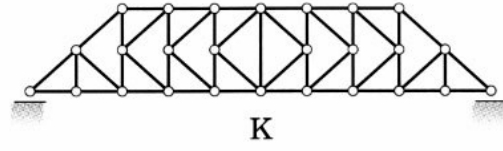
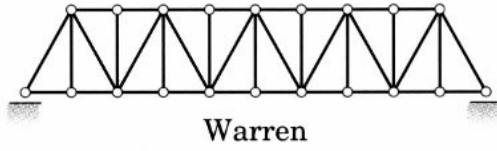
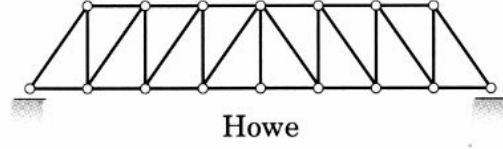
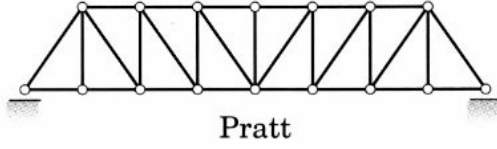
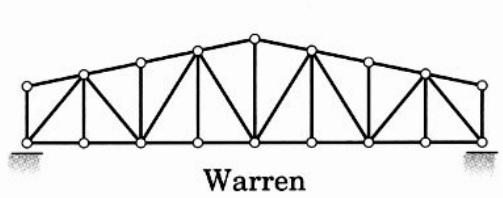
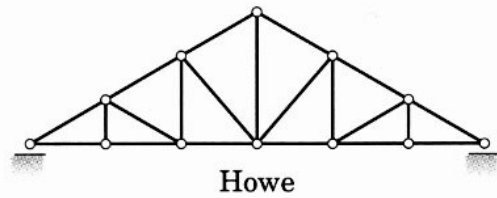
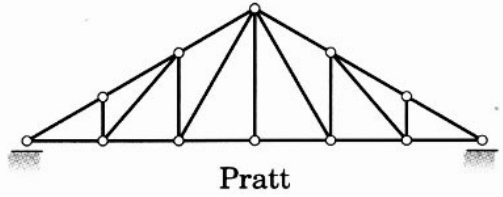
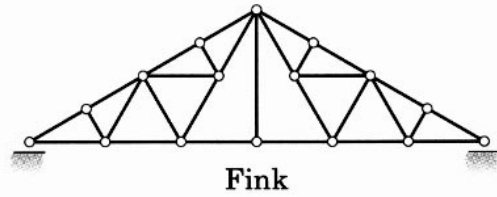


BÖLÜM IV

Düzlem Kafesler



En çok kullanılan köprü kafesleri



Commonly Used Roof Trusses

En çok kullanılan çatı kafesleri

Mühendislik olaylarında genel olarak birden çok katı cisim birbirine çeşitli yöntemlerle bağlanarak bir katı cisim sistemi oluştururlar. Bu sistemlere TAŞIYICI SİSTEMLER denir.

Taşıyıcı Sistemler,

- *Kafes sistemler (Trusses)
- *Çerçeveler (Frames)
- *Makinalar (Machines)
- *Kirişler (Beams)
- * Halat ve zincir (Cables and chains)

olmak üzere sınıflandırılırlar.

Bu bölümde yukarıdaki sistemlerin analizini yaparak sistemin parçalarına etkiyen kuvvetleri elde edeceğiz. Sistemin **statik olarak çözülebilir (izostatik)** olduğunu varsayıyoruz.

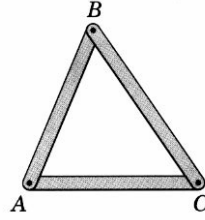
Öncelikle Kafes Sistemlerini inceleyeceğiz.

Tanım: Uçları birbirine bağlanan düzgün katı cisimlerin (çubukların) oluşturduğu rijid cisme KAFES SİSTEM denir.

- 1) Düzlemsel kafes sistem
- 2) Uzaysal kafes sistem

En küçük rijid ve rijid olmayan kafes elemanları

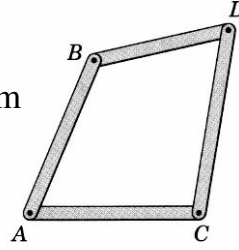
Üçgen bazlı kafes
sisteme **Basit Kafes**
denir



(a)

Rijit (şeklini koruyan)

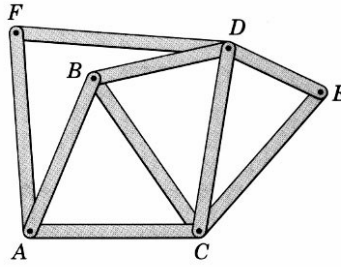
Rijit olmayan kafes sistem



(b)

AD veya BC
elemanlarının ilavesi ile
Rijit yapılabilir.

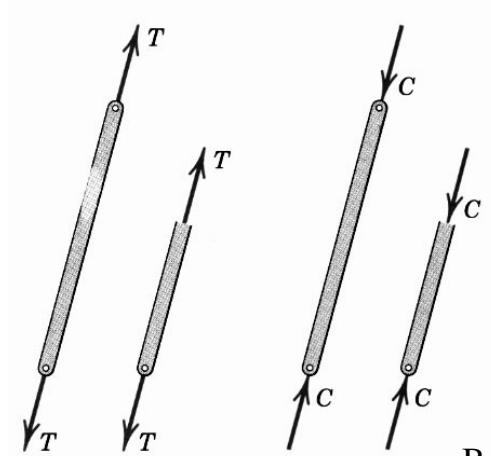
DE CE veya DF, AF BC
elemanlarının ilavesi ile
kafes sistem
geliştirilebilir.



(c)

Geliştirme, iki eleman ve
bir düğüm noktası ile
yapılır.

Kafesi oluşturan çubuk elemanlar



Çekme

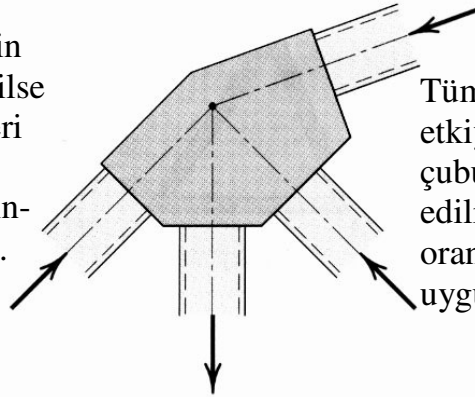
Tension

Compression

Baskı-Basınç

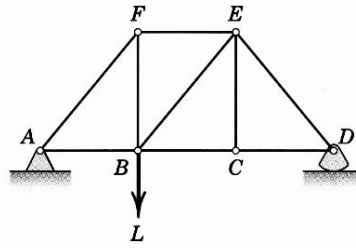
Çubukların düğüm noktalarında birleşmeleri

Çubuklar kaynak, perçin yada cıvata ile birleştirilse bile çubukların eksenleri birleşme noktasında kesişiyorsa mafsallı (pin-joint) olduğu varsayılır.

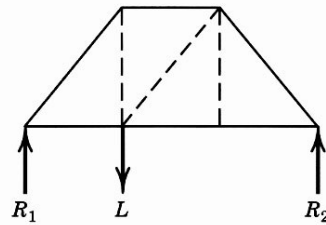


Tüm dış kuvvetler mafsala etkiyor varsayılır çubukların ağırlığı ihmal edilir. Edilmiyorsa $\frac{1}{2}$ oranında mafsallara uygulanır.

Düğüm Dengesi Yöntemi

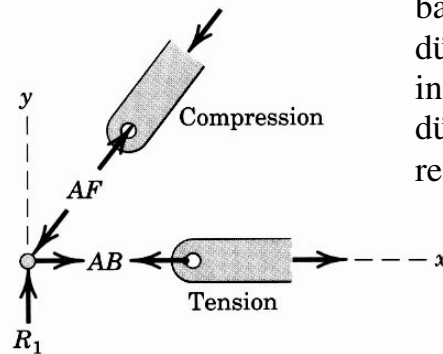


(a)



(b)

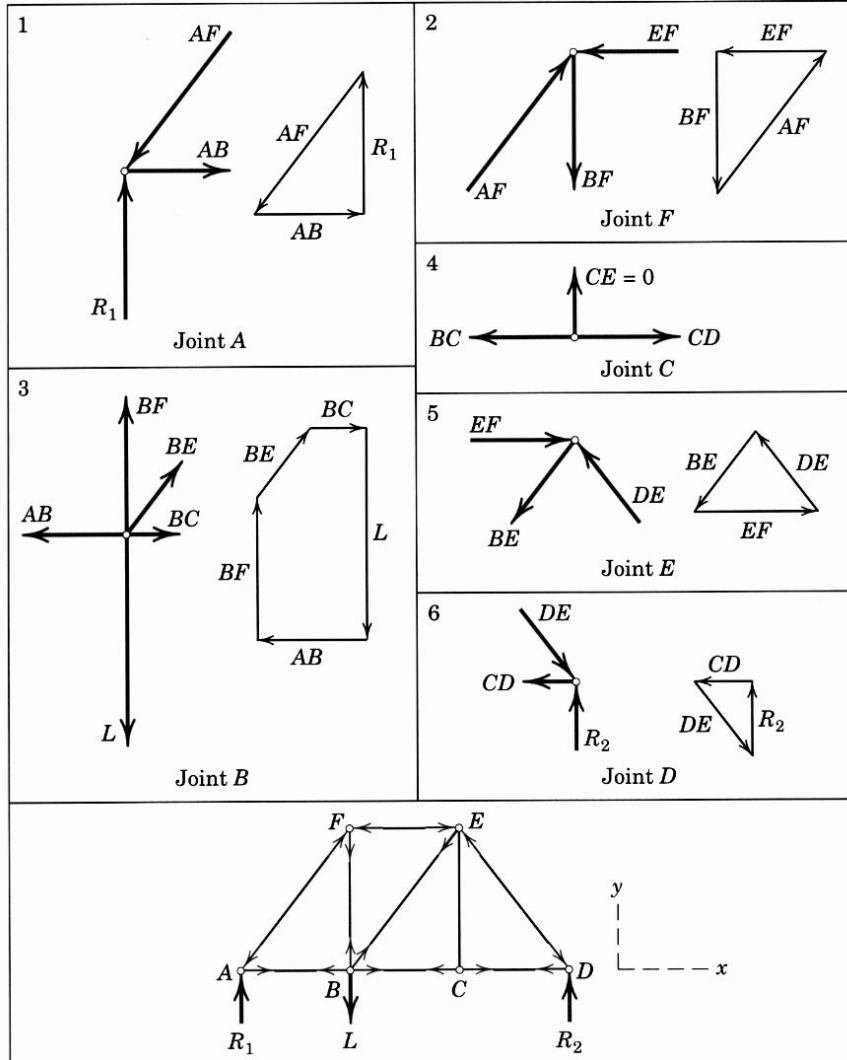
A Düğümüne etki eden kuvvetler



Önce:

Tüm sistemin serbest cisim diyagramı reaksiyonları elde etmekte kullanılır. Sonra en çok iki bilinmeyeni olan düğümden başlanarak tüm düğümlerin dengesi incelenir. Ve düğümlerdeki reaksiyonlar bulunur.

Değişik düğüm noktalarına etki eden kuvvetler

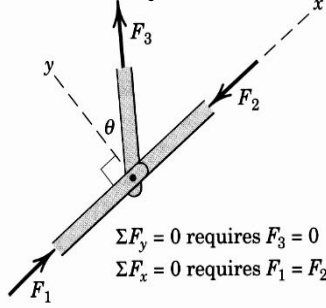


$m+3=2j$; j : Düğüm sayısı, m eleman sayısı.

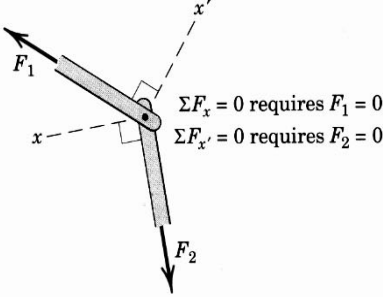
$m+3 > 2j$ ise fazla iç bağ vardır, çözülemez. $m+3 < 2j$ ise eksik dış bağlı, yük altında çöker.

Özel Düğüm Noktaları

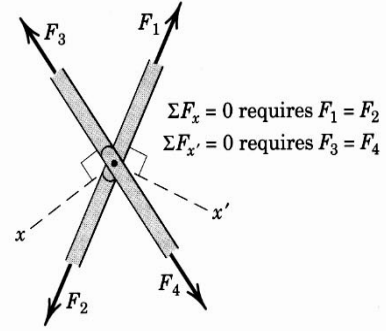
Bel vermeyi önler



(a)



(b)



(c)

θ dan bağımsız.

Yük yok ($F_3=0$)

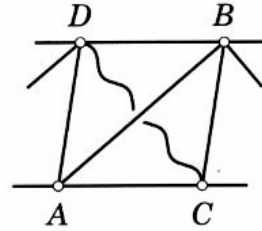
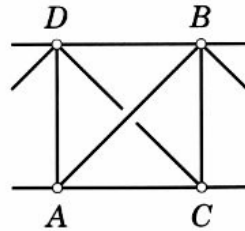
Yük yok

Yük yok

Basınç ve çekme halinde
geçerli y doğrultusunda yük
var ise $F_3 \neq 0$ dır.

Özel Çapraz Elemanlar (Çapraz Gergi)

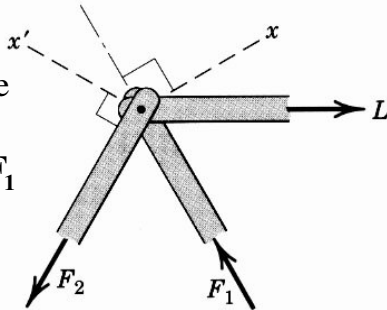
Katı ve çapraz
bağlamada sistem
çözüksüz.
(Yük taşıyorsa)



Özel Düğüm Noktalarında Uygun Eksen Takımı Seçimi

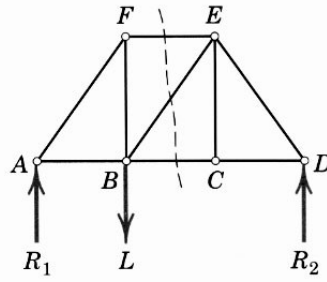
İki bilinmeyen halinde
uygun eksen seçilerek
bilinmeyenin biri elimine
edilebilir.

$$\Sigma F_x \Rightarrow F_2 \text{ ve } \Sigma F_{x'} \Rightarrow F_1$$

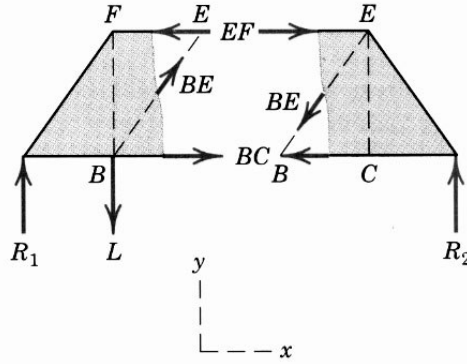


Elastik bağ ise
asimetrik yükte
yamulma olur. DC iptal,
AB kalır. AB çekme
yükü taşır. Hesap
sonunda, AB çekme
çubuğu çıkmaz ise iptal
edilir. DC çekme yükü
taşır.

Kesim Yöntemi



(a)



(b)

KESİM YÖNTEMİ

- 1) $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, 'ın yanı sıra $\sum M = 0$, avantajını sağlar.
- 2) İstenen elemanlardaki kuvveti hemen her zaman direkt olarak hesaplamayı sağlar.
- 3) İstenen kuvveti bulmak için düğüm yöntemiyle ilerlemeye gerek kalmaz.
- 4) Kesimi yaparken en çok üç bilinmeyen kuvvet olmalı.
- 5) Bağ kuvvetleri yine tüm sistemin serbest cisim diyagramından öncelikle elde edilir.
- 6) İstenen kuvvetlerden biri BE yi içine alacak hayali bir kesim yapılır. EF ve BC de bilinmeyen olarak çıkar.
- 7) Kesimin her ikisi de dengededir.
- 8) Kesilen çubuklardaki kuvvetler ister çekme ister baskı olsun daima çubuğun doğrultusundadır.

9) Bilinmeyen kuvvetlerin yönü sezgisel olarak işaretlenebilir, ancak hesaplarla kontrol edilmelidir.

10) Moment alınan noktanın iyi seçimi bilinmeyen iki kuvveti elimine eder, biri doğrudan elde edilir. (B noktası)

11) Gerektiğinde birden fazla noktaya göre moment yazılabilir (B ve E gibi).

12) Momentin yanısıra $\sum F_x = 0$ ve $\sum F_y = 0$ kullanılır.

13) Kesimin serbest cisim diyagramında iç kuvvetler(elemanlar) çizilmez.

14) Kesimi düğümlerden geçmeyecek şekilde çizersek çubuk kuvvetlerini serbest cisim diyagramında açıkça gösterebiliriz.

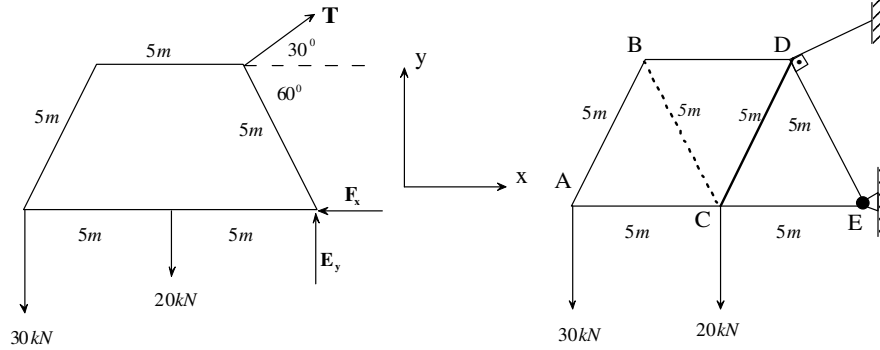
15) Her iki kesim de kullanılabilir. Ancak az kuvvet taşıyan çözüm daha kolay çözüm verir.

16) Düğüm yöntemi ile kesim yöntemi beraber kullanılabilir. Daha iyi sonuç verir.

17) Moment merkezi kesimin üzerinde veya dışında seçilebilir. Önemli olan bilinmeyen kuvvetlerin çoğunun geçtiği nokta olmasıdır.

Örnek Problem 4/1 : Şekildeki çıkma çatı (konsol makas) kafes sisteminin her elemanının kuvvetlerini DÜĞÜM yöntemi ile hesaplayınız.

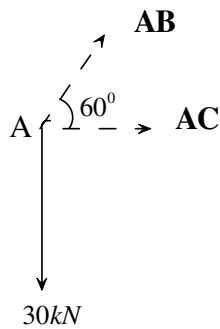
Tüm Sistem:



$$\sum M = 0 \Rightarrow \sum M_E = 0 \Rightarrow -5T + 20(5) + 30(10) = 0 \Rightarrow T = 80kN$$

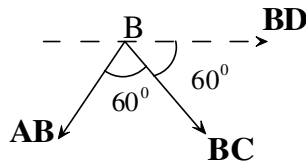
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 80 \cos 30 - E_x = 0 \Rightarrow E_x$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 80 \sin 30 + E_y - 30 - 20 = 0 \Rightarrow E_y = 10kN$$



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 0.866AB - 30 = 0 \Rightarrow AB = 34.6kN, \text{çekme}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 0.5(34.6) + AC = 0 \Rightarrow AC = -17.32kN, \text{basınç}$$

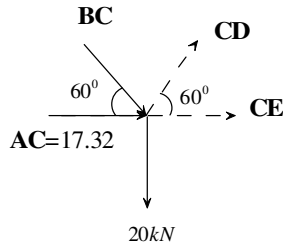


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -0.866BC - 0.866(34.6) = 0$$

$$\Rightarrow BC = -34.6kN, \text{basınç}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow BD - (34.6)(0.5) - (34.6)(0.5) = 0$$

$$\Rightarrow BD = 34.6kN, \text{çekme}$$

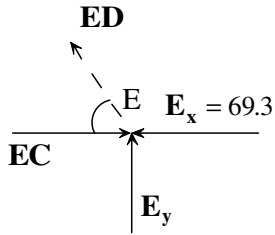


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 0.866CD - 20 - 0.866(34.6) = 0$$

$$CD = 57.7kN, \text{çekme}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow CE + 17.32 + 57.7(0.5) + 34.6(0.5) = 0$$

$$CE = -63.5kN, \text{çekme}$$



$$\sum F_y = 10 + ED(0.866) = 0 \Rightarrow ED = -11.55kN, \text{basınç}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -69.3 + 63.5 + (11.5)(0.5) = 0$$

$$-69.3 + 63.5 + (11.5)(0.5) \cong 0 \text{ sağlanır.}$$

O düğümünü kontrol olarak kullanırız. Hesaplar doğru ise **denge denklemleri** sağlanır.

Örnek Problem 4/2: Şekildeki çıkma çatı sisteminde KL, CL ve CB elemanlarının kuvvetlerini kesim yöntemi ile hesaplayınız.

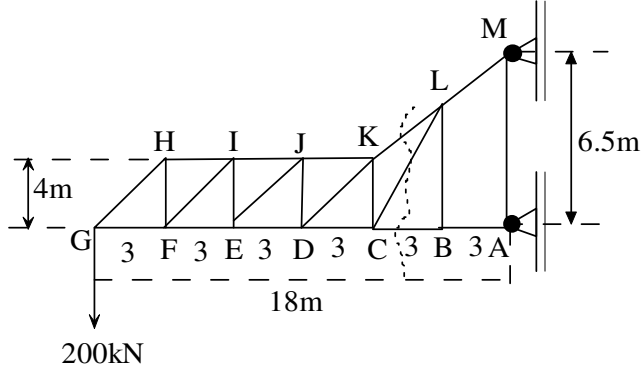
Tüm sistem:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -200 + A_y + M_y = 0$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x + M_x = 0$$

Reaksiyonlar çözülemez.
MA elemanı statik olarak
çözülemez.

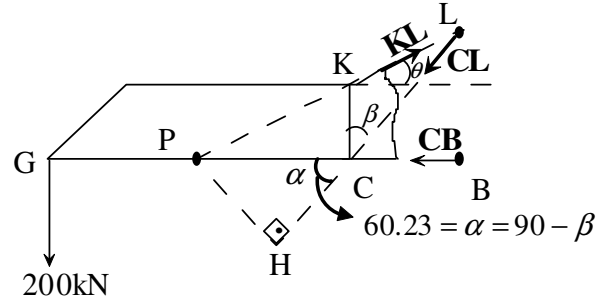
Doğrudan ilgili kısmın sol kesitine geçelim.



$$\sum M = 0 \Rightarrow -CB(BL) + 200(GB) = 0$$

$$-CB[4 + (6.5 - 4)\frac{1}{2}] + 200(15) = 0$$

$$CB = \frac{3000}{5.25} = 571 \text{ kN, basınç}$$



$$\sum M_C = 0 \Rightarrow 200(12) - (KL \cos \theta)4 = 0$$

$$KL = \frac{2400}{(0.923)(4)} = \frac{2400}{3.6923}$$

$$KL = 650 \text{ kN, çekme}$$

$$\sum M_P = 0 \Rightarrow 200(PG) - CL(PH) = 0, \quad PG = 12 - CP$$

$$\cos \theta = \frac{6}{6.5 - 4} = \frac{PC}{4} \Rightarrow PC = 9.6 \text{ m}$$

$$200(12 - 9.6 - CL(0.868)(9.6) = 0$$

$$CL = 57.6 \text{ kN, basınç}$$

$$\tan \theta = \frac{2.5}{6} = 0.4166$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}} = 0.923$$

$$\sin 60.23 = \frac{PH}{PC} \Rightarrow PH = PC \sin 60.23$$

$$PH = 0.868 PC$$

$$\tan \beta = \cot \theta (90 - \beta) = \frac{CB}{LB} = \frac{3}{5.25}$$

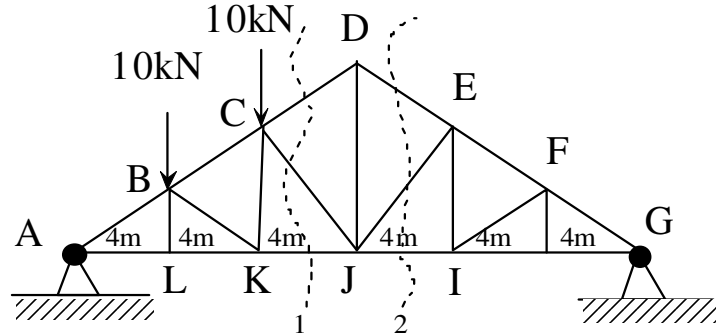
$$\beta = \tan^{-1} \frac{3}{5.25} \Rightarrow \beta = 29.74$$

Örnek problem 4/3: Şekildeki Howe çatı kafesinin D-J elamanının kuvvetini hesaplayınız. Mesnetlerdeki yatay reaksiyonları ihmal ediniz.

Tüm sistem:

$$\sum M_G = 0 \Rightarrow -24A_y + 10(20) + 10(16) + 10(18) = 0$$

$$A_y = \frac{440}{24} = 18.33$$



1. Kesimi:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -10(4) - 10(8) + 12(CJ \sin \alpha) = 0$$

$$\tan \theta = \frac{6}{12} = 0.5 \Rightarrow \theta = 26.56$$

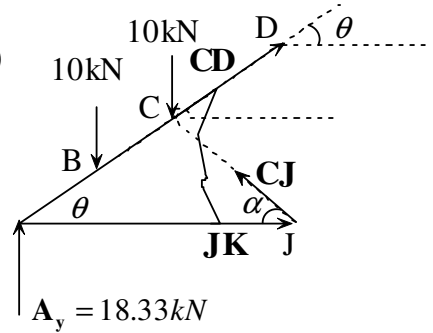
$$\tan \theta = 0.5 = \frac{h}{8} \Rightarrow h = 4 \Rightarrow \alpha = 45$$

$$-40 - 80 + 12(0.707CJ) = 0$$

$$CJ = 14.1k, \text{basınç}$$

$$\sum M_J = 0 \Rightarrow -18.33(12) + 10(8) + 10(4) - 0.894CD(6) = 0$$

$$CD = -18.6kN, \text{basınç}$$

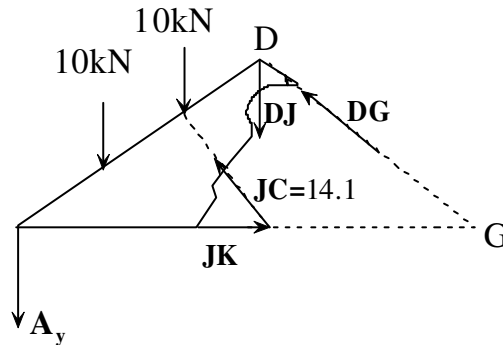


2. Kesim:

$$\sum M_G = 0 \Rightarrow 12(DJ) + 10(16) + 10(20)$$

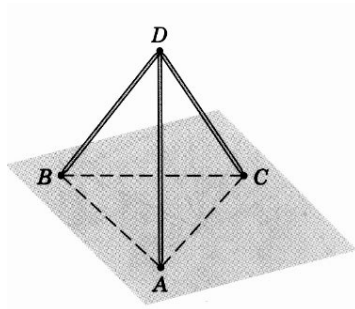
$$-18.3(24) - 14.1(0.707)(12) = 0$$

$$DJ = 16.6kN, \text{çekme}$$

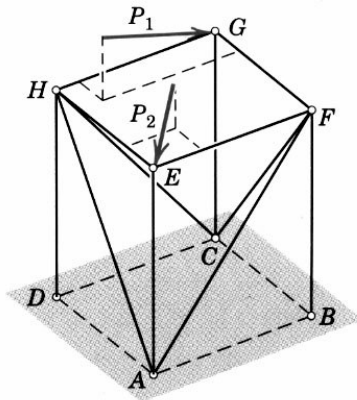
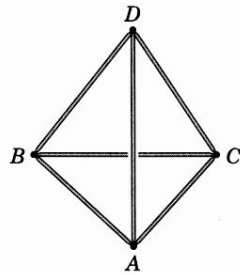


Not: **CJ** nin momenti hesaplanırken Bileşenlerinin yine J'ye etki ettiği kabul edildi.

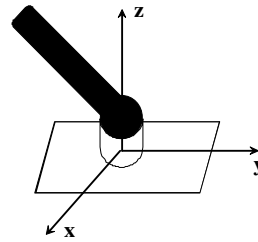
Uzay Kafes Sistemleri



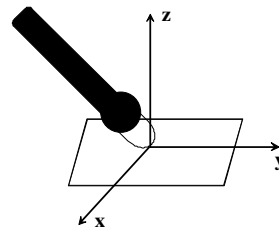
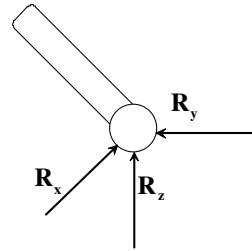
(a)



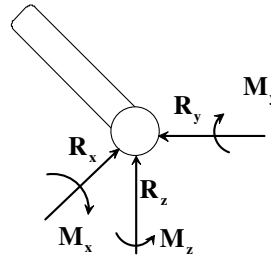
(c)



Küresel Mafsal
(Ball and
socket joint)



Sabit Küresel
Mafsal
(Gömme veya
kaymalı)



Düğüm Dengesi Yöntemi

..... $\Sigma \mathbf{F} = 0$

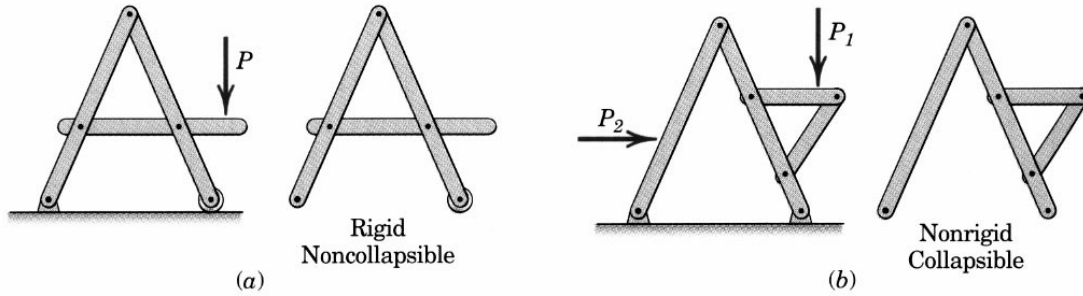
Kesim Yöntemi $\Sigma \mathbf{F} = 0$ $\Sigma \mathbf{M} = 0$

UZAY KAFES SİSTEMLER

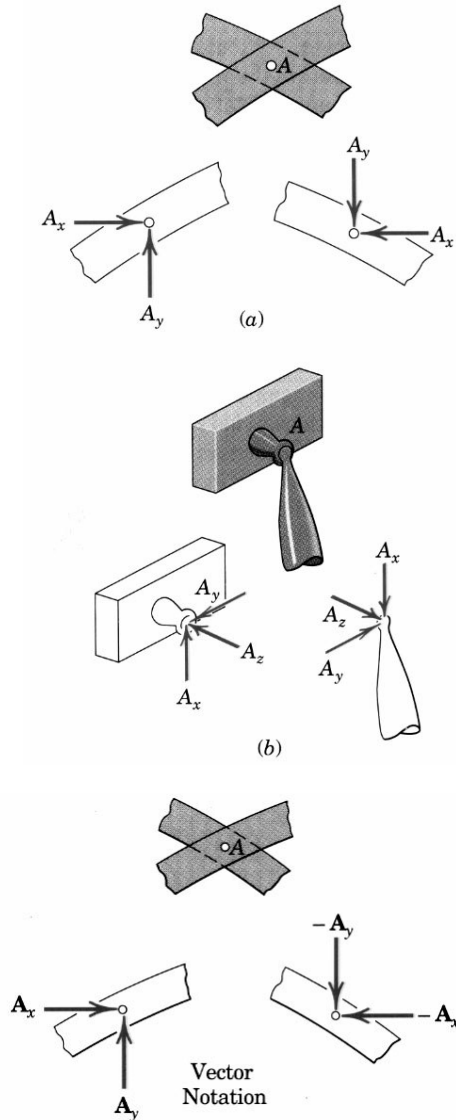
- 1) Düzlemleri aynı olmayan üç düzlemsel kafes sisteminin KÜRESEL MAFSAL ile birbirlerine bağlanmaları ile oluşur.
- 2) Düzgün bir dörtyüzlü Rijid bir UZAY kafestir.
- 3) Uzak kafes sistemde üç çubuk ve bir düğüm ilavesi ile geliştirilebilir. (AF, BF, ve CF çubukları ve F düğümü)
- 4) Düğüm sayısı j ve çubuk sayısı m olan bir uzay kafes sistemde
 - a) $m + 6 = 3j$ ise izostatiktir.
 - b) $m + 6 > 3j$ ise fazla eleman var. Statik olarak hesaplanamaz.
 - c) $m + 6 < 3j$ ise iç bağ (eleman) eksikliği var. Sistem çöker.
- 5) $\Sigma \mathbf{F} = 0$ her düğüme uygulanarak düğüm yöntemi ile çözüm yapılabilir.
- 6) $\Sigma \mathbf{F} = 0$ ve $\Sigma \mathbf{M} = 0$ denklemleri kullanılarak kesim yöntemi ile de çözüm yapılabilir.
- 7) $\Sigma \mathbf{F} = 0$, $\Sigma \mathbf{M} = 0 \Rightarrow 6$ skaler denklem yazılacağından kesim de en çok 6 bilinmeyen ortaya çıkmalı. Pratik değildir.

Çerçeve ve Makinalar

Rijit ve Oynak Sistemler



Mafsal Bağlantısı



ÇERÇEVE VE MAKİNALAR

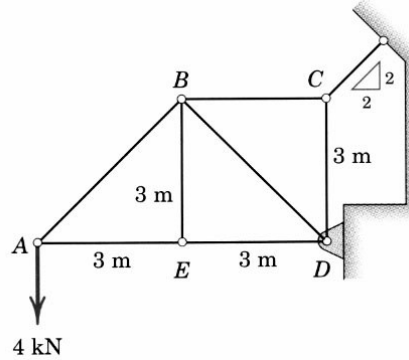
Tanım: En az bir elemanına üç veya daha fazla kuvvet etkiyen taşıyıcı sisteme ÇERÇEVE veya Makina denir. (Üç kuvvet veya iki kuvvet + bir çift)

- 1) Çerçeveler sabit konumda yük taşımak için dizayn edilirler.
- 2) Makinelerin hareketli kısımları vardır. Kuvvetleri ve çiftleri girişten – çıkışa taşımak için dizayn edilirler (input - output)
- 3) Kuvvet genelinde elemanların doğrultusunda değildir.
- 4) Çoğunlukla iki boyutlu olmalarına rağmen üçboyutlu (UZAYSAL) çerçeve ve makinalarda oldukça fazladır.
- 5) Her parçaya gelen kuvvetler, o parçanın sistemden izole edilmesiyle çizilen serbest cisim diyagramına $\Sigma \mathbf{F}=0$ ve $\Sigma \mathbf{M}=0$ denge denklemlerinin uygulanması ile elde edilir.
- 6) İzole etmede ETKİ-TEPKİ prensibi geçerlidir.
- 7) Ele aldığımız sistemler statik çözülebilirdirler.
- 8) Mesnetten ayırınca sistem şeklini koruyorsa sistemi tek bir rijid cisim olarak alabiliriz. [a]
- 9) Sistemi elemanlarına ayırarak her parçaya denge denklemlerini uyguluyoruz.
- 10) Mesnetten ayrılan sistem şeklini koruyamıyorsa, mesnet reaksiyonlarını da sistemin parçaları üzerindeki hesaplarla elde ederiz.
- 11) Parçalara etkiyen kuvvetlerin yönünü sezgisel olarak koyarız ve hesaplarla kontrol ederiz. (a), (b)

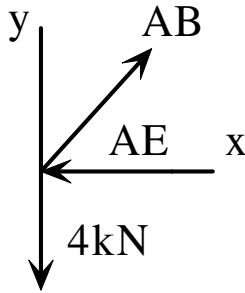
UYGULAMA PROBLEMLERİ

Problem : 1 (4/3)

Şekildeki kafes sisteminde BE ve BD çubuklarına gelen kuvvetleri bulunuz.



A Düğümü :



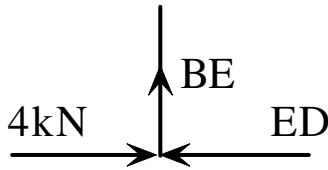
$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow AB \sin 45 - 4 = 0$$

$$AB = 5.66 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow 5.66 \cos 45 - AE = 0$$

$$AE = 4 \text{ kN (basınç)}$$

E Düğümü:

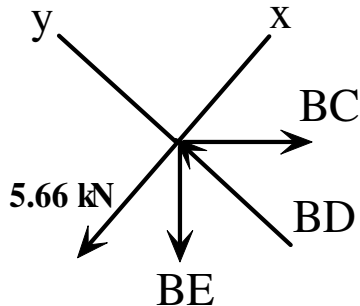


$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow BE = 0$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow 4 - BE = 0$$

$$ED = 4 \text{ kN (Basınç)}$$

B Düğümü:



$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow BC \cos 45 - 5.66 = 0$$

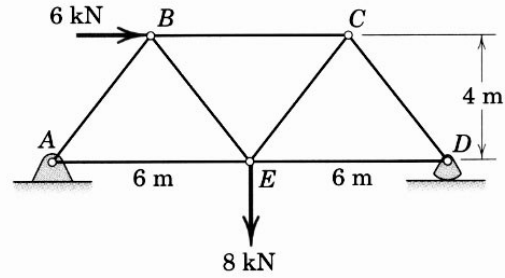
$$BC = 8 \text{ kN (çekme)}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow BD - 8 \cos 45 = 0$$

$$BD = 5.66 \text{ kN (basınç)}$$

Problem : 2 (4/6)

**Bütün üçgenlerin eşkenar olduğu
şekildeki kafes sisteminde bütün
çubuklara gelen kuvvetleri bulunuz.**



$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow 12F_{Dy} - 6(4) - 8(6) = 0$$

$$F_{Dy} = 6 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{Ay} + 6 - 8 = 0$$

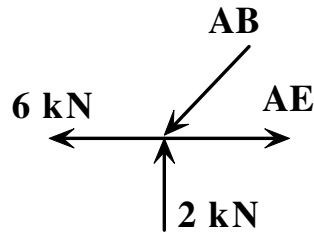
$$F_{Ay} = 2 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_{Ax} = 0$$

$$\cos \theta = 3/5$$

$$\sin \theta = 4/5$$

A Düğümü:



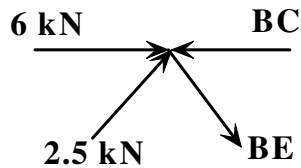
$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{AB} (4/5) - 2 = 0$$

$$F_{AB} = 2.5 \text{ kN (basıncı)}$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_{AE} - 6 - 2.5(3/5) = 0$$

$$F_{AE} = 7.5 \text{ kN (çekme)}$$

B Düğümü:



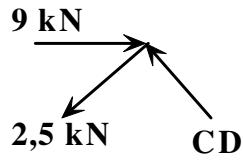
$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{BE} (4/5) - 2.5(4/5) = 0$$

$$F_{BE} = 2.5 \text{ kN (çekme)}$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow -F_{BC} + 6 + 2.5(3/5) + 2.5(3/5) = 0$$

$$F_{BC} = 9 \text{ kN (basıncı)}$$

C Düğümü:



$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{CE} (4/5) - F_{CD} (4/5) = 0$$

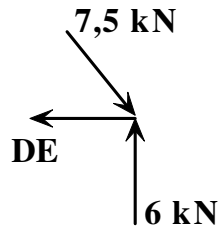
$$F_{CE} = F_{CD}$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_{CE} (3/5) + F_{CE} (3/5) - 9 = 0$$

$$F_{CE} = 7.5 \text{ kN} (\text{çekme})$$

$$F_{CD} = 7.5 \text{ kN} (\text{bas})$$

D Düğümü:



$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_{DE} - 7.5 (3/5) = 0$$

$$F_{DE} = 4.5 \text{ kN} (\text{çekme})$$

Problem : 3 (4/18)

Şekildeki kafes sisteminde AF, BE ve BF ve CE çubuklarına gelen kuvvetleri bulunuz.

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow -6(6) - 5(4) - 4(2) + F_{Gy} = 0$$

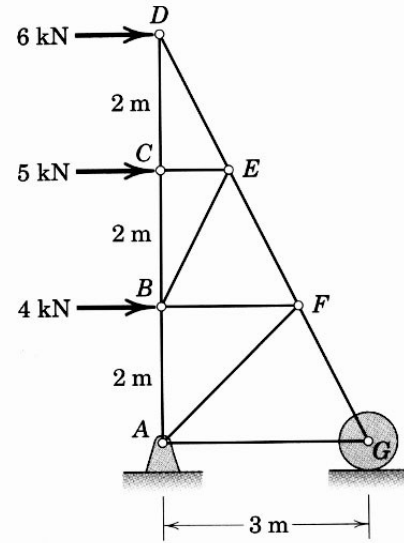
$$F_{Gy} = 21.3 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -F_{Ay} + F_{Gy} = 0$$

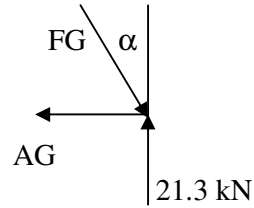
$$F_{Ay} = 21.3 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow 6 + 5 + 4 - F_{Ax} = 0$$

$$F_{Ax} = 15 \text{ kN}$$



G Düğümü:



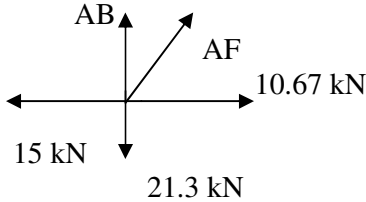
$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow 21.3 - F_{FG} \cos \alpha = 0$$

$$F_{FG} = 23.9 \text{ kN (bas)}$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow 23.9 \sin \alpha - F_{AG} = 0$$

$$F_{AG} = 10.67 \text{ (çekme)}$$

A Düğümü:



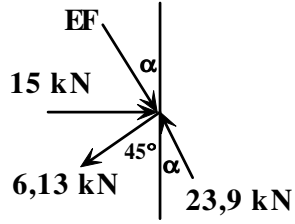
$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow 10.67 - 15 + F_{AF} \cos 45 = 0$$

$$F_{AF} = 6.13 \text{ kN (çekme)}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{AB} + 6.13 \sin 45 - 21.3 = 0$$

$$F_{AB} = 17 \text{ kN (çekme)}$$

F Düğümü:



$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -F_{EF} \cos \alpha + 23.9 \cos \alpha - 6.13 \sin 45 = 0$$

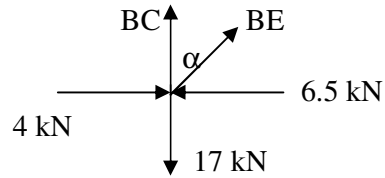
$$F_{EF} = 19.01 \text{ kN} (\text{bas})$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow$$

$$19.01 \sin \alpha + F_{BF} - 6.13 \cos 45 - 23.9 \sin \alpha = 0$$

$$F_{BF} = 6.50 \text{ kN} (\text{bas})$$

B Düğümü:

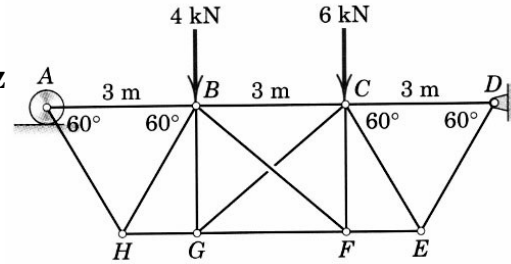


$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_{BE} \sin \alpha + 4 + 6.50 = 0$$

$$F_{BE} = 5.59 \text{ kN} (\text{çekme})$$

Problem : 4 (4/21)

Şekildeki kafes sisteminde AB, BH ve BG çubuklarına gelen kuvvetleri bulunuz. BF ve CG elemanları sadece çekme kuvveti taşıyabilmektedirler.



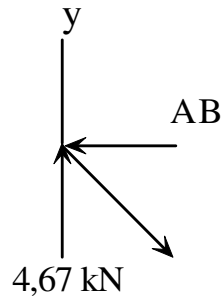
$$\sum M_A = 0 \rightarrow -4(3) - 6(6) + F_{Dy} = 0$$

$$F_{Dy} = 5.33 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -4 - 6 + 5.33 + F_{Ay} = 0$$

$$F_{Ay} = 4.67 \text{ kN}$$

A Düğümü:



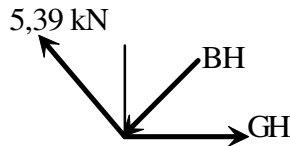
$$\sum F_y = 0 \rightarrow -F_{AH} \sin 60 + 4.67 = 0$$

$$F_{AH} = 5.39 \text{ kN} (\text{çekme})$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow 5.39 \cos 60 - F_{AB} = 0$$

$$F_{AB} = 2.69 \text{ kN} (\text{bas})$$

H Düğümü:

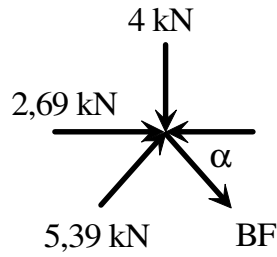


$$\sum F_y = 0 \rightarrow 5.39 \cos 30 - F_{BH} \sin 60 = 0$$

$$F_{BH} = 5.39 \text{ kN} (\text{bas})$$

Çapraz elemanlardan BF elemanının yük taşıdığını ve BG nin yük taşımadığı kabul edilsin. Bu durumda;

B Düğümü:



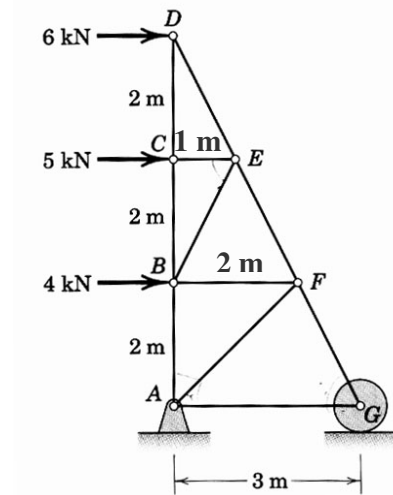
$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow 5.39 \sin 60 - 4 - F_{BF} \sin \alpha = 0$$

$$F_{BF} = 1.018 \text{ kN} (\text{çekme})$$

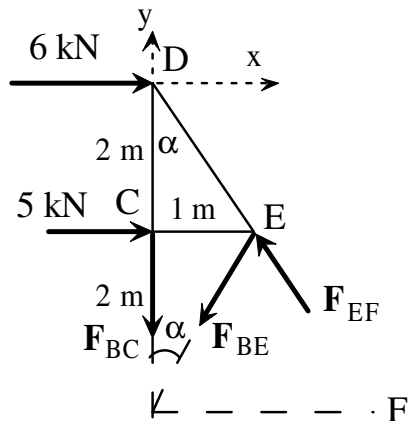
$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{2.60}{3} \right) = 40.9^\circ$$

Problem : 5 (4/30)

Şekildeki kafes sisteminde BE çubuğuna gelen kuvveti kesim yöntemi ile bulunuz.



Kafes sistemini, CB, EB ve EF çubuklarından geçecek şekilde kesip, üst kısmın serbest cisim diyagramı çizilecek olursa;



$$\Sigma \mathbf{M}_D = 0$$

$$5\mathbf{i} \times (-2\mathbf{j}) + \mathbf{OB} \times \mathbf{F}_{BE} = 0$$

$$10\mathbf{k} + (-4\mathbf{j}) \times F_{BE} (-\sin \alpha \mathbf{i} - \cos \alpha \mathbf{j}) = 0$$

$$10\mathbf{k} - 4 \sin 26.6^\circ F_{BE} \mathbf{k} = 0$$

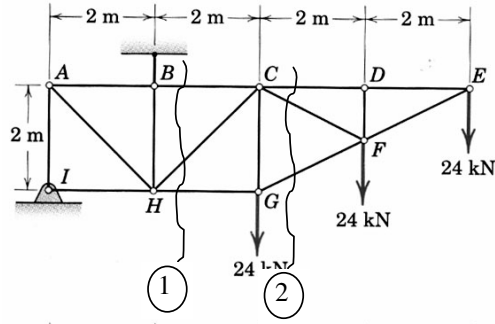
$$\alpha = \tan^{-1} (1/2) = 26.6^\circ$$

$$\Sigma \mathbf{M}_D = 0 \rightarrow 5(2) - F_{BE} \sin 26.6^\circ (4) = 0$$

$$F_{BE} = 5.59 \text{ kN} (\text{çekme})$$

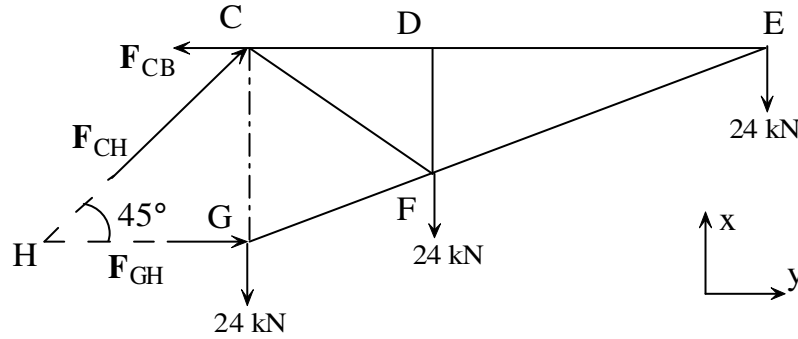
Problem : 6 (4/33)

Şekildeki kafes sisteminde CH ve CF çubuklarına gelen kuvvetleri kesim yöntemi ile bulunuz.



Kafes sistemi CB, CH ve GH çubuklarından kesilerek ikiye ayrılıp, sağ tarafın serbest cisim diyagramı çizilecek olursa;

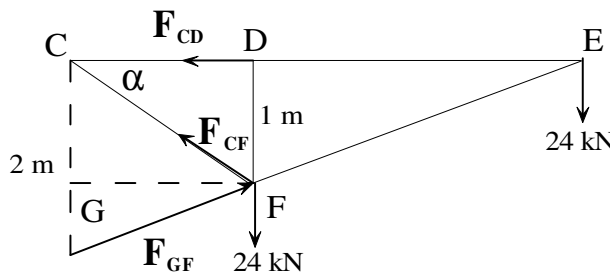
1.ci kesim



$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{CH} \sin 45 - 3(24) = 0$$

$$F_{CH} = 101.8 \text{ kN (bas)}$$

2.ci kesim



$$\sum M_E = 0$$

$$\mathbf{ED} \times (-24\mathbf{j}) + (\mathbf{EC}) \times \mathbf{F}_{CF} = 0$$

$$-2\mathbf{i}(-24\mathbf{j}) + (-4\mathbf{i}) \times \mathbf{F}_{CF} = 0$$

$$+48\mathbf{k} - 4\mathbf{i} \times \mathbf{F}_{CF}(\cos \alpha \mathbf{i} + \sin \alpha \mathbf{j}) = 0$$

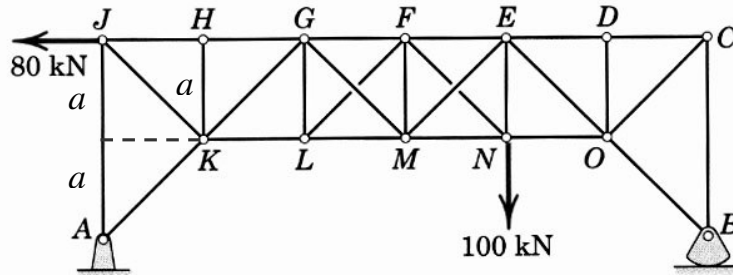
$$48\mathbf{k} - (4)\mathbf{F}_{CF} \sin 26.6\mathbf{k} = 0$$

$$\alpha = \tan^{-1}(1/2) = 26.6^\circ$$

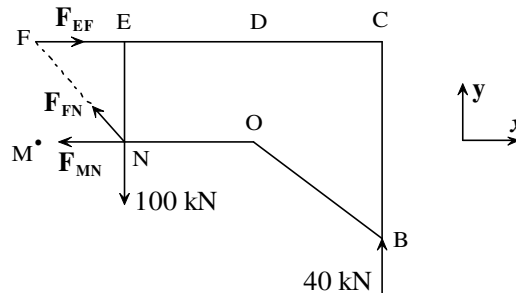
$$\sum M_E = 0 \rightarrow 24(2) - F_{CF} \sin 26.6(4) = 0$$

$$F_{CF} = 26.8 \text{ kN (çekme)}$$

Şekildeki kafes sisteminde bütün üçgenler ikizkenar dik üçgendir. Ortadaki çapraz elemanların kablo gibi basınç kuvveti taşıyamayan elemanlar olduğu bilindiğine göre, bu çapraz elemanlara ve MN çubuğuna etkiyen kuvvetleri bulunuz.


$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow F_B(6a) - 100(4a) + 80(2a) = 0$$

Çapraz elemanların olduğu kısımdan alınan kesitte, serbest cisim diyagramı;



$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow \frac{F_{FN}}{\sqrt{2}} + 40 - 100 = 0$$

$$\Sigma M_E = 0 \rightarrow 40(2a) - 84.8\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right) - F_{MN}(a) = 0$$

$$F_{MN} = 20kN(\text{çekme})$$

Orta kısımdaki çapraz elemanlardan geçen kesim alınarak, serbest cisim diyagramı çizildiğinde;

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_{GM} = 84.8 \text{ kN (çekme)}$$

Problem : 8 (4/54)

Şekildeki uzay kafes sisteminde AB, AC ve AD çubuklarına etkiyen kuvvetleri bulunuz. M noktası BCD üçgeninin geometrik merkezidir.

$$B(-0.577, -1, 0)$$

$$C(1.155, 0, 0)$$

$$D(-0.577, 1, 0)$$

A düğümünün dengesi için serbest cisim diyagramı çizilecek olursa; AB, AC ve AD çubuklarına etkiyen kuvvet vektörleri;

$$\mathbf{T}_{AB} = T_{AB} \frac{-0.577\mathbf{i} - \mathbf{j} - 3\mathbf{k}}{\sqrt{0.577^2 + 1^2 + 3^2}}$$

$$\mathbf{T}_{AB} = T_{AB} (-0.1796\mathbf{i} - 0.311\mathbf{j} - 0.933\mathbf{k})$$

$$\mathbf{T}_{AC} = T_{AC} \frac{1.155\mathbf{i} - 3\mathbf{k}}{\sqrt{1.155^2 + 3^2}}$$

$$\mathbf{T}_{AC} = T_{AC} (0.359\mathbf{i} - 0.933\mathbf{k})$$

$$\mathbf{T}_{AD} = T_{AD} \frac{-0.577\mathbf{i} + \mathbf{j} - 3\mathbf{k}}{\sqrt{0.577^2 + 1^2 + 3^2}}$$

$$\mathbf{T}_{AD} = T_{AD} (-0.1796\mathbf{i} + 0.311\mathbf{j} - 0.933\mathbf{k})$$

şeklinde yazılabilir. Üç doğrultudaki kuvvet dengesi yazılırsa;

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow (-0.1796T_{AB} + 0.359T_{AC} - 0.1796T_{AD} = 0$$

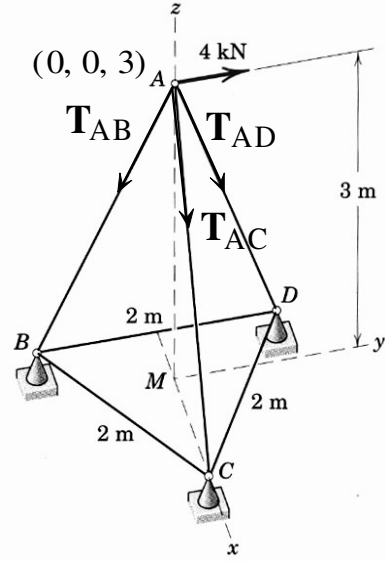
$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow (4 - 0.311T_{AB} + T_{AD} = 0$$

$$\Sigma F_z = 0 \rightarrow (-0.933T_{AB} - 0.933T_{AC} - 0.933T_{AD} = 0$$

$$T_{AB} = 6.43\text{kN}(\text{çekme})$$

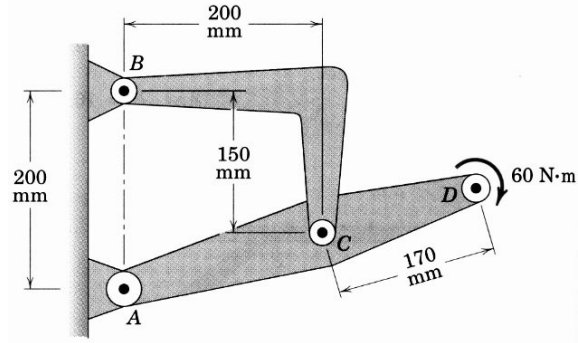
$$T_{AC} = 0$$

$$T_{AD} = -6.43\text{kN}(\text{bas})$$



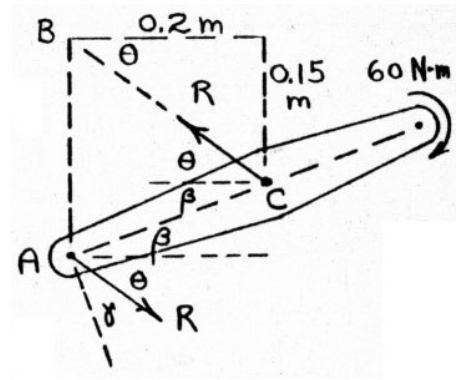
Problem : 9 (4/71)

Şekildeki sistemde, BC parçası, 60 N'luk kuvvet çifti etkisinde ACD parçasının dönmesini engellemektedir. A mesnetine etki eden kuvvetin (R) büyüklüğünü bulunuz.



BC elemanına etki eden kuvvetler incelendiğinde, B ve C deki kuvvetlerin BC doğrultusunda olduğu görülür.

ACD elemanının serbest cisim diyagramı çizildiğinde, denge için A mafsalsındaki R kuvvetinin C'deki kuvvete eşit ve AC doğrultusuna paralel olacağı görülür. Ayrıca A ve C'deki paralel kuvvetlerin oluşturacağı kuvvet çiftinin D noktasına uygulanan 60 N.m'lik kuvvet çiftine eşit ama zıt yönde olması gerekir.



Şekildeki açılar ;

$$\theta = \tan^{-1} \frac{0.15}{0.20} = 36.9^\circ$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{0.2 - 0.15}{0.20} = 14.04^\circ$$

$$\gamma = 90^\circ - \theta - \beta = 39.1^\circ$$

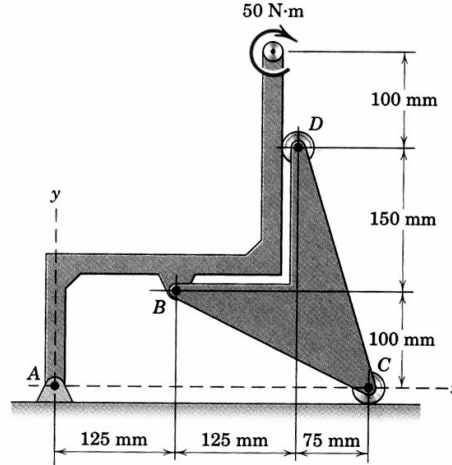
$$AC = \sqrt{(0.2 - 0.15)^2 + 0.2^2} = 0.206m.$$

$$\Sigma M = 0 \rightarrow R \sin(36.9 + 14.04)(0.206) - 60 = 0$$

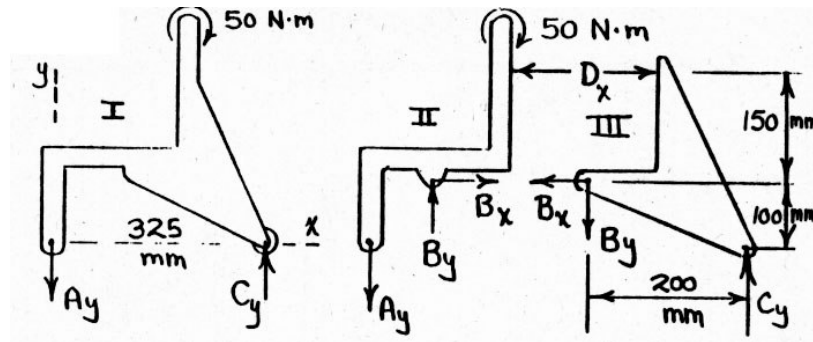
$$R = 375N.$$

Problem : 10 (4/79)

Şekildeki sistemde, parçaların ağırlıklarını ihmal ederek, her iki parçaya etki eden parçaların x ve y bileşenlerini bulunuz.



Sistemin bütününde ve parçalarında serbest cisim diyagramları çizilirse;



I no'lu serbest cisim diyagramından;

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow C_y(0.325) - 50 = 0$$

$$C_y = A_y = 153.8N$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow A_x = 0$$

III no'lu parçanın serbest cisim diyagramından;

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow 153.8(0.200) - 0.150D_x = 0$$

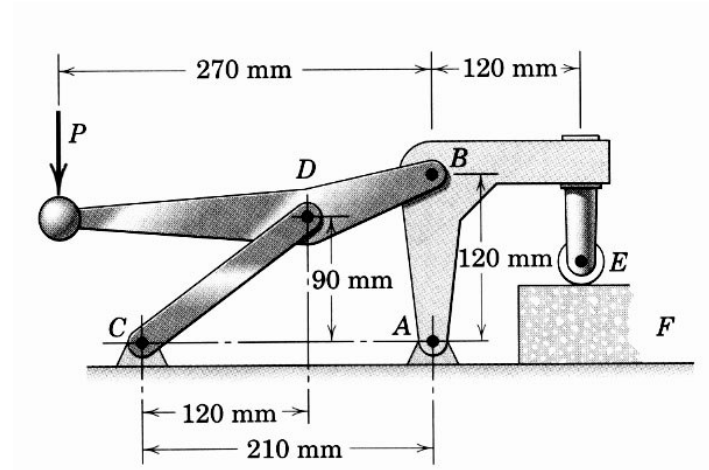
$$D_x = 205N$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow 205 - B_x = 0 \rightarrow B_x = 205N$$

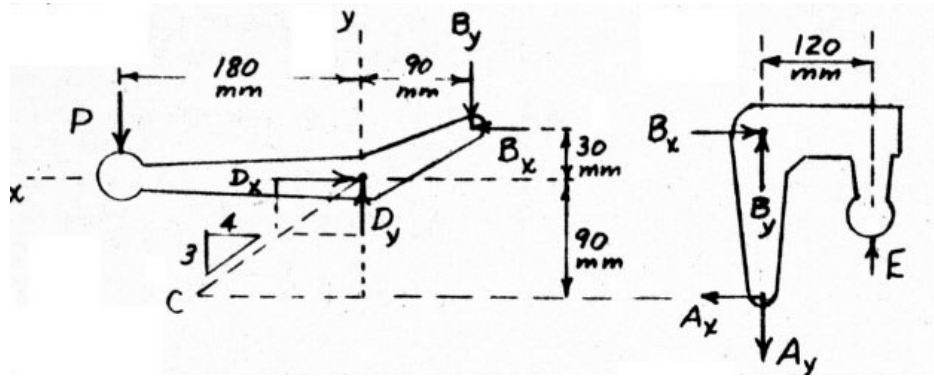
$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow 153.8 - B_y = 0 \rightarrow B_y = 153.8N$$

Problem : 11 (4/89)

Şekildeki küçük baskı makinasında, uygulanan P kuvveti sonucunda, E noktasında F cisminde etki eden baskı kuvvetini bulunuz.



Parçaların serbest cisim diyagramları çizilecek olursa;



CD elemanına etki eden kuvvetlerin denge için aynı doğrultu ve zıt yönde olmaları sonucuna varılır.

Bu durumda;

$$D_y = \frac{3}{4} D_x$$

BD parçasının dengesinden;

$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow 270P + 30D_x - 90\left(\frac{3}{4}D_x\right) = 0$$

$$D_x = \frac{36P}{5}$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow B_x = D_x = \frac{36P}{5}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow B_y + P - \frac{3}{4}\left(\frac{36P}{5}\right) = 0$$

$$B_y = \frac{22P}{5}$$

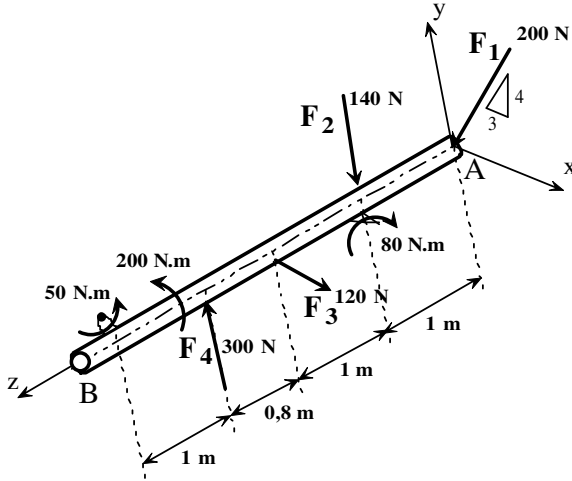
ABE parçasının dengesinden;

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow 120E - \frac{36P}{5}(120) = 0$$

$$E = \frac{36P}{5} = 7.2P$$

bulunur.

Soru 1 : Şekildeki mile dört kuvvet ve üç çift etkimektedir. Bileşenlerin R_x , R_y , R_z koordinatlarını ve toplam momentin M_x , M_y , M_z koordinatlarını hesaplayınız. Sistemin invaryantını elde ediniz. Sistem nasıl indirgenebilir? Açıklayınız.



$$F_1 = 200 \cdot \left(-\frac{3}{5}\mathbf{i} - \frac{4}{5}\mathbf{j}\right)$$

$$F_2 = -140\mathbf{j}$$

$$F_3 = 120\mathbf{i}$$

$$F_4 = 300\mathbf{j}$$

$$\mathbf{R} = (120 - 120)\mathbf{i} + (-160 - 140 + 300)\mathbf{j}$$

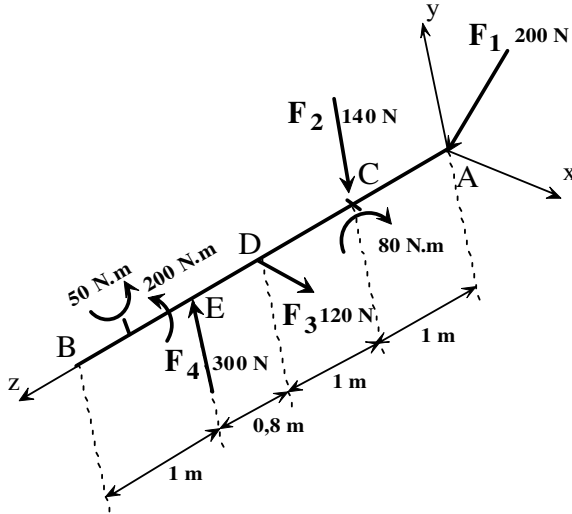
$$\mathbf{R} = \vec{0} \Rightarrow R_x = R_y = R_z = 0$$

$$\mathbf{M}_A = \mathbf{AC} \times \mathbf{F}_2 + \mathbf{AD} \times \mathbf{F}_3 + \mathbf{AE} \times \mathbf{F}_4 - 80\mathbf{i} + 50\mathbf{j} + 200\mathbf{k}$$

$$\mathbf{M}_A = \mathbf{k} \times (-140\mathbf{j}) + 2\mathbf{k} \times (120\mathbf{i}) + 2,8\mathbf{k} \times 300\mathbf{j} - 80\mathbf{i} + 50\mathbf{j} + 200\mathbf{k}$$

$$\mathbf{M}_A = 140\mathbf{i} + 240\mathbf{j} - 840\mathbf{i} - 80\mathbf{i} + 50\mathbf{j} + 200\mathbf{k}$$

$$\mathbf{M}_A = (-780\mathbf{i} + 290\mathbf{j} + 200\mathbf{k}) \text{ N.m}$$



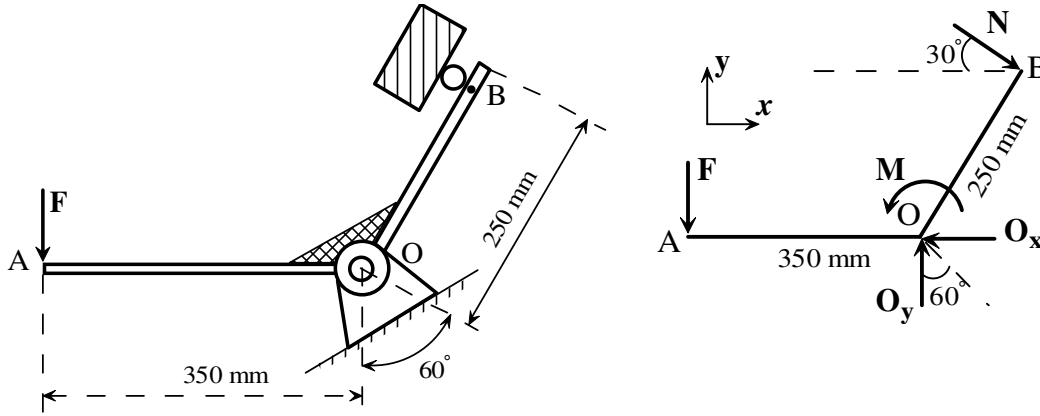
$$M_x = -780 \text{ N.m}, \quad M_y = 290 \text{ N.m}, \quad M_z = 200 \text{ N.m}$$

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{M}_A = \mathbf{R} \cdot \mathbf{M}_B = \dots = \mathbf{R} \cdot \mathbf{M}_Q = \text{Invariant} \Rightarrow \vec{0} \cdot \mathbf{M}_A = 0$$

Bileşke SIFIR, Moment $\neq 0$ olduğundan Sistem;

$$\mathbf{M}_A = -780\mathbf{i} + 290\mathbf{j} + 200\mathbf{k} \quad \text{ÇİFTİNE İNDİRGENİR.}$$

Soru 2: Şekildeki AOB dirseği O noktasında sabit mafsallı olup maksimum 3,5 kN yük taşıyabilmektedir. Dirseğin A ucuna tatbik edebileceğimiz maksimum yük ne olmalıdır.



$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -O_x + N \cdot \cos 30^\circ = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow O_y - F - N \cdot \sin 30^\circ = 0$$

$$M_O = 0 \Rightarrow \mathbf{OA} \times \mathbf{F} + \mathbf{OB} \times \mathbf{N} = 0$$

$$-350\mathbf{i} \times (-F\mathbf{j}) + 250(\cos 60^\circ \mathbf{i} + \sin 60^\circ \mathbf{j}) \times (N \cos 30^\circ \mathbf{i} - N \sin 30^\circ \mathbf{j}) = 0$$

$$350F\mathbf{k} + 250N(-\cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ - \sin 60^\circ \cos 30^\circ)\mathbf{k} = 0$$

$$350F + 250N(-0,25 - 0,75) = 0$$

$$N = \frac{350F}{250} = 1,4F$$

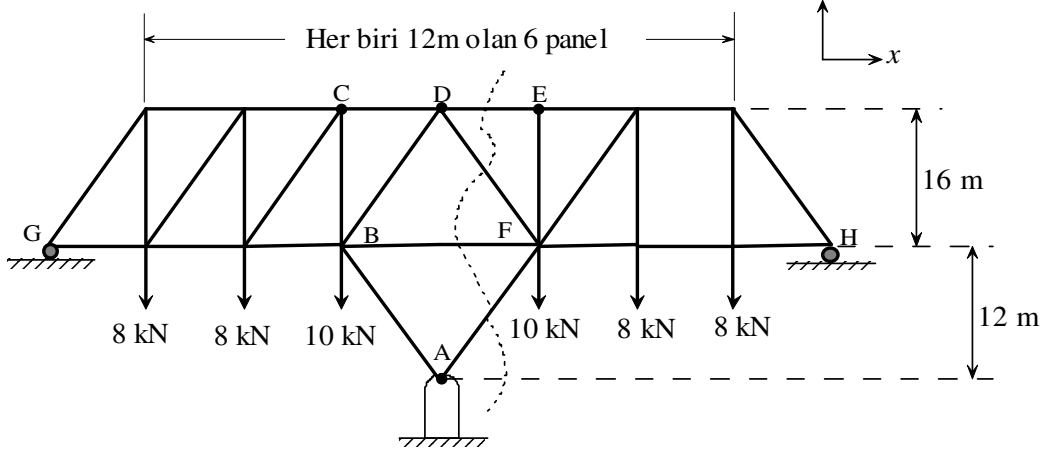
$$O_x = N \cos 30^\circ = 0,866N = 0,866(1,4F) = 1,212F$$

$$O_y = F + 1,4F \sin 30^\circ = F + 1,4(0,5)F = F + 0,7F = 1,7F$$

$$|\mathbf{O}| = \sqrt{O_x^2 + O_y^2} = \sqrt{(1,212F)^2 + (1,7F)^2} = 3,5 \text{ kN}$$

$$F = \frac{3,5}{2,08} \text{ kN} = 1,68 \text{ kN}$$

Soru 3: Şekildeki kafes sistemde A merkezî mesnedinin verilen düşey yüklerin yarısını taşıyabildiği bilindiğine göre BF elemanındaki F_{BC} kuvvetini hesaplayınız.

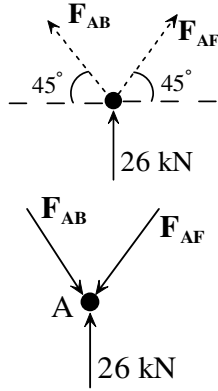


$$F_A = \frac{1}{2} (\text{Toplam düşey yük}) = \frac{1}{2} (52) = 26 \text{ kN}$$

$$\text{Simetri var} \Rightarrow F_G = F_H, \Sigma F_y = 0$$

$$F_G + F_H + F_A - 52 = 0 \Rightarrow 2F_G = 52 - 26 \Rightarrow F_G = F_H = 13 \text{ kN}$$

A düğümü:



$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -F_{AB} + F_{AF} = 0 \Rightarrow F_{AB} = F_{AF}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 26 + F_{AF} \frac{\sqrt{2}}{2} + F_{AF} \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$F_{AF} = -26 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -13\sqrt{2} = -18,38 \text{ Basınç}$$

$$F_{AB} = -18,38 \text{ kN Basınç}$$

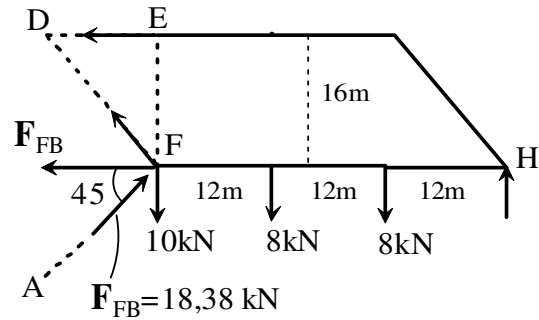
Şekildeki kesimi yapalım

$$\Sigma M_D = 0$$

$$(-F_B)(16) - 10(12) - (8)(24) - (8)36 + 13(48)$$

$$+ 18,38 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) (12) + (18,38) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) (16) = 0$$

$$F_{FB} = \frac{-388}{-16} = 24,25 \text{ kN Çekme}$$

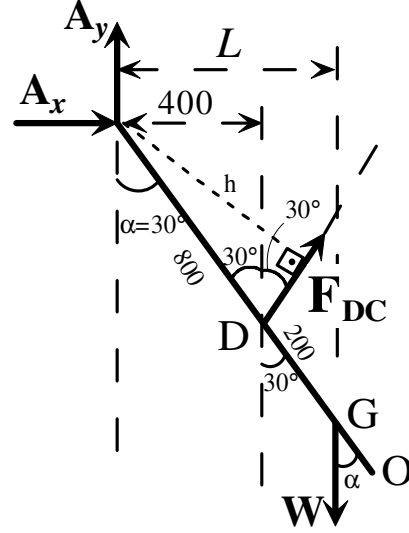
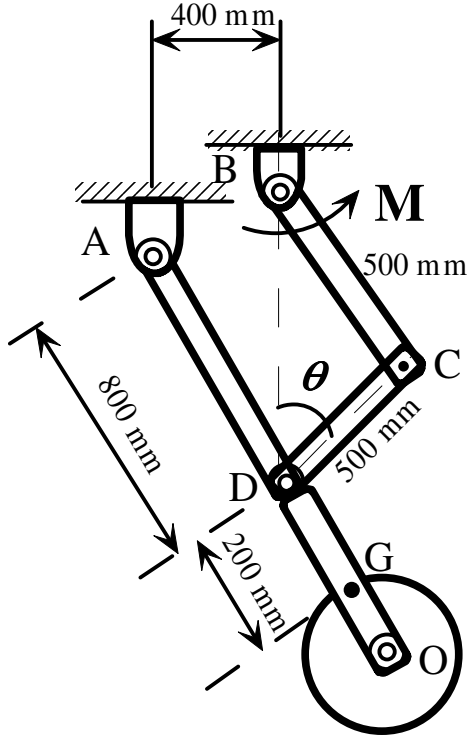


[illegible]

The diagram shows a curved beam ABC in the xy-plane. The beam starts at point A (0, 40), goes down and right to point B (35, 0), then up and right to point C (75, 0). A vertical force of 200 N is applied downwards at point C. At point A, a force F_D is applied at an angle α to the horizontal. At point B, a force F_C is applied horizontally to the right. Dimensions are given as 40 for the vertical distance from A to the x-axis, 35 for the horizontal distance from A to B, and 40 for the horizontal distance from B to C.

$$F_D = \frac{375}{\cos 28,1^\circ} = 425,17 \text{ N}$$

Soru 5: Şekildeki tekerlek mekanizması BC çubuğuna uygulanan moment yardımıyla yükseltilebiliyor. AO çubuğu ve tekerleğin toplam kütlesi 50 kg ve ortak kütle merkezi G olduğuna göre, verilen konumda sistemi dengede tutmak için gerekli M momentini hesaplayınız. BC ve CD çubuklarının ağırlıkları ihmal ediliyor. $\theta=30^\circ$ dir.



$$\sin \alpha = \frac{0,4}{0,8}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow h \cdot F_{DC} - LW = 0$$

$$h = 800 \cos 30^\circ \quad L = 1000 \sin 30^\circ$$

$$(800 \cos 30^\circ) F_{DC} - (1000 \sin 30^\circ)(50)(9,81) = 0$$

$$F_{DC} = 353,969 \text{ N} \approx 354 \text{ N}$$

$$\text{BC Kolu: } \Sigma M_B = 0$$

$$M - h F_{CD} = 0$$

$$M - (500 \cos 30^\circ)(353,869) = 0$$

$$M = 153,268 \text{ N.m}$$

$$B_y \text{ ve } B_x \text{ istenmiyor. } \Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0 \text{ kullanılabilir.}$$

