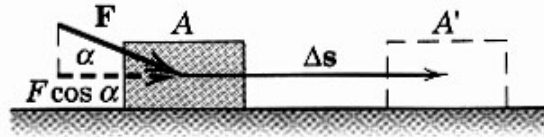
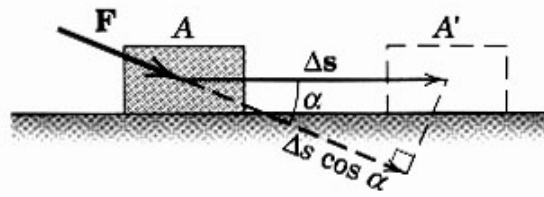


## VİRTÜEL İŞ (VIRTUEL WORK)

### Bir Kuvvetin Yaptığı İş



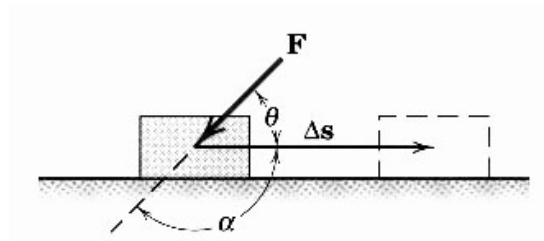
(a)



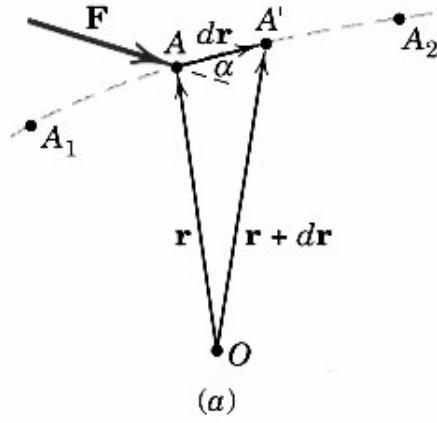
(b)

$$U = (F \cos \alpha) \Delta s$$

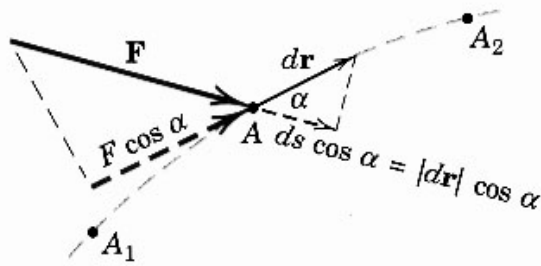
$$U = F(\Delta s \cos \alpha)$$



$$U = (F \cos \alpha) \Delta s = -(F \cos \theta) \Delta s$$



$$dU = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$



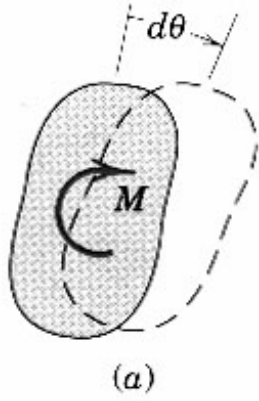
$$dU = F ds \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} dU &= (\mathbf{i}F_x + \mathbf{j}F_y + \mathbf{k}F_z) \cdot (\mathbf{i} dx + \mathbf{j} dy + \mathbf{k} dz) \\ &= F_x dx + F_y dy + F_z dz \end{aligned}$$

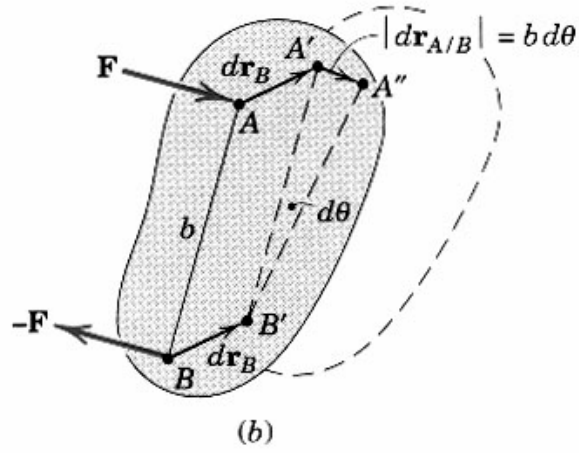
$$U = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

$$U = \int F \cos \alpha ds$$

### Bir Kuvvet Çiftinin Yaptığı İş



$$dU = M d\theta$$



$$U = \int M d\theta$$

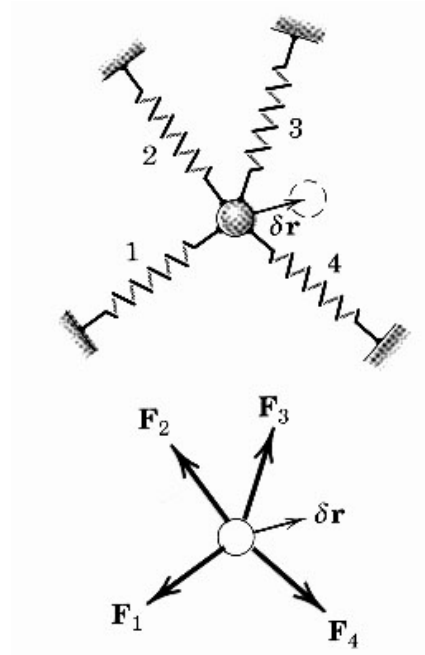
### Virtüel İş

$$\delta U = \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{r}$$

$$\delta U = F \delta s \cos \alpha$$

### Denge

#### Maddesel Nokta

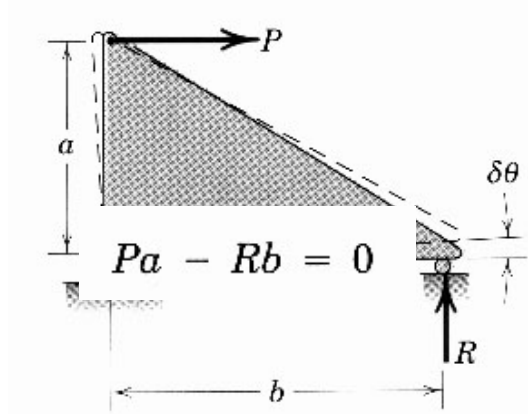


$$\delta U = \sum \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{r} = (\mathbf{i} \sum F_x + \mathbf{j} \sum F_y + \mathbf{k} \sum F_z) \cdot (\mathbf{i} \delta x + \mathbf{j} \delta y + \mathbf{k} \delta z)$$

$$= \sum F_x \delta x + \sum F_y \delta y + \sum F_z \delta z = 0$$

$$\delta U = \mathbf{F}_1 \cdot \delta \mathbf{r} + \mathbf{F}_2 \cdot \delta \mathbf{r} + \mathbf{F}_3 \cdot \delta \mathbf{r} + \cdots = \sum \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{r}$$

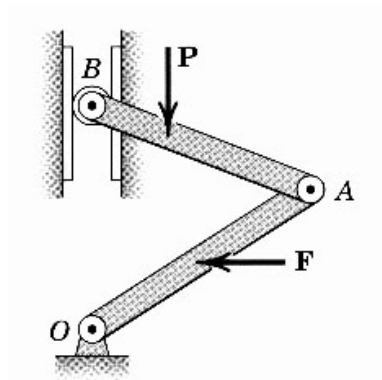
### Rijit Cisim



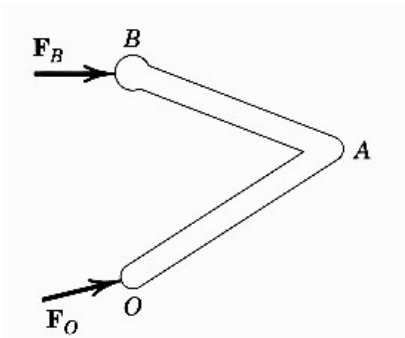
$$-Pa \delta \theta + Rb \delta \theta = 0$$

### Rijit Cisim Sistemi

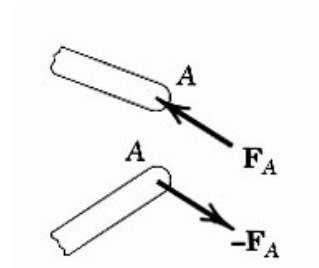
#### Dış Kuvvetler



#### Bağ Kuvvetleri



#### İç Kuvvetler

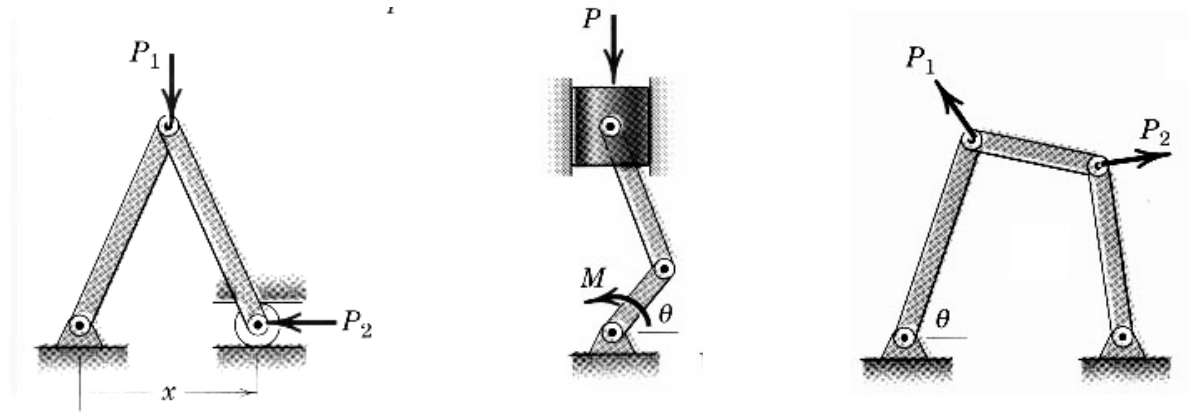


Denge halindeki bir mekanik sistemin bağlara uygun yapacağı bütün virtüel yer değiştirmeler için dış kuvvetlerin yapacağı Virtüel iş sıfırdır.

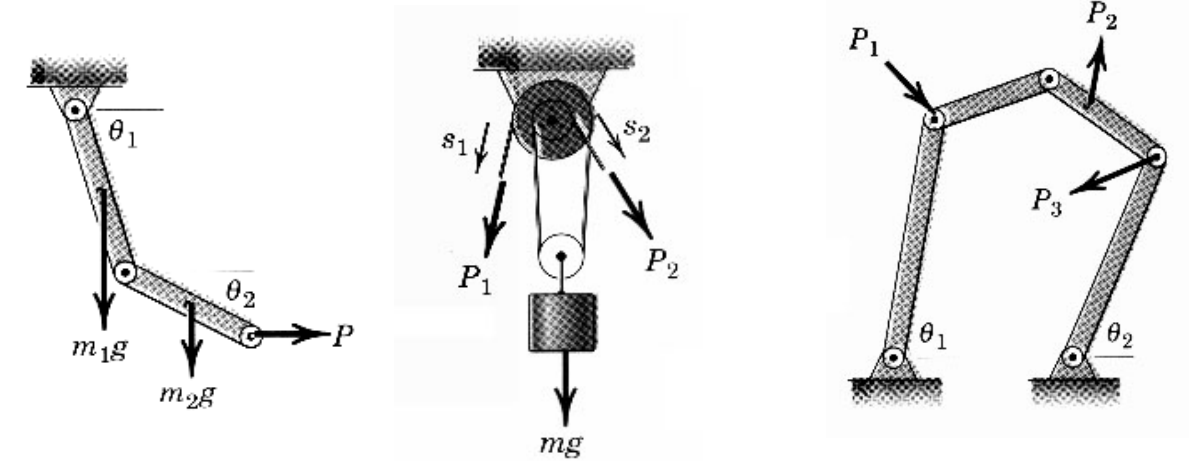
$$\delta U = 0$$

### Serbestlik Derecesi

#### Bir Serbestlik Dereceli Sistemler



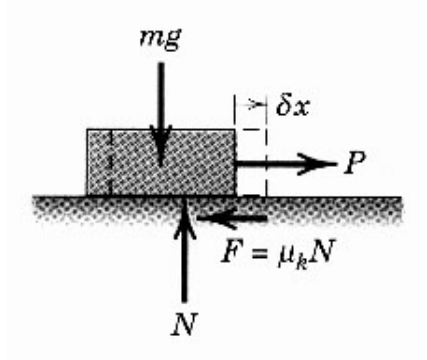
#### İki Serbestlik Dereceli Sistemler



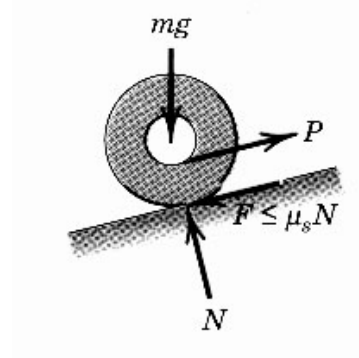
**Sürtünmeli Sistemler : Mekanik Verim**

Sürtünme kuvvetinin yaptığı iş

$$-\mu_k N \delta x$$

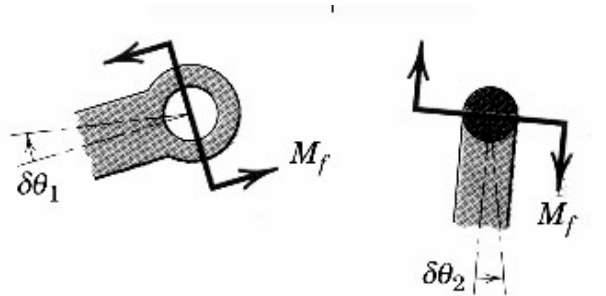
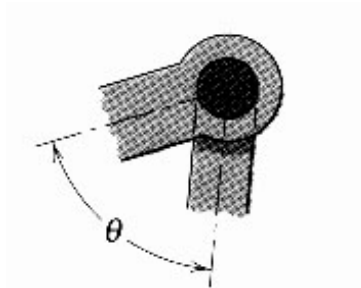


Şekildeki halkanın kaymadan yuvarlanması durumunda yapılan Virtüel İş sıfırdır.



Bir mafsaldaki sürtünme kuvvetlerine karşı uygulanan kuvvet çiftinin yaptığı virtüel iş

$$-M_f \delta \theta = -M_f (\delta \theta_1 + \delta \theta_2)$$

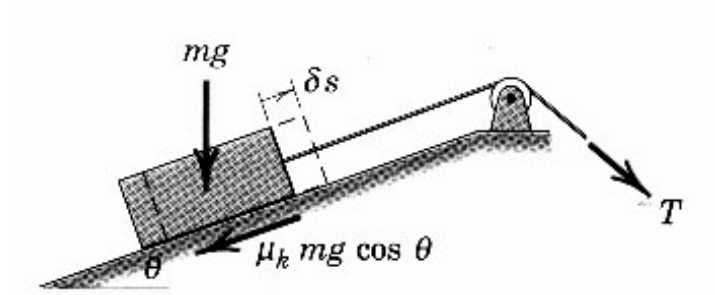


Sürtünme dolayısıyla, bir makinanın çalışması için uygulanan iş, makinanın yaptığı işten daha büyüktür.

*mekanik verim*

$$e = \frac{\text{makinanin..yaptigi..iş}}{\text{makinaaya..uygulanana..iş}}$$

Aşağıdaki sistem için mekanik verimin hesabı :

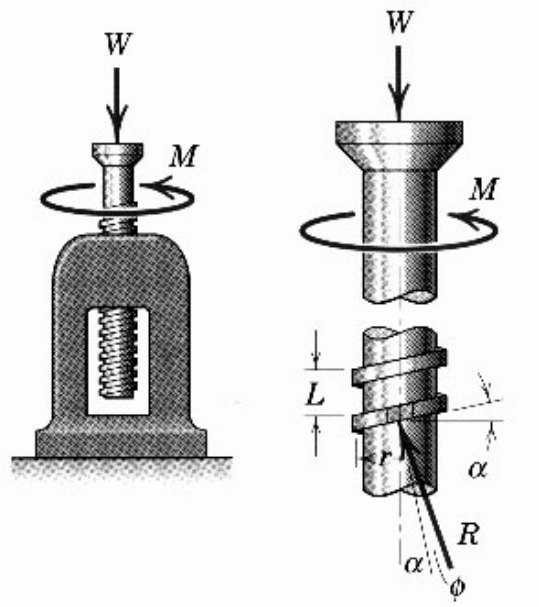


$$T\delta_s = (mg \sin \theta + \mu_k mg \cos \theta)\delta_s$$

Eğik düzlemin verimi,

$$e = \frac{mg \cdot \delta s \cdot \sin \theta}{mg(\sin \theta + \mu_k \cdot \cos \theta)\delta s} = \frac{1}{1 + \mu_k \cdot \cot \theta}$$

Vidalı kriko için verimin hesabı :



Vidanın ortalama yarıçapı  $r$  ve helis açısı  $\alpha$  ise, sürtünme açısı

$$\phi = \tan^{-1} \mu_k$$

dir.

$R$  nin düşey eksene göre momenti

$$Rr \sin(\alpha + \phi)$$

vida üzerindeki bütün reaksiyon kuvvetlerinin momenti ise

$$\sum Rr \sin(\alpha + \phi)$$

olacaktır. Sinüslü ifade bütün terimlerde ortak olduğundan,

$$M = [r \sin (\alpha + \phi)] \sum R$$

düşey doğrultudaki kuvvetlerin dengesinden,

$$W = \sum R \cos (\alpha + \phi) = [\cos (\alpha + \phi)] \sum R$$

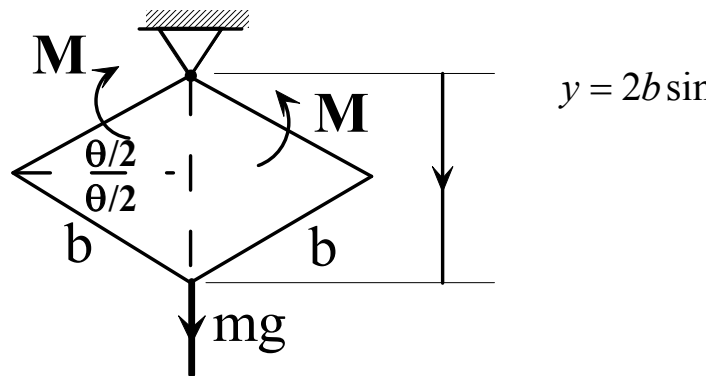
yazılır.

bu durumda krikonun verimi ise;

$$e = \frac{Wr.\delta\theta.\tan\alpha}{Wr.\delta\theta.\tan(\alpha + \phi)} = \frac{\tan\alpha}{\tan(\alpha + \phi)}$$

şeklinde bulunur.

## PROBLEM



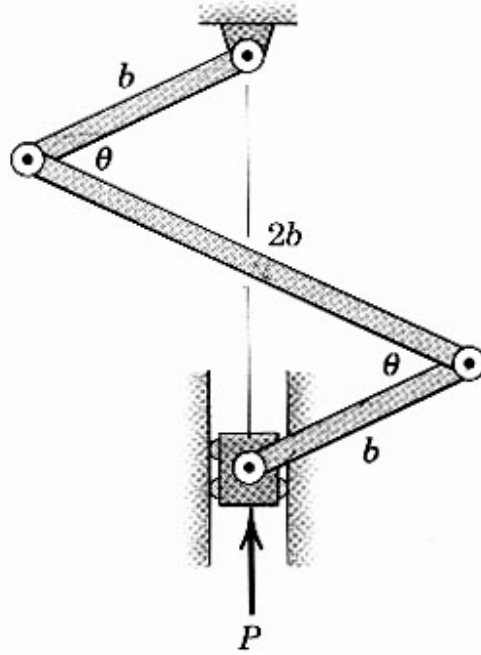
$$\delta U = 0 \quad : \quad mg\delta y - 2M\delta\left(\frac{\theta}{2}\right) = 0$$

$$\delta y = \cos \frac{\theta}{2} \delta \theta, \quad mgb \cos \frac{\theta}{2} \delta \theta = 2 \left( \frac{1}{2} \right) M \delta \theta$$

$$M = mgb \cos \frac{\theta}{2}$$

**PROBLEM 7/6**

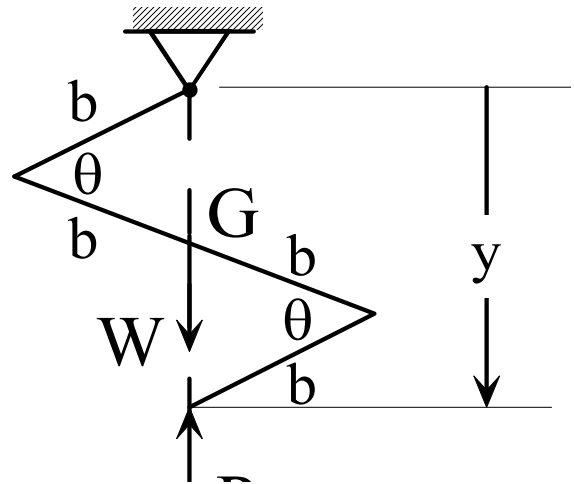
Düşey düzlemdeki mekanizmanın  $\theta$  açısı yapacak şekilde dengede tutulması için gerekli  $P$  kuvvetini bulunuz. Her bir çubuğun birim uzunluğunun kütlesi  $\rho$  dur.  $P$  nin  $\theta$  dan bağımsız olduğunu gösteriniz.



$$W=4Pgb$$

$$\delta U=0: -P\delta y + W\delta\left(\frac{y}{2}\right)=0$$

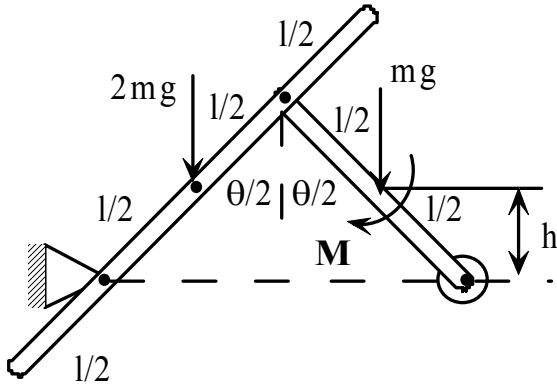
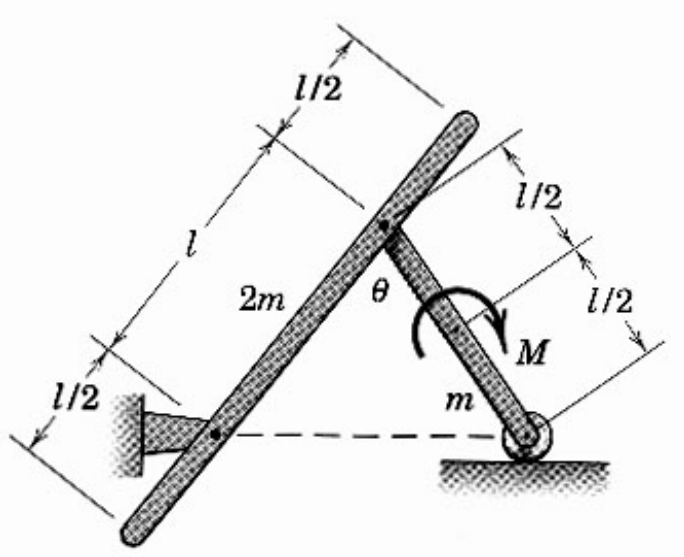
$$P\delta y = \frac{W}{2}\delta y \Rightarrow P = \frac{W}{2} = 2Pgb$$



$P$   $\theta$  açısından bağımsızdır.

**PROBLEM 7/14**

Şekildeki mekanizmanın  $\theta$  açısı yapacak şekilde dengede kalması için gerekli  $M$  kuvvet çiftini bulunuz.  $2l$  uzunluğundaki çubuğun kütlesi  $2m$  ve  $l$  uzunluğundaki çubuğun kütlesi  $m$  dir.



$$h = \frac{l}{2} \cos \frac{\theta}{2}$$

$$\delta h = -\frac{l}{4} \sin \frac{\theta}{2} \delta \theta$$

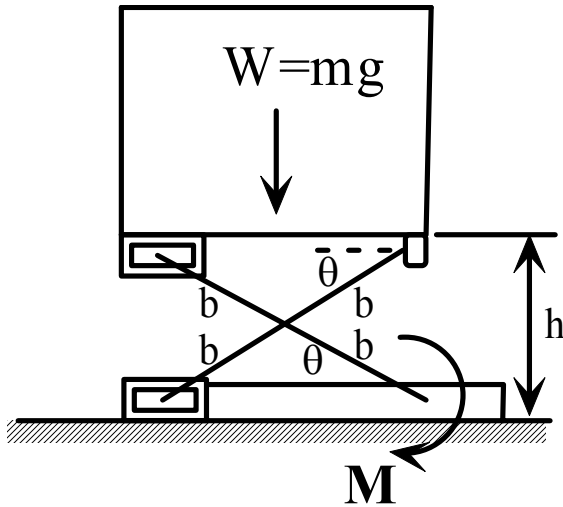
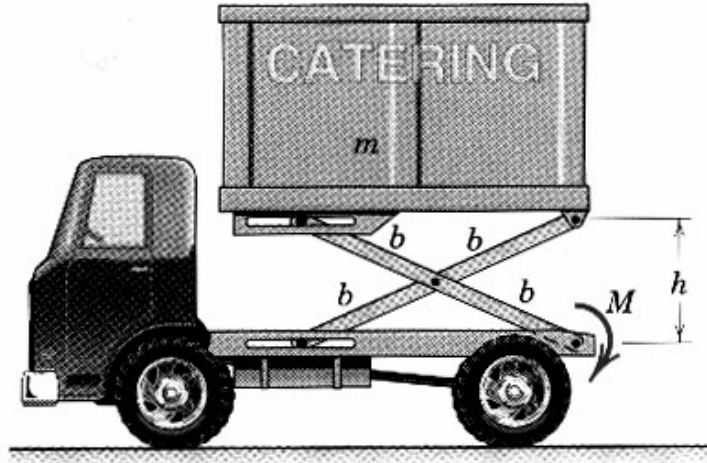
$$\delta U = 0 : -M \delta \left( \frac{\theta}{2} \right) + 2mg \delta h + mg \delta h$$

$$-\frac{1}{2} M \delta \theta + 3mg \left( -\frac{l}{4} \sin \frac{\theta}{2} \delta \theta \right) = 0$$

$$M = \frac{3}{2} mgl \sin \frac{\theta}{2}$$

**PROBLEM 7/18**

Uçağa yiyecek malzemesi taşıyan konteyner yüklü kamyon,  $M$  kuvvet çifti uygulanarak  $m$  kütledeki yükü  $h$  kadar yükseltmiştir. Yükün bu konumda tutulması için gerekli  $M$  kuvvet çiftini bulunuz.



$$\delta U = 0; M \delta \theta - mg \delta h = 0$$

$$h = 2b \sin \theta, \delta h = 2b \cos \theta \delta \theta$$

$$M \delta \theta = mg(2b \cos \theta) \delta \theta$$

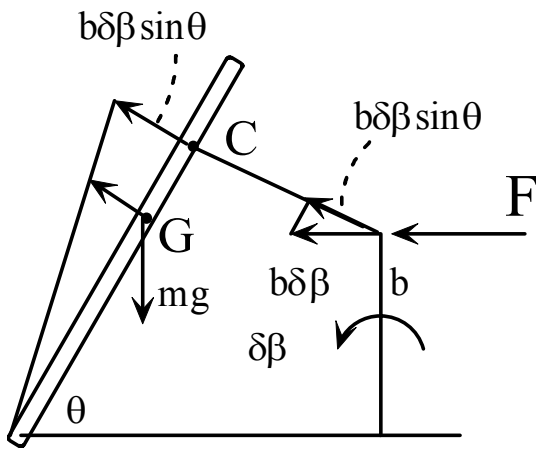
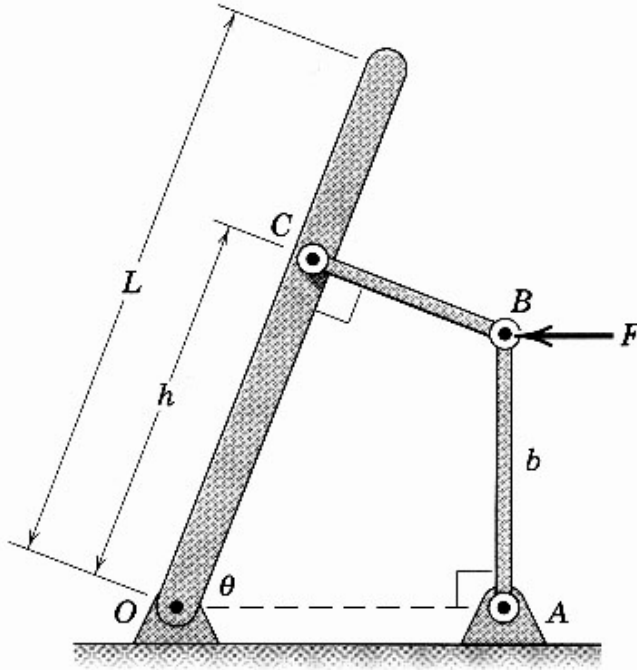
$$M = 2mg b \cos \theta$$

$$\sin \theta = \frac{h}{2b}; \cos \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{h}{2b}\right)^2}$$

$$M = 2mg b \sqrt{1 - \left(\frac{h}{2b}\right)^2}$$

**PROBLEM 7/21**

L ve kütlesi m olan çubuk, F kuvvetinin etkisinde yatayla  $\theta$  açısı yapacak şekilde tutulmaktadır. AB nin düşey ve BC çubuğunun da OC çubuğuna dik olduğu pozisyonda gerekli F kuvvetini bulunuz. AB ve BC çubuklarının kütlesi ihmal edilecektir.



$$\left( \frac{L}{2} / h \right) b \delta \beta \sin \theta$$

$$\frac{Lb}{2h} \delta \beta \sin \theta \cos \theta$$

$$\delta U = 0 : Fb \delta \theta - mg \frac{Lb}{2h} \sin \theta \cos \theta = 0$$

$$F = mg \frac{L}{2h} \sin \theta \cos \theta = \frac{mgL}{4h} \sin 2\theta$$