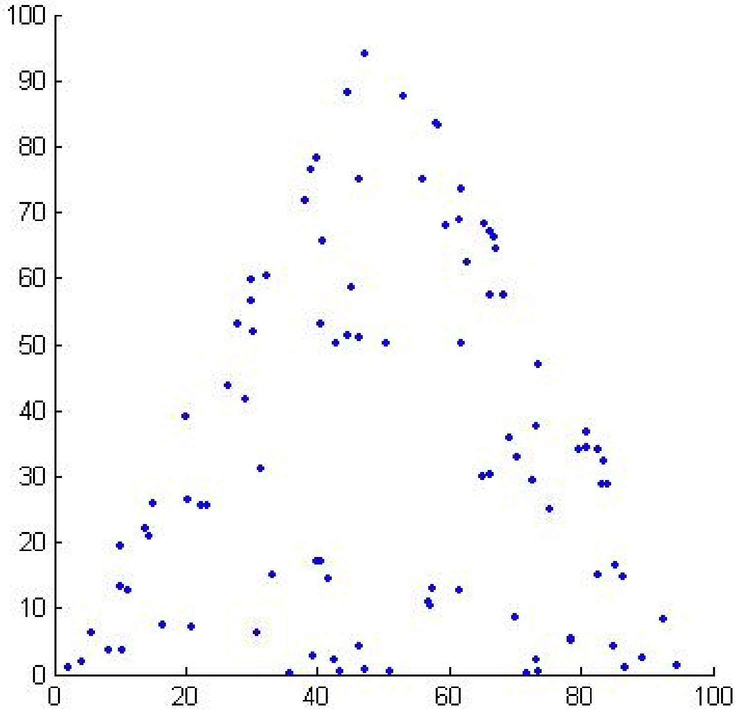
Kaos oyununda eşkenar bir üçgen ve üç değerli bir zar gerekmektedir. Zarın her değeri eşkenar üçgenin bir köşesi ile eşleştirilir. Oyuna başlarken önce gelişigüzel bir nokta seçilir. Oyun oldukça basittir:

1) Zar atılır
2) Nokta ve gelen değerle ilintili olan köşe noktasının tam ortasında yeni bir nokta seçilir.
3) İşlem yeni noktayla tekrarlanır.

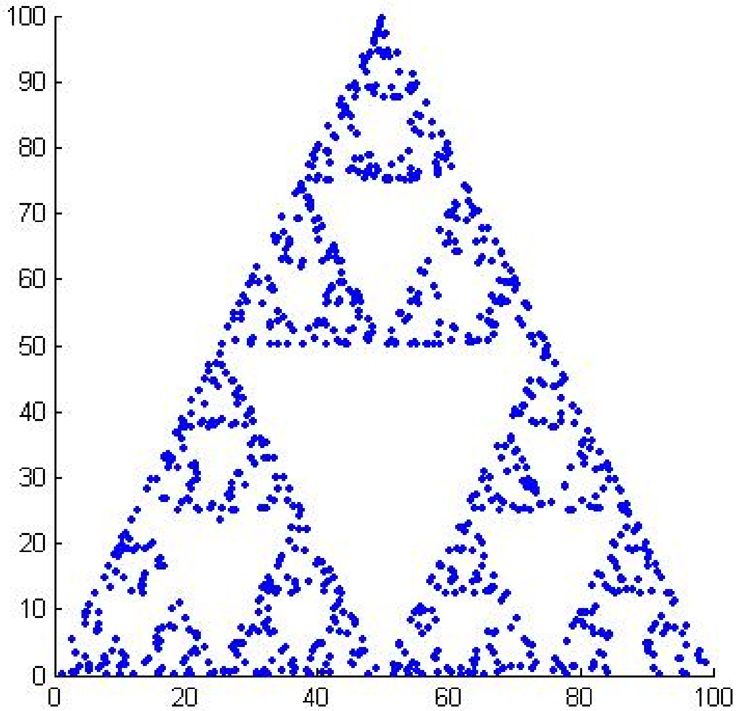
Elde edilen her yeni nokta ile işlem tekrarlanıp, noktalar tek bir zemin üzerinde resmedilirse:



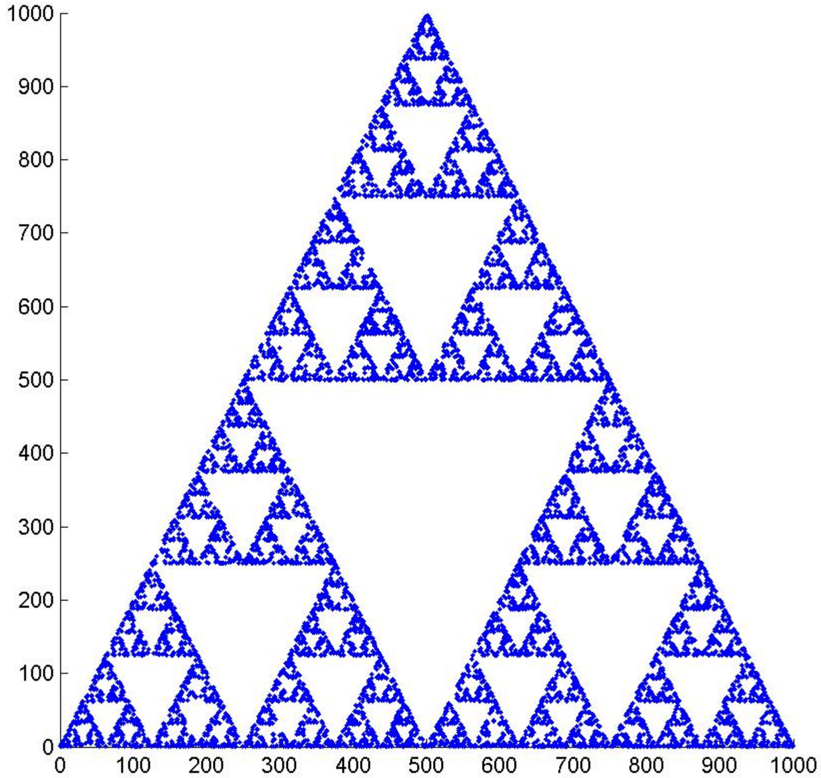
Resim 2: 10 Tekrar



Resim 2: 100 Tekrar



Resim 4: 1000 Tekrar



Resim 5: 10000 Tekrar

Kaos oyunu sonunda gelişigüzel bir işlemle Sierspinski Contası gibi kesin olarak belirlenebilir bir şeklin elde edilebildiği görülmektedir. Oyun sırasında bir sonraki adımda noktanın nerede olacağı bizim için tamamen belirlenemezken, tüm oyun noktalarının oluşturacağı örgü kusursuzca belirlenebilir durumdadır. Bir başka deyişle gelişigüzel bir süreç belirlenebilir bir süreçle aynı yere varmaktadır.

Olasılık hesaplarına gelince.. Yukarıdaki yazıda en son gelişigüzel olarak 10.000 tane nokta seçilmiştir. Herhangi bir seçili noktanın Sierpinski Contası içinde olma olasılığı a olsun (öyle ki $a < 1$, zira a bir olasılık). 10.000 noktanın birden bu conta içinde olması olasılığı a üzeri 10.000 yapmaktadır. Bu sıfıra çok yakın bir olasılıktır. Nokta sayısı sonsuza doğru arttırılırsa yine tüm noktalar conta içinde çıkmaktadır ki bu durumun olasılığı limitte sıfıra gitmektedir. Ve görüldüğü gibi bu kadar küçük bir olasılık; bu kuralları basit kaos oyunundaki gelişigüzel süreçte gerçekleşmiş durumdadır..

I-2 Kaos Oyunu için matlab'da yazılmış kod

```
function chaos_game(basamak)

if nargin ~= 1                    % default ayarlama
        basamak = 1000;
end

clf;                              % ekranı temizleme
axis square;
hold on;                          % tüm noktaları grafikte tutmak için

a = [0;0];                        % referans üçgen noktaları
b = [50;100];
c = [100;0];


nokta = rand(2,1)*100;            % başlangıç noktası gelişigüzel seçiliyor

for n = 1:basamak
   zar = rand(1);                 % zar atılıyor (a, b ya da c)
   if zar < 1/3
      yeni_nokta = (a-nokta)/2 + nokta;         % bir sonraki nokta?
   elseif zar > 2/3
      yeni_nokta = (c-nokta)/2 + nokta;
   else yeni_nokta = (b-nokta)/2 + nokta;
   end
   nokta = yeni_nokta;            % yeni nokta tanımlanması
   x = yeni_nokta(1);
   y = yeni_nokta(2);
   plot(x,y,'.');                 % mevcut noktaların çizimi
end                               % yeni yaklaştırım
```

II Eğreltiotu (Fraktali)

Eğreltiotu doğada görülen fraktal şekillere bir örnektir.

Resim 6: Eğreltiotu Bitkisi

II-1 Kaos Oyunu ile Eğreltiotu (Fraktali) elde etme

Kaos oyunun dört yüzlü zar kullanılan ve zarın ağırlının tekdüze (/homojen) olmadığı bir başka çeşidi ile de Eğreltiotu (/Fern) Fraktali elde edilebilir. Zarın dört yüzünün gelme olasılıkları aşağıdaki gibidir:

$$P(A\ yüzü) = 0.01$$
$$P(B\ yüzü) = 0.85$$
$$P(C\ yüzü) = 0.07$$
$$P(D\ yüzü) = 0.07$$

Oyun ilkinden daha karışık olsa da basittir:

1) Öncelikle iki boyutlu düzlemde gelişigüzel bir nokta (x(0), y(0)) seçilir ve ardından zar atılır.
2) Zarın gelen yüzeyine uygun olan bir dönüşümle yeni bir nokta oluşturulur.

Bu dönüşüm genel olarak şöyledir:

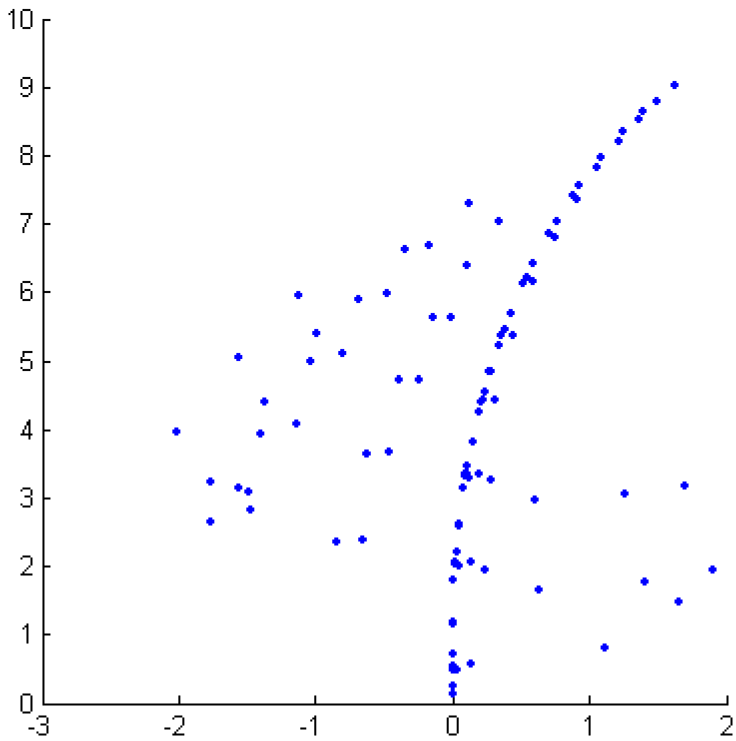
$$x(i+1) = a\,x(i) + b\,y(i) + e$$

$$y(i+1) = c\ x(i) + d\ y(i) + f$$

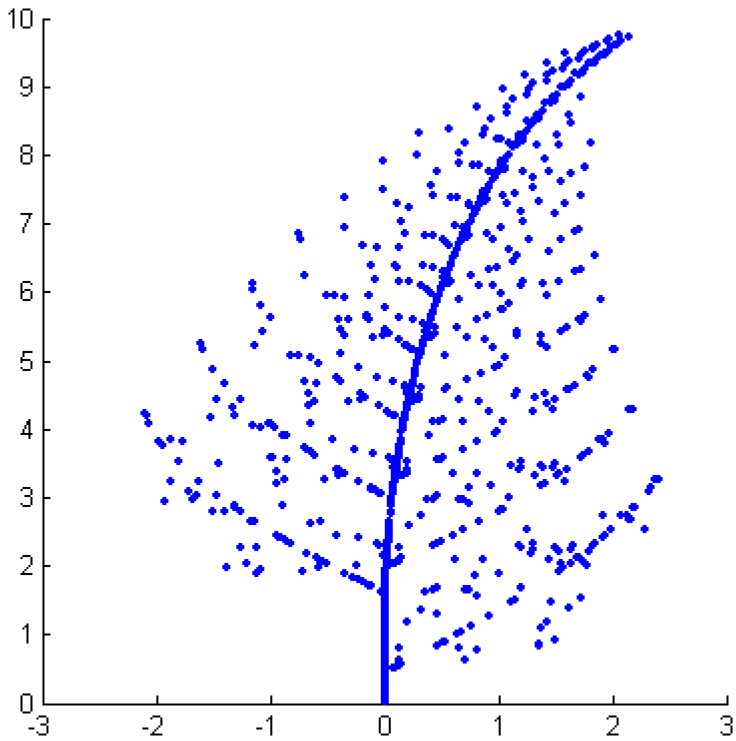
S = {a, b, c, d, e, f} katsayıları yüzeylere göre şöyle değişir:

A için S = {0, 0, 0, 0.16, 0, 0}
B için S = {0.85, 0.04, -0.04, 0.85, 0, 1.6}
C için S = {0.2, -0.26, 0.23, 0.22, 0, 1.6}
D için S = {-0.15, 0.28, 0.26, 0.24, 0, 0.44}

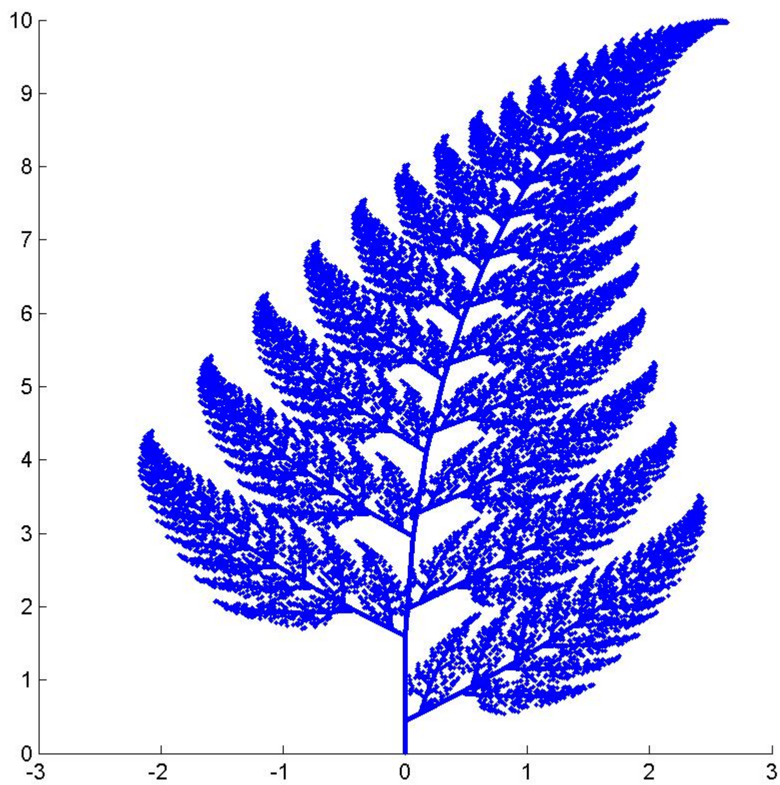
İkinci adımın tekrarlanması ile Eğreltiotu Fraktali elde edilir.



Resim 7: 100 Tekrar



Resim 8: 1000 Tekrar



Resim 9: 1000000 Tekrar

II-2 Kaos Oyunu için matlab'da yazılmış kod

```
function chaos_game(basamak)

if nargin ~= 1       % default ayarlama
    basamak = 10000;
end

clf;                 % ekranı temizleme
axis square;
hold on;             % tüm noktaları grafikte tutmak için

nokta = rand(2,1);      % başlangıç noktası rastgele seçiliyor

for n = 1:basamak
    zar = rand(1);          % zar atılıyor
    if zar < 0.1
        yeni_nokta = T(nokta,0,0,0,0.16,0,0);     % bir sonraki nokta?
    end
    if (zar > 0.1) && (zar < 0.86)
        yeni_nokta = T(nokta,0.85,0.04,-0.04,0.85,0,1.6);
    end
    if (zar > 0.86) && (zar < 0.93)
        yeni_nokta = T(nokta,0.2,-0.26,0.23,0.22,0,1.6);
    end
    if (zar > 0.93)
        yeni_nokta = T(nokta, -0.15,0.28,0.26,0.24,0,0.44);
    end
    nokta = yeni_nokta;            % yeni nokta
    x = yeni_nokta(1);
    y = yeni_nokta(2);
    plot(x,y,'.');             % mevcut noktaların çizimi
end                            % yeni yaklaştırım

function U=T(X,a,b,c,d,e,f)
U = zeros(1,2);
U(1) = a*X(1)+b*X(2)+e;
U(2) = c*X(1)+d*X(2)+f;
```