

# Konum Çözümleme Doğruluğuna Göre Ateşleme Hızı Haritası Uzamsal Çözünürlüğünün Eniyilenmesi

## Optimizing Firing-Rate Map Spatial Resolution via Position-Decoding Accuracy

Murat OKATAN

Hesaplamalı Bilim ve Mühendislik

İstanbul Teknik Üniversitesi

İstanbul, Türkiye

okatan@itu.edu.tr

**Özet**—Ateşleme hızı haritaları, hipokampus yer hücrelerinin aksiyon potansiyeli ateşleme hızlarının konuma bağımlılığını nicilemekte kullanılır. Hücrelerin farklı uzamsal konumlardaki ateşleme hızlarını gösteren bu haritalar, literatürdeki ilk çalışmalarda iki boyutlu histogramlarla oluşturulmuş olup bu yöntem günümüzde de yaygındır. Bu yöntemde histogram kutucuklarının büyüklüğünün nasıl ayarlanacağı ilk zamanlardan beri açık bir problem olagelmıştır. Öte yandan, yer hücrelerinin toplu ateşleme hızları ile bu haritalar arasındaki ilintiye dayalı olarak sinirsel etkinlikten konum kestirimi yapılabildiği bilinmektedir. Ayrıca, serbest dolaşarak yiyecek arama davranışı sırasında sinirsel etkinliğin deneğin  $\delta = 100\text{--}200\text{ ms}$  sonraki konumunu kodladığını düşündüren çalışmalar vardır. Şimdiki çalışmada aynı davranış sırasında konum kestirim hatasını en aza indirgeyen histogram kutucuk büyüklüğü ve  $\delta$  süresi gerçek bir veri setinde eşzamanlı olarak belirlenmiştir. Sonuçlar, en uygun kutucuk büyüklüğünün literatürde yaygın kullanılan değerlerden daha büyük olduğunu ve  $\delta$  süresinin  $66\text{--}100\text{ ms}$  aralığında olduğunu göstermektedir.

**Anahtar Kelimeler**—aksiyon potansiyeli, hipokampus, yer hücresi, beyin-bilgisayar arayüzü, amaç temsilleri.

**Abstract**—Firing rate maps are used to quantify the dependence of action potential firing rates of hippocampal place cells on location. These maps, which display the firing rates exhibited by cells at different spatial positions, were constructed using two-dimensional histograms in the earliest studies in the literature, and this method is still widely used today. In this method, how to set the size of the histogram bins has remained an open problem since the early days. On the other hand, it is known that position can be decoded from neural activity based on the relationship between the population firing rates of place cells and these maps. Moreover, there are studies suggesting that, during free foraging behavior, neural activity encodes the subject's position  $\delta = 100\text{--}200\text{ ms}$  into the future. In the present study, during the same behavior, the histogram bin size and the  $\delta$  interval that minimize the position decoding error were determined simultaneously on a real dataset. The results show that the optimal bin size is larger than values commonly used in the literature and that the optimal  $\delta$  lies in the range  $66\text{--}100\text{ ms}$ .

**Index Terms**—action potential, hippocampus, place cells, brain computer interfaces, goal representations

### I. GİRİŞ

Hipokampus, beyin mediyal temporal lobunda yer alan ve öğrenme ile bellek işlevlerinde merkezi rol oynayan bir yapıdır [1]. Hipokampusta bulunan ve *yer hücresi* (*place cell*) olarak adlandırılan sinir hücreleri (nöronlar), serbestçe dolaşan bir denekte belirli uzamsal konumlarda yüksek, diğer konumlarda düşük ateşleme etkinliği sergiler [2]. Denek yeni bir ortamı keşfederken yer hücrelerinin ateşleme örüntüleri zamanla olgunlaşır; ortam sabit kaldığı sürece konuma bağlı ateşleme alanlarının günler mertebesinde kararlı kalabildiği gösterilmiştir [3]. Bu özellikleri nedeniyle hipokampus, uzamsal bellek ve yön bulma sisteminin bir bileşeni olarak kabul edilir [4].

Yer hücrelerinin ateşleme sıklığının (hızının) konuma bağımlılığını sistematik olarak nicilemek için, ortamın iki boyutlu bir ızgara ile kutucuklara ayrıldığı histogram tabanlı *ateşleme hızı haritası* yaklaşımı geliştirilmiştir [3]. Deneğin konumu, tipik olarak başa yerleştirilen bir işaretleyicinin (örn. ışık kaynağı/LED) video karelerinde izlenmesiyle elde edilir [5]. Aynı anda, hipokampusa kalıcı olarak yerleştirilmiş mikroelettrotlarla hücre dışı kayıtlar alınır ve tekil nöronların aksiyon potansiyeli (a.p.) zamanları çıkarılır. Her bir kutucuk  $(i, j)$  için (i) deneğin o kutucukta geçirdiği süre  $T_{ij}$  (bulunma süresi histogramı) ve (ii) ilgili hücrenin o kutucukta ürettiği a.p. sayısı  $N_{ij}$  (ateşleme histogramı) hesaplanır. Böylece kutucuk başına ortalama ateşleme hızı  $\hat{\lambda}_{ij} = \frac{N_{ij}}{T_{ij}}$  olarak kestirilir [3]. Bu çerçevede, yer hücresinin a.p. üretimi çoğunlukla konuma bağlı bir *koşullu yoğunluk* (*anlık ateşleme hızı*) ile tanımlanan *homojen olmayan Poisson süreci* olarak modellenir [6].

Histogram tabanlı haritalarda temel tasarım kararı ızgara kutucuk boyutudur. Literatürde uyarlamalı kutucuklama [7], [8], Gauss çekirdeği ile yumuşatma [9] ve ASH ailesi [10]–[12] gibi alternatifler önerilmiştir; bu çeşitlilik, uzamsal çözünürlüğün geniş bir aralıkta seçilmesine ve kimi benzetimlerde çok ince (ör.  $\sim 0.5\text{--}1\text{ cm}$ ) kutucukların lehine bulgulara yol

açmıştır [9].

Ateşleme hızı haritaları, topluluk etkinliğinden konum kestirimi için ters yönde kullanılabilir; klasik yaklaşımda gözlenen anlık ateşleme vektörü, haritaların öngördüğü kutucuk-özgül örüntülerle karşılaştırılarak en iyi uyuşan kutucuk seçilir [13].

Öte yandan, serbestçe dolaşarak yem arama davranışı sırasında yer hücrelerinin ateşlemesinin, deneğin o anki konumunu değil yaklaşık  $\delta \approx 100\text{--}200\text{ ms}$  sonraki konumunu daha iyi yansıttığı öne sürülmüştür [16]. Bu bulgu, hem ateşleme haritası inşasında hem de haritaya dayalı konum çözümlemelerinde, a.p. zamanları ile konum örneklerinin hizalanmasında bir zaman kaydırması ( $\delta$ ) gereksinimine işaret eder.

Bu bildiride, serbestçe dolaşarak yem arayan deneklerden elde edilen açık veri kullanılarak [14], [15], konum kestirim hatasını en aza indirgeyen kutucuk boyutu ile zaman kaydırması  $\delta$  değeri eşzamanlı olarak eniyilenmektedir. Sonuçlar, en uygun kutucuk kenar uzunluğunun literatürdeki birçok seçeneğe kıyasla daha büyük olduğunu ve en uygun  $\delta$  değerinin 66–100 ms aralığında bulunduğunu göstermektedir.

## II. YÖNTEM

Bu bölümde ateşleme hızı haritalarının oluşturulması, bu haritalarla anlık konum çözümleme ve kutucuk boyutu ile zaman kayması  $\delta$ 'nın eşzamanlı eniyilenmesi özetlenmektedir.

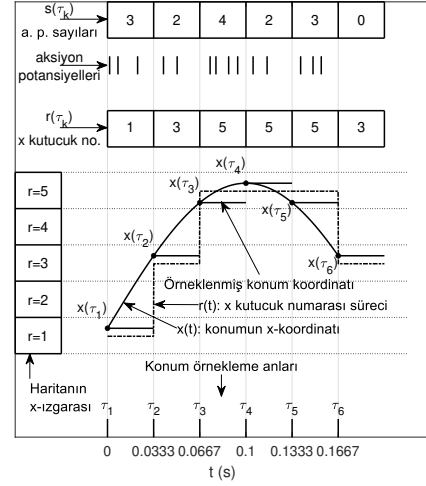
Bu çalışmada sıçanlardan elde edilmiş iki boyutlu uzamsal veriler kullanılmıştır [14], [15]. Verilerin toplandığı deneyde denek (Rat 1), çapı 70 cm ve duvar yüksekliği 30 cm olan dairesel bir alanda rastgele atılan yiyecek kırıntılarını toplamaktadır [6]. Deneğin baş konumu zamana bağlı olarak  $(x(t), y(t))$  ile gösterilsin. Bu koordinatlar, her iki ekseninde de  $[-1, 1]$  aralığına ölçeklendirilmiştir. Konum, kameranın görüntü yakalama sıklığında (30 Hz) örneklenerek  $(x(\tau_k), y(\tau_k))$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ , zaman serisi elde edilmiştir; burada  $\tau_k$  örnekleme anlarını göstermektedir.

$[-1, 1] \times [-1, 1]$  karesel alanı  $n \times n$  adet eşit boyutlu karesel kutucuğa bölünsün.  $x$ -ekseni üzerindeki kutucuk indeksleri  $r = 1, 2, \dots, n$  ve  $y$ -ekseni üzerindeki kutucuk indeksleri  $c = 1, 2, \dots, n$  olarak numaralansın. Örneklenmiş konumun hangi kutucuğa düştüğünü belirlemek için  $r(\tau_k) = \min\left(n, 1 + \left\lfloor \frac{n(x(\tau_k)+1)}{2} \right\rfloor\right)$  ve  $c(\tau_k) = \min\left(n, 1 + \left\lfloor \frac{n(y(\tau_k)+1)}{2} \right\rfloor\right)$  tanımları kullanılsın; burada  $\lfloor \cdot \rfloor$  taban (floor) fonksiyonudur. Böylece  $k$  numaralı görüntü karesinde deneğin haritadaki adresi  $(r(\tau_k), c(\tau_k))$  olur (Şekil 1).

Aynı görüntü karesi sırasında (örneğin  $[\tau_k, \tau_{k+1}]$  aralığında) bir yer hücrelerinin ateşlediği a.p. sayısı  $s(\tau_k)$  ile gösterilsin. Bu tanım, konum örnekleri ile a.p. sayımlarını aynı zaman ızgarası üzerinde eşleştirerek, sonraki adımlarda ateşleme hızı haritalarının kurulmasına ve topluluk temelli konum kestirimine doğrudan zemin sağlar. Bu çalışmada Rat 1'den elde edilen 49 yer hücrelerinin verileri kullanılmıştır.

### A. Ateşleme hız haritasının oluşturulması

Yer hücreleri için ateşleme hız haritaları, klasik yaklaşımda uzamsal kutucuklara düşen a.p. sayımlarının aynı kutucuklarda geçirilen süreye bölünmesiyle elde edilir [3]. Bu amaçla, her



Şekil 1: Örneklenmiş konumların  $n \times n$  kutucuğa eşlenmesi:  $(x(\tau_k), y(\tau_k)) \mapsto (r(\tau_k), c(\tau_k))$ ; gösterim sadeliği için yalnızca  $x(t)$  bileşeni çizilmiştir.

$(i, j)$  kutucuğu için  $\mathcal{K}_{ij} := \{k : r(\tau_k) = i, c(\tau_k) = j\}$  kümesini; bu kutucukta gözlenen konum örneklerinin sayısını  $\nu_{ij} := |\mathcal{K}_{ij}|$  ve aynı örnekleme anlarında hücrenin ürettiği aksiyon potansiyeli sayılarının toplamını  $N_{ij} := \sum_{k \in \mathcal{K}_{ij}} s(\tau_k)$  ile gösterelim. Deneğin  $(i, j)$  kutucuğunda geçirdiği toplam süre  $T_{ij} := \nu_{ij} \Delta$  ile verilir; burada  $\Delta$  görüntü örnekleme periyodudur (bu çalışmada  $\Delta = 1/30$  s). Bu durumda, söz konusu hücrenin ateşleme hızı haritasının  $(i, j)$  adresli kutucuğundaki ateşleme hızı  $\lambda(i, j) := \frac{N_{ij}}{T_{ij}}$  olarak tanımlanır.  $\nu_{ij} = 0$  olan (hiç ziyaret edilmemiş) kutucuklarda  $\lambda(i, j)$  tanımsızdır; bu kutucuklar analizde maskeleye (örn. NaN) ile dışlanmıştır.

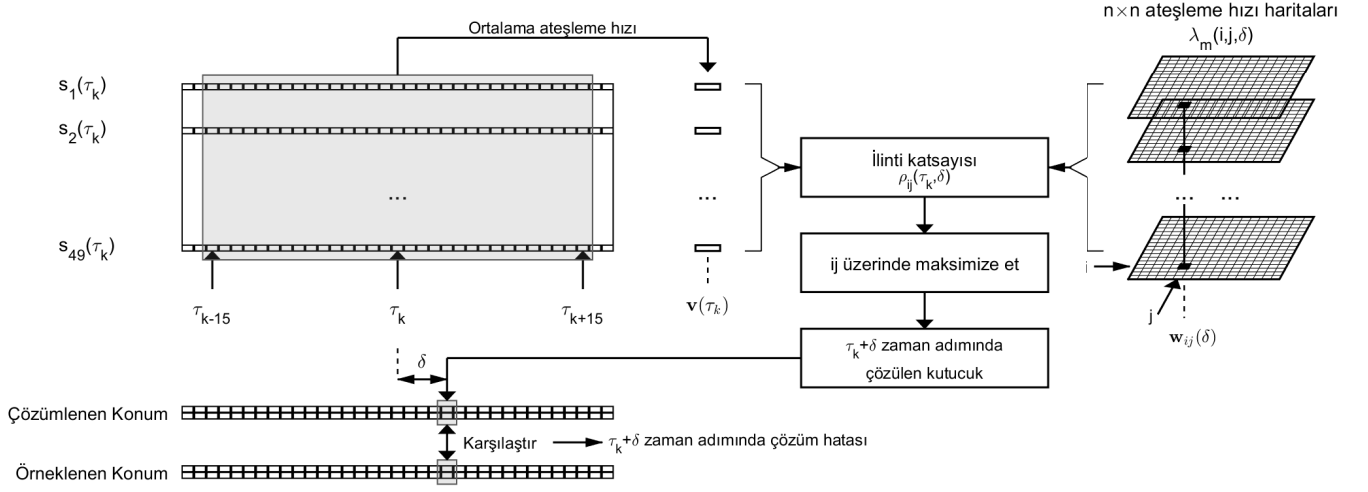
Konumun sinirsel etkinliği  $\delta$  süresi ile takip ettiği durumun modellenmesi için  $N_{ij}(\delta) := \sum_{k \in \mathcal{K}_{ij}} s(\tau_k - \delta)$  ile gösterelim. Bu durumda,  $\lambda(i, j, \delta) := \frac{N_{ij}(\delta)}{T_{ij}}$  olarak tanımlanır. Burada  $\delta$  pratikte  $\Delta$ 'nın tam katı seçilerek  $d$  çerçeve kaydırmaya karşılık gelir ( $\delta = d\Delta$ ).

Toplam 25 dakikalık kayıt, 15 dk haritalama ve 10 dk konum kestirimi olmak üzere ikiye bölünmüştür: ilk bölümde 49 yer hücrelerinin ateşleme hızı haritaları oluşturulmuş, ikinci bölümde ise bu haritalar kullanılarak sinirsel etkinlikten deneğin anlık konumu kestirilmiştir.

### B. Anlık ateşleme hızından konum çözümleme

Ateşleme hızı haritaları  $\lambda_m(i, j, \delta)$  ( $m = 1, \dots, M = 49$  hücre) elde edildikten sonra, son 10 dk'daki anlık topluluk etkinliğinden konum çözümleme işlemi aşağıdaki gibi gerçekleştirilmiştir (Şekil 2). Bu yaklaşımın temel fikri literatürde ilk olarak [13] ile sistematik biçimde ortaya konmuştur.

a) *Pencereli anlık ateşleme hızı vektörü.*: Konum örnekleme periyodu  $\Delta$  ve pencere uzunluğu  $W$  olmak üzere,  $\tau_k$  anı etrafında simetrik bir sayım penceresi kullanılmıştır.  $L := 15$  seçilerek  $2L+1 = 31$  örnekten oluşan bir pencere tanımlanmış ve  $W := (2L+1)\Delta$  olarak alınmıştır. Böylece, pencerenin orta noktası 16. örnekleme anına denk gelmekte; dolayısıyla pencere içindeki ortalama ateşleme hızının bu orta noktadaki anlık ateşleme hızını temsil ettiği varsayılmaktadır.  $W \approx 1$  s



Şekil 2: Topluluk etkinliğinden konum çözümleme şeması. İlgili zaman penceresinde elde edilen anlık ateşleme hızı vektörü  $\mathbf{v}(\tau_k)$ , her kutucuğa karşılık gelen şablon vektörleri  $\mathbf{w}_{ij}(\delta)$  ile karşılaştırılarak en ilintili kutucuk ( $\hat{r}(\tau_k + \delta)$ ,  $\hat{c}(\tau_k + \delta)$ ) seçilir.

değerinin uygun olduğu bildirildiğinden [13], bu çalışmada 30 Hz konum örneklemesi altında 31 örnek (yaklaşık 1 s mertebesi) kullanılmıştır.

$m$ 'inci hücre için  $k$ 'inci penceredeki a.p. sayısı  $S_m(\tau_k) := \sum_{\ell=-L}^L s_m(\tau_k + \ell)$  ve buna karşılık gelen ortalama ateşleme hızı  $v_m(\tau_k) := \frac{S_m(\tau_k)}{W}$  olarak tanımlansın. Tüm hücreler bir araya getirilerek  $\mathbf{v}(\tau_k) := [v_1(\tau_k), \dots, v_M(\tau_k)]^T$   $M$  boyutlu anlık ateşleme hızı vektörü elde edilir.

*b) Harita tabanlı şablon vektörleri:* Her  $(i, j)$  kutucuğu için, seçilen  $\delta$  değerine karşılık gelen ateşleme hızı haritalarından şablon vektör  $\mathbf{w}_{ij}(\delta) := [\lambda_1(i, j, \delta), \dots, \lambda_M(i, j, \delta)]^T$  oluşturulur.

*c) Benzerlik ölçütü ve kutucuk seçimi:*  $\mathbf{v}(\tau_k)$  ile her  $\mathbf{w}_{ij}(\delta)$  arasındaki benzerlik, Pearson ilinti katsayısı ile ölçülmüştür:

$$\rho_{ij}(\tau_k, \delta) := \frac{(\mathbf{v}(\tau_k) - \bar{v}(\tau_k) \mathbf{1})^T (\mathbf{w}_{ij}(\delta) - \bar{w}_{ij}(\delta) \mathbf{1})}{\|\mathbf{v}(\tau_k) - \bar{v}(\tau_k) \mathbf{1}\|_2 \|\mathbf{w}_{ij}(\delta) - \bar{w}_{ij}(\delta) \mathbf{1}\|_2}, \quad (1)$$

burada  $\bar{v}(\tau_k) := \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M v_m(\tau_k)$  ve  $\bar{w}_{ij}(\delta) := \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \lambda_m(i, j, \delta)$  ortalamaları göstermektedir. Çözümlenen kutucuk adresi  $(\hat{r}(\tau_k + \delta), \hat{c}(\tau_k + \delta)) \in \arg \max_{1 \leq i, j \leq n} \rho_{ij}(\tau_k, \delta)$  olarak seçilmiştir; burada  $\arg \max$  alanındaki  $(i, j)$  değerlerini, notasyon tutarlılığı için  $(\hat{r}, \hat{c})$  ile göstereceğiz. Eğer  $\rho_{ij}(\tau_k, \delta)$  en yüksek değerine birden fazla adreste ulaşıyorsa, bir önceki zaman adımında çözümlenen adrese Öklid uzaklığı en küçük olan aday(lar) arasından rastgele seçim yapılmıştır. Bu işlem  $k$  boyunca ilerletilerek  $(\hat{r}(\tau_k + \delta), \hat{c}(\tau_k + \delta))$  zaman serisi elde edilir.

*d) Kutucuk adresinden koordinata dönüşüm:*  $(\hat{r}(\tau_k + \delta), \hat{c}(\tau_k + \delta))$  adresli kutucuğun merkez koordinatları, çözümlenen konum koordinatı olarak alınmıştır; bu amaçla  $\hat{x}(\tau_k + \delta) := -1 + (\hat{r}(\tau_k + \delta) - \frac{1}{2}) \frac{2}{n}$  ve  $\hat{y}(\tau_k + \delta) := -1 + (\hat{c}(\tau_k + \delta) - \frac{1}{2}) \frac{2}{n}$  tanımları kullanılmıştır.

*e) Çözüm hatası:* Çözüm hatasını  $\delta$ 'ya bağlı olarak,  $\tau_k + \delta$  anındaki örneklenmiş konum ile  $\tau_k + \delta$  anı için çözümlenen konum arasındaki Öklid uzaklığı şeklinde tanımlayalım:

$$d_k(\delta) := \left\| [x(\tau_k + \delta) \ y(\tau_k + \delta)]^T - [\hat{x}(\tau_k + \delta) \ \hat{y}(\tau_k + \delta)]^T \right\|_2.$$

Bu hatayı tüm  $k$  değerleri boyunca ortanca ile özetleyerek  $E(\delta) := \text{median}_k d_k(\delta)$  olarak tanımlıyoruz. Böylece, ortanca hatayı en aza indiren gecikme  $\delta_{\text{asg}} \in \arg \min_{\delta} E(\delta)$  olarak seçilmiştir.

*f) Kutucuk sayısı  $n$  için arama:* Bölüm II.A ve II.B'de açıklanan analiz, haritalar  $n \times n$  olacak biçimde tekrar edilerek yapılmış;  $n$  değeri  $n \in \{5, 6, \dots, 29\} \cup \{30, 40, 50, \dots, 100\}$  kümesi üzerinde taranmıştır.

### III. BULGULAR

Her  $n$  için  $\delta_{\text{asg}}$  ve buna karşılık gelen en küçük ortanca hata raporlanmıştır. Sonuçlar Şekil 3 ve Şekil 4 içinde özetlenmektedir.

En küçük ortanca çözümleme hatası,  $n = 11$  ve  $\delta_{\text{asg}} = 100$  ms için 7.21 cm olarak elde edilmiştir. Bu hatayı  $E_{\min}$  ile gösterelim.  $E(n, \delta) \leq 1.01 E_{\min}$  (yani en küçük hatanın %1 fazlasına kadar) koşulu altında çözümler incelendiğinde, küresel minimum çözümüne ek olarak yalnızca  $(n, \delta) = (17, 66 \text{ ms})$  çifti bulunmuştur. Bu sonuç, uygun ızgara çözünürlüğünün  $n \in [11, 17]$  ve gecikmenin  $\delta \in [66, 100]$  ms (yaklaşık 2–3 çerçeve) aralığında yer aldığını düşündürmektedir. Her  $n$  için eniyilenen  $\delta_{\text{asg}}$  değeri, Şekil 3 içinde (eğrinin altındaki çerçeve sayıları olarak) verilmiştir.

### IV. SONUÇ

Eşzamanlı kutu boyutu ve zaman kayması eniyilemesi sonucunda, düşük çözümleme hatasının  $n \in \{11, 17\}$  değerlerinde kümелendiği görülmüştür. Bu bulgu, dairesel arenanın çapı 70 cm alındığında, en uygun kutucuk kenar uzunluğunun  $\ell := \frac{70}{n}$  cm  $\in [4.11, 6.36]$  cm aralığında olduğunu göstermektedir.

