

3.4. SPICE BJT modeli (değiştirilmiş Gummel-Poon modeli) bağıntıları

SPICE simülasyon programında kullanılan değiştirilmiş Gummel-Poon modeli, Gummel ve Poon tarafından önerilen fiziksel modelden türetilmiştir. Bu modelde baz iletkenliği modülasyonu (ileri ve ters yönde çalışmada Early olayı), yüksek enjeksiyon seviyelerindeki olaylar (Webster ve Kirk olayları), $\tau_F - I_C$ değişimi gibi etkenler birarada formüle edilerek temsil edilmektedir. SPICE Gummel Poon modelinde baz ileri ve ters yönde çalışmada ortaya çıkacak Early olayı, EM3 modelinde olduğu gibi geometrik bir yaklaşımla modellenmiştir. Bununla, nümerik analizde ortaya çıkacak yakınsama sorunları minimize edilmiştir. Diğer bir basitleştirme de B baz genişleme katsayısının SPICE Gummel-Poon modelinde $B = 1$ alınmasıdır. Bununla baz genişlemesinin, yani Kirk olayının, $\beta_F - I_C$ değişimi üzerindeki etkisi ihmal edilmiş olmaktadır. Bu bölümde, SPICE Gummel-Poon modeli ana hatlarıyla ele alınarak incelenecektir.

I_s doyma akımının fiziksel tanımı

BJT'nin akım yoğunluğu eşitliklerinden hareketle I_s doyma akımı için yeni bir bağıntı verilebilir. Böylece, baz genişliği modülasyonu ve yüksek enjeksiyon seviyesi olayları modele katılabilir. Tek boyutlu modelde bir npn tranzistor için

$$J_n = q\mu_n n(x)E(x) + qD_n \frac{dn(x)}{dx} \quad (3.4.1)$$

$$J_p = q\mu_p p(x)E(x) - qD_p \frac{dp(x)}{dx} \quad (3.4.2)$$

bağıntıları verilmiştir, burada $E(x)$ elektriksel alan, $n(x)$ ve $p(x)$ büyüklükleri de serbest elektron ve delik yoğunluklarıdır. Taşıyıcı yoğunluğu için herhangi bir kısıtlama getirilmemiştir, herhangi bir katkılama yoğunluğu için bağıntılar geçerlidir. npn tranzistorda akımın tümünün elektronlar tarafından akıtıldığını varsayarak delik akımını sıfır kabul edelim. Tam olarak doğru olmamakla birlikte, normalde uygun bir yaklaşıklık yapılmış olur.

BE jonksiyonu emetör verimi yüksek olacak biçimde katkı yoğunluklarında bulunsun. Delik akımı sıfır ise (3.4.2) denkleminde

$$J_p = q\mu_p p(x)E(x) - qD_p \frac{dp(x)}{dx} = 0$$

$$E(x) = \frac{D_p}{\mu_p} \frac{1}{p(x)} \frac{dp(x)}{dx} \quad (3.4.3)$$

bulunur. Bu bağıntı (3.4.1) eşitliğinde yerine konur ve Einstein bağıntısı uygulanırsa

$$J_n = q\mu_n \left[\frac{D_p}{\mu_p} \frac{1}{p(x)} \frac{dp(x)}{dx} \right] n(x) + qD_n \frac{dn(x)}{dx}$$

$$p(x)J_n = qD_n n(x) \frac{dp(x)}{dx} + qD_n p(x) \frac{dn(x)}{dx} \quad (3.4.4)$$

elde edilir. Bu bağıntıdaki $p(x)$ ile çarpma işlemi matematiksel bir oyundur. Diferensiyel çarpım kuralının uygulanmasıyla

$$p(x)J_n = qD_n \frac{d}{dx} (n(x).p(x)) \quad (3.4.5)$$

elde edilir.

(3.4.5) bağıntısının her iki yanını X_E sınırından X_C sınırına kadar integre edilsin. Doğru akımda çalışmada J_n akım yoğunluğu sabit kabul edilir ve fakirleşmiş bölgelerdeki yeniden birleşmeler de ihmal edilirse

$$J_n \int_{X_E}^{X_C} p(x).dx = qD_n \int_{X_E}^{X_C} \frac{d}{dx} (n(x).p(x)).dx$$

$$J_n \int_{X_E}^{X_C} p(x).dx = qD_n [n(x_C).p(x_C) - n(x_E).p(x_E)]$$

$$J_n = \frac{qD_n [n(x_C).p(x_C) - n(x_E).p(x_E)]}{\int_{X_E}^{X_C} p(x).dx} \quad (3.4.6)$$

elde edilir. (3.4.6) eşitliğine Boltzmann bağıntısı uygulanırsa

$$n(x_C).p(x_C) = n_i^2 \cdot \exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right)$$

$$n(x_E) \cdot p(x_E) = n_i^2 \cdot \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right)$$

bağıntılarından hareketle

$$J_n = - \frac{qD_n n_i^2 \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - \exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) \right]}{\int_{X_E}^{X_C} p(x) \cdot dx} \quad (3.4.7)$$

eşitliği elde edilir.

Fakirleşmiş bölgelerde birleşme olmadığı kabulü ile integral sınırları aktif baz bölgesi sınırları olan X_C' ve X_E' ile değiştirilebilir, böylece integrasyon işlemi nötr baz bölgesi için yapılmış olur. Bu yaklaşımla $p(x)$ yoğunluğu fakirleşmiş bölgeler içinde sıfır alınmaktadır. Dolayısıyla, akım bağıntısı

$$I_n = - \frac{qD_n A_j n_i^2 \left[\left\{ \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right\} - \left\{ \exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right\} \right]}{\int_{X_E'}^{X_C'} p(x) \cdot dx} \quad (3.4.8)$$

olur. Bağıntıda üstel terimlere eklenen (-1) büyüklükleri, esneklik sağlamak üzere konulmuşlardır.

I_n büyüklüğü, pozitif x yönünde baza emetörde ve/veya kolektörden enjekte edilen azınlık taşıyıcılarının akıttığı akımdır. Bu akım, modelde I_{CT} ile gösterilen akıma karşı düşer.

$$I_{CT} = I_S \left\{ \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right] - \left[\exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right] \right\} \quad (3.4.9)$$

İki bağıntı karşılaştırılırsa, akımların yönlerinin ters olduğu görülür; zira, akımın yönü kolektörden dışarıya doğrudur, modelde ise içeriye doğru alınmıştır.

Bağıntıdaki integral sabit değildir, yüksek enjeksiyon seviyelerinde kutuplamanın bir fonksiyonudur. GP modelinde bu büyüklük I_{SS} ile gösterilmektedir. Böylece düşük seviyelerde

$$I_{CT} = \frac{qD_n A_j n_i^2}{X_{C'}} \left[\left\{ \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right\} - \left\{ \exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right\} \right] \int_{X_{E'}} N_A(x).dx \quad (3.4.10)$$

olur. Düşük akım seviyelerinde $p(x)$ $N_A(x)$ 'e yaklaştığından, (3.4.10) bağıntısında bu büyüklük $N_A(x)$ ile değiştirilmiştir.

I_S tanımını vermeden önce integral sınırları belirlenirken dikkatli olmak gerekir, fakirleşmiş bölge genişlikleri uygulanan gerilimin fonksiyonu olduğundan, X_C' ve X_E' de gerilimlerin fonksiyonudur. V_{BE} ve V_{BC} sıfır iken

$$I_{SS} = \frac{q.D_n.n_i^2.A}{X_{CO'}} \int_{X_{EO'}} N_A(x).dx \quad (3.4.11)$$

bulunur, burada X_{EO}' ve X_{CO}' uygulanan gerilimler sıfır iken elde edilen X_E' ve X_C' büyüklükleridir. Bu bağıntıdaki A büyüklüğü tek boyutlu yapıda jonksiyon kesit alanını, D_n büyüklüğü bir npn tranzistorda bazdaki azınlık taşıyıcıları olan elektronlar için difüzyon katsayısını, X_{EO} büyüklüğü bazın sıfır kutuplamadaki emetör sınırını, X_{CO} da kolektör sınırını vermektedir. Bağıntıda paydada yer alan integral Gummel sayısı olarak isimlendirilir.

Q_B baz yükü kavramı

q ve A_j ile çarpılması halinde, yukarıdaki bağıntılarda yer alan ve Gummel sayısı olarak isimlendirilen integral, nötr baz bölgesindeki toplam çoğunluk taşıyıcıları yükünü verir, böylece

$$Q_B = \int_{X_{E'}}^{X_{C'}} qA_j p(x).dx \quad (3.4.12)$$

elde edilir. Buna göre sıfır kutuplama altındaki baz yükü de

$$Q_{BO} = \int_{X_{EO'}}^{X_{CO'}} qA_j N_A(x).dx \quad (3.4.13)$$

olur. Normalize baz yükü

$$q_B = \frac{Q_B}{Q_{BO}} \quad (3.4.14)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu tanımlardan hareketle yeni bir I_S doyma akımı tanımı yapılabilir. Bunun için I_n bağıntısında I_n akımı $-I_{CT}$ akımı ile değiştirilir ve Q_{BO} sıfır kutuplama yüküne bölünürse

$$I_{CT} = \frac{qD_n A_j n_i^2}{\int_{X_E'}^{X_C'} p(x).dx} \frac{qA_j \int_{X_{EO}'}^{X_{CO}'} N_A(x).dx}{qA_j \int_{X_{EO}'}^{X_{CO}'} N_A(x).dx} \left[\left\{ \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right\} - \left\{ \exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right\} \right]$$

$$I_{CT} = \frac{I_{SS} \cdot Q_{BO}}{Q_B} \left\{ \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right] - \left[\exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right] \right\}$$

$$I_{CT} = \frac{I_{SS}}{q_B} \left\{ \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right] - \left[\exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right] \right\} \quad (3.4.15)$$

elde edilir.

Bu bağıntıda Q_B büyüklüğü, her türlü kutuplama şartı altında toplam baz yükünü verir. Q_{BO} büyüklüğü ise sıfır kutuplama şartı altındaki baz yüküne karşı düşer. Emetör-baz jonksiyonu fakirleşmiş bölgesi yükü Q_{BE} , kolektör-baz jonksiyonu fakirleşmiş bölgesi yükü Q_C , baz bölgesine emetör ve kolektörden enjekte edilen taşıyıcılarla ilişkili yükler de Q_F ve Q_R ile gösterilsin. Böylece toplam baz yükü

$$Q_B = Q_{BO} + Q_C + Q_E + Q_F + Q_R \quad (3.4.16)$$

olur. Bütün bu büyüklükler Q_{BO} sıfır kutuplama yüküne göre normalize edilirse

$$q_B = 1 + q_C + q_E + q_F + q_R \quad (3.4.17)$$

bağıntısı elde edilir.

q_C kolektör-baz jonksiyonu fakirleşmiş bölgesi normalize yükü ileri yönde çalışma için Early olayını belirleyen etkendir. q_C büyüklüğü

$$q_C = \frac{1}{Q_{BO}} \int_0^{V_{BC}} C_{jC}(V).dV \quad (3.4.18)$$

bağıntısı ile tanımlanır. C_{jC} jonksiyon kapasitesi sabit kabul edilir ve $C_{jC} = \overline{C_{jC}}$ ortalama değeri kullanılırsa

$$q_C = \frac{\overline{C_{jC}} \cdot V_{BC}}{Q_{BO}} \quad (3.4.19)$$

bulunur.

$$V_{AF} = \frac{Q_{BO}}{C_{jC}} \quad (3.4.20)$$

şeklinde tanımlanan ileri yönde Early geriliminin (3.4.19) bağıntısında yerine konması halinde ise

$$q_C = \frac{V_{BC}}{V_{AF}} \quad (3.4.21)$$

bağıntısı elde edilir.

Benzer şekilde, q_E baz-emetör jonksiyonu fakirleşmiş bölgesi normalize yükü de, V_{AR} ters yönde çalışma için Early gerilimi olmak üzere

$$q_E = \frac{V_{BE}}{V_{AR}} \quad (3.4.22)$$

bağıntısı ile tanımlanır.

q_F bileşeni, baz-emetör jonksiyonuna V_{BE} gerilimi uygulanması halinde, bazdaki ek çoğunluk taşıyıcıları yükünü normalize edilmiş olarak vermektedir. Yük nötrlüğünün sağlanması gerektiğinden, toplam ek yük yoğunluğunun toplam azınlık taşıyıcıları yüküne eşit olması gerekir. q_F normalize yükü, τ_F ileri yönde geçiş süresi olmak üzere

$$q_F = \frac{\tau_F \cdot I_{SS}}{Q_{BO} \cdot q_B} \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.4.23)$$

bağıntısıyla tanımlanmaktadır.

q_R bileşeni, ters yönde çalışma halinde bazdaki ek yük miktarını normalize olarak temsil eden bir büyüklüktür. q_F büyüklüğüne benzer biçimde

$$q_R = \frac{\tau_R \cdot I_{SS}}{Q_{BO} \cdot q_B} \left[\exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.4.24)$$

eşitliği ile tanımlanır. Bunların dikkate alınması halinde, normalize edilmiş toplam baz yükü model denklemlerinde yerine konup çözümlerse

$$q_B = \frac{q_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{q_1}{2}\right)^2 + q_2}$$

bulunur. Bu bağıntıda q_1 büyüklüğü baz genişliği modülasyonunu temsil etmekte ve

$$q_1 = 1 + \frac{V_{BE}}{V_{AR}} + \frac{V_{BC}}{V_{AF}} \quad (3.4.25)$$

bağıntısıyla tanımlanmakta, yüksek enjeksiyon seviyesi olaylarını modelleyen q_2 büyüklüğü de

$$q_2 = \frac{I_{SS}}{I_{KF}} \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right] + \frac{I_{SS}}{I_{KR}} \left[\exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.4.26)$$

bağıntısıyla ifade edilmektedir. (3.4.26) bağıntısındaki I_{KF} büyüklüğü ileri yönde dirsek akımı olarak isimlendirilir ve

$$I_{KF} = \frac{Q_{BO}}{\tau_F} \quad (3.4.27)$$

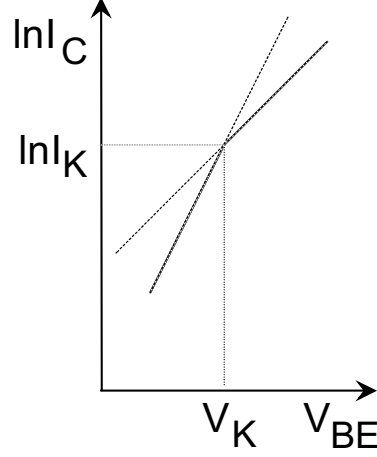
şeklinde, I_{KR} büyüklüğü de ters yönde çalışma için dirsek akımı olarak adlandırılır ve

$$I_{KR} = \frac{Q_{BO}}{\tau_R} \quad (3.4.28)$$

bağıntısıyla tanımlanır. Dirsek akımının tanımı Şekil-3.44'de gösterilmiştir.

Baz akımı bileşenleri

Bir bipolar tranzistorda β_F ileri yönde (yahut β_R ters yönde) akım kazancının küçük akımlar bölgesinde azalması, baz akımına gelen ek bileşenlerden kaynaklanır. İleri yönde aktif çalışma bölgesinde çalışmada $V_{BC} = 0$ şartı altında üç ek bileşen bulunur ve bunlar



Şekil-3.44 Dirsek akımının tanımı

- yüzeydeki taşıyıcıların yeniden birleşmelerinden,
- emetör-baz fakirleşmiş bölgesindeki yeniden birleşmelerden,
- emetör-baz yüzey kanalı oluşmasından

kaynaklanır. Bu üç bileşenin de V_{BE} baz- emetör gerilimine ve ters yönde çalışmada V_{BC} baz-kolektör gerilimine bağımlılıkları aynı biçimdedir. İleri yönde çalışmada

$$I_{BE} = I_{SE} \cdot \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{n_{EL} \cdot V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.4.29)$$

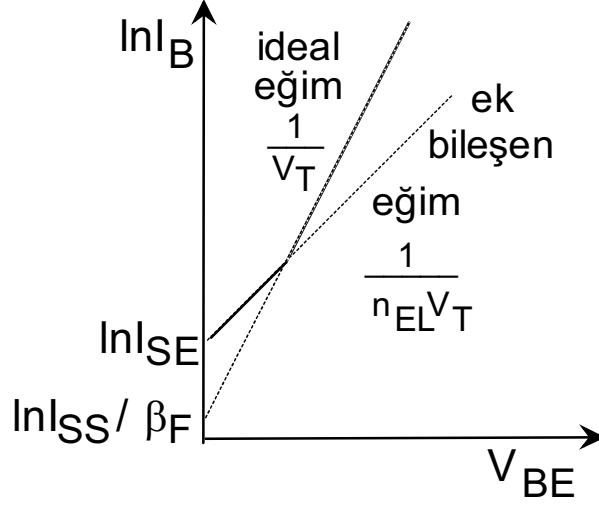
ters yönde çalışmada ise

$$I_{BC} = I_{SC} \cdot \left[\exp\left(\frac{V_{BC}}{n_{CL} \cdot V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.4.30)$$

bağıntıları ile üç bileşen tanımlanabilir. Böylece toplam baz akımı

$$I_B = \frac{I_{SS}}{\beta_F} \cdot \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right] + I_{SE} \cdot \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{n_{EL} \cdot V_T}\right) - 1 \right] + \frac{I_{SS}}{\beta_R} \cdot \left[\exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right] + I_{SC} \cdot \left[\exp\left(\frac{V_{BC}}{n_{CL} \cdot V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.4.31)$$

şeklinde ifade edilebilir. Baz akımına ek olarak gelen bileşenlerin $\ln(I_B)$ - V_{BE} karakteristiğine etkisi Şekil-3.45'de gösterilmiştir.



Şekil-3.45 Baz akımına ek olarak gelen bileşenlerin $\ln(I_B)$ - V_{BE} karakteristiğine etkisi

r_B baz gövde direncinin akıma bağımlılığı

SPICE modelinde, temel Gummel-Poon modelinde yer almayan bir düzeltme getirilmiş ve baz gövde direncinin akıma bağımlılığı da (akım yığılması olayı) dikkate alınarak modellenmiştir. İç ve dış baz düğümleri arasında yer alan baz gövde direnci modellenirken, bu direnç biri sabit diğeri akımın fonksiyonu olan iki ayrı bileşenden oluşuyormuş gibi düşünülmüştür. Dıştaki sabit r_B direnci dış baz bölgesinin tabaka direnci ve kontakt direncinden oluşmaktadır. Aktif baz bölgesinin doğrudan doğruya altında bulunan r_{BM} direnci ise baz akımının bir fonksiyonudur. Bu direncin eleman akımına bağımlılığı baz bölgesi iletkenliğinin sonsuz olmamasından ve baz-emetör jonksiyonunun uniform kutuplanmamasından kaynaklanır. Bu etki matematiksel açıdan tam olarak analiz edilebilir; böyle bir analizin sonucunda, bir BJT tranzistorda toplam baz direncinin

$$r_{BB} = r_{BM} + 3 \cdot (r_B - r_{BM}) \cdot \left(\frac{\tan z - z}{z \cdot \tan^2 z} \right) \quad (3.4.32)$$

bağıntısıyla verilebileceği gösterilmiştir. Burada r_{BM} büyük akımlar bölgesinde elde edilecek minimum baz direncini, r_B sıfır kutuplamada, pratik olarak çok küçük baz akımı değerlerinde elde edilecek baz direncini ve z büyüklüğü de baz

özgül direncinin, V_T ısıl geriliminin ve iç baz uzunluğunun fonksiyonu olan bir büyüklüktür.

z büyüklüğünün hesabındaki karmaşıklığı ortadan kaldırabilmek üzere $\cos(z)$ fonksiyonunu ilk iki Mc Laurin serisi terimiyle temsil eden yaklaşık bir yöntem kullanılmıştır. Bu yaklaşımla z büyüklüğünün değeri

$$z = \frac{-1 + \sqrt{1 + 144 \frac{I_B}{\pi^2 I_{rB}}}}{\frac{24}{\pi^2} \sqrt{\frac{I_B}{\pi^2 I_{rB}}}} \quad (3.4.33)$$

olmaktadır; burada I_{rB} baz direncinin r_B maksimum değerinden r_{BM} minimum değerine giderken değerinin yarıya düştüğü baz akımı değeridir. Böylece baz direnci

$$r_{BB} = \begin{cases} r_{BM} + \frac{(r_B - r_{BM})}{q_B} & I_{rB} = 0 \\ r_{BM} + 3 \cdot (r_B - r_{BM}) \cdot \left(\frac{\tan z - z}{z \cdot \tan^2 z} \right) & I_{rB} \neq 0 \end{cases} \quad (3.4.34)$$

bağıntısıyla verilebilir. Fark edilebileceği gibi, baz gövde direncinin modellenmesi için gereken parametreler I_{rB} , r_B ve r_{BM} parametreleridir.

Dinamik davranışın modellenmesi, jonksiyon ve difüzyon kapasiteleri

SPICE BJT modelinde kolektör-baz ve kolektör-emetör jonksiyonlarına ilişkin kapasiteler Q_{BE} ve Q_{BC} nonlineer yükleri ile temsil edilmektedir. Bunların yanısıra, taban kapasitesi de model kapsamında yer almaktadır. Q_{BE} ve Q_{BC} büyüklükleri birinci derecede bir yaklaşımla, yani jonksiyon kapasitesi için Shockley bağıntısının kullanılması halinde, aşağıdaki biçimde ifade edilirler:

$$Q_{BE} = \tau_F \cdot I_{SS} \cdot \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right] + C_{jEO} \int_0^{V_{BE}} \left[1 - \frac{V}{\phi_E} \right]^{-m_E} \cdot dV \quad (3.4.35)$$

$$Q_{BC} = \tau_R \cdot I_{SS} \cdot \left[\exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right] + C_{jCO} \int_0^{V_{BC}} \left[1 - \frac{V}{\phi_C} \right]^{-m_C} \cdot dV \quad (3.4.36)$$

(3.4.35) ve (3.4.36) bağıntılarından da fark edilebileceği gibi, fakirleşmiş bölge yükleri C_{jCO} , ϕ_C , m_C , C_{jEO} , ϕ_E ve m_E parametreleri ile modellenmektedir. C_{jCO} ve C_{jEO} kolektör-baz ve baz-emetör jonksiyonları için sıfır kutuplama kapasitesi, ϕ_C ve ϕ_E büyüklükleri kolektör-baz ve baz-emetör jonksiyonlarına ilişkin potansiyel seddi, m_C ve m_E büyüklükleri de söz konusu jonksiyonlara ilişkin kapasite gradyan faktörüdür. Bu bağıntılar, daha önce diyot modeli ve EM2 modeli incelenirken de belirtildiği gibi, ileri yönde kutuplama durumunda jonksiyon geriliminin potansiyel seddine gitmesiyle sonsuza gitmekte ve simülasyonda kararsızlığa neden olmaktadır. Bu nedenle, SPICE programına katılırken bağıntılarda bu kararsızlığı önleyecek yönde değişiklik yapılmıştır. Bu nedenle, Baz-emetör jonksiyonuna ilişkin Q_{BE} yükü

$$Q_{BE} = \begin{cases} \tau_F \cdot I_{SS} \cdot \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right] \\ + C_{jE}(0) \int_0^{V_{BE}} \left(1 - \frac{V}{\phi_E}\right)^{-m_C} .dV & V_{BE} < FC \cdot \phi_E \\ \tau_F \cdot I_{SS} \cdot \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right] \\ + C_{jE}(0) \cdot F_1 + \frac{C_{jE}(0)}{F_2} \int_0^{V_{BE}} \left(F_3 + \frac{m_E \cdot V}{\phi_E}\right) .dV & V_{BE} \geq FC \cdot \phi_E \end{cases} \quad (3.4.37)$$

şeklinde değiştirilmiştir. Bu yönde düzeltilen bağıntıların, seçilen sınır değerden daha büyük gerilimler için lineer bir bağıntıya dönüştüğü ve sonsuza gitmenin önlenildiği daha önce belirtilmişti. Bağıntıda yer alan F_1 , F_2 ve F_3 büyüklükleri

$$F_1 = \frac{\phi_0}{1-m} \left[1 - (1-FC)^{1-m} \right]$$

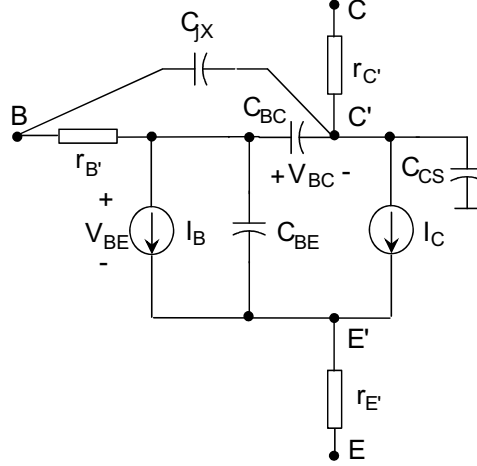
$$F_2 = (1-FC)^{1+m_E}$$

$$F_3 = 1 - FC \cdot (1 + m_E)$$

(3.4.38)

şeklinde tanımlanmışlardır.

Dağılmış CB jonksiyonu kapasitesinin modellenmesi



Şekil-3.46. Dağılmış kapasitenin modellenmesi.

Kolektör-baz jonksiyonundaki dağılmış kapasitenin modellenmesi amacıyla, EM3 modelinde olduğu gibi, bu jonksiyona ilişkin jonksiyon kapasitesi ikiye ayrılmıştır. Değeri 0-1 arasında değişen bir X_{CjC} parametresi, EM3 modelindeki ORAN (RATIO) parametresine benzer biçimde, bu ikiye ayrılmayı karakterize etmek üzere model parametrelerine eklenmiştir. Dağılmış kapasitenin modellenmesi Şekil-3.46'da görülmektedir. Şekildeki $X_{CjC}C_{jC}$ kapasitesi iç baz ve kolektör düğümleri arasında, $(1-X_{CjC})C_{jC}$ kapasitesi de dış baz düğümü ile iç kolektör düğümü arasında getirilmişlerdir. Bu bağıntılarda C_{jC} toplam baz-kolektör kapasitesidir. Özellikle sadece çok yüksek frekanslarda etkisini gösterir. Söz konusu bölünmenin SPICE modeline ne şekilde katıldığı aşağıdaki bağıntılarda gösterilmiştir. Bunun için jonksiyon kapasitesi yükü-gerilim ilişkisi olarak

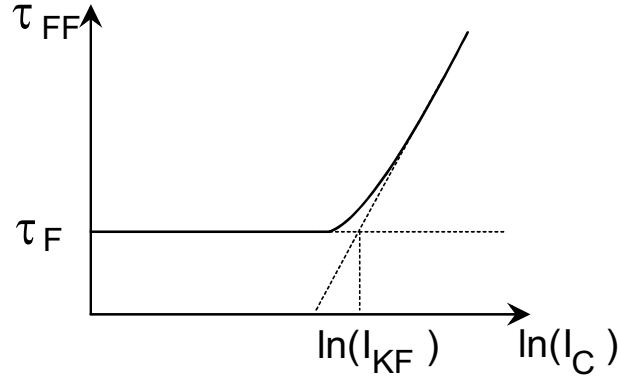
$$Q_{BX} = \begin{cases} C_{jC}(0)(1-X_{CjC}) \int_0^{V_{BC}} \left(1 - \frac{V}{\phi_C}\right)^{-m_C} .dV & V_{BC} < FC.\phi_C \\ C_{jC}(0)(1-X_{CjC})F_1 + \frac{C_{jC}(0)(1-X_{CjC})}{F_2} \int_0^{V_{BC}} \left(F_3 + \frac{m_C.V}{\phi_C}\right) .dV & V_{BC} \geq FC.\phi_C \end{cases} \quad (3.4.39)$$

kapasite-gerilim ilişkisi biçiminde de

$$C_{BX} = \begin{cases} C_{jC}(0)(1 - X_{CJC}) \left(1 - \frac{V}{\phi_C}\right)^{-m_C} & V_{BC} < FC \cdot \phi_C \\ \frac{C_{jC}(0)(1 - X_{CJC})}{F_2} \left(F_3 + \frac{m_C \cdot V}{\phi_C}\right) & V_{BC} \geq FC \cdot \phi_C \end{cases} \quad (3.4.40)$$

bağıntıları verilmektedir.

τ_F ileri yönde geçiş süresinin akıma bağımlılığının modellenmesi



Şekil-3.47. τ_F ileri yönde geçiş süresinin I_C kolektör akımına bağımlılığı.

τ_F ileri yönde geçiş süresinin I_C kolektör akımına bağımlılığı Şekil-3.47'de verilmiştir. Bu ilişki, çoğunlukla f_T kazanç-band genişliği bağıntısından türetilen amprik bir eşitlikle verilmektedir. f_T - I_C karakteristiğinde, daha önce EM3 modeli incelenirken de belirtildiği gibi, üç ayrı bölge söz konusudur.

Düşük akımlar bölgesinde f_T büyüklüğü jonksiyon kapasiteleri ve g_m geçiş iletkenliği ile belirlenir. g_m akım ile arttığından f_T frekansı da akımla artar.

Orta akımlar bölgesinde f_T bir tepe değere ulaşır ve sabit kalır. Burada geçiş süresi taşıyıcıların baz bölgesini ve kolektör jonksiyonu fakirleşmiş bölgesini geçmeleri için gerekli olan süredir. Baz-emetör difüzyon kapasitesi akımla arttığından, g_m eğimindeki artma kompanse edilir, f_T için belirli bir limite ulaşılır, τ_F nin ideal maksimumu

$$\tau_F = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_T} \quad (3.4.41)$$

olur.

Büyük akımlar bölgesinde f_T ve τ_F I_C ve V_{CE} büyüklüklerinin fonksiyonudur. Baz genişlemesi, enine yığılma, sözde doyma gibi olaylar geçiş süresini artırır ve f_T frekansını azaltır. SPICE modelinde bu olaylar amprik bağıntılarla modellenmiştir.

$$ATF = 1 + X_{\tau_F} \cdot \exp\left(\frac{V_{BC}}{1.44V_{\tau_F}}\right) \cdot \left(\frac{I_{CC}}{I_{CC} + I_{\tau_F}}\right) \quad (3.4.42)$$

şeklinde bir çarpan tanımlansın. Bu çarpan yük bağıntılarında τ_F ileri yönde geçiş süresinin önüne getirilsin. Bağıntıdaki V_{τ_F} büyüklüğü, V_{BC} nin üstel fonksiyonda 1/2 değerine ulaştığı değeridir. X_{τ_F} diğer bir SPICE parametresidir ve f_T nin toplam düşmesini kontrol etmek üzere kullanılmıştır. I_{τ_F} de f_T - I_C değişiminin modelleyen diğer bir parametre olmaktadır. 1.44 çarpanı eğri uydurmak amacıyla bağıntıya katılmıştır. Böylece

$$f_T = \frac{1}{2\pi\tau_F \left[ATF + \frac{2(ATF-1)I_{\tau_F}}{I_{CC} + I_{\tau_F}} + \frac{kT}{q} n_F \left(\frac{ATF-1}{1.44V_{\tau_F}} \right) \right]} \quad (3.4.43)$$

elde edilir. Bağıntı düşük akımlarda ve yüksek V_{CE} değerlerinde

$$f_F = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau_T} \quad (3.4.44)$$

şeklini alır. Yüksek I_C değerlerinde

$$\left(\frac{I_{CC}}{I_{CC} + I_{\tau_F}} \right) \rightarrow 1$$

olacağından

$$f_T|_{I_C \rightarrow \infty} = \frac{1}{2\pi\tau_F \left[1 + X_{\tau_F} \cdot \exp\left(\frac{V_{BC}}{1.44V_{\tau_F}}\right) + \frac{q \exp\left(\frac{V_{BC}}{1.44V_{\tau_F}}\right)}{nkT} 1.44V_{\tau_F} \right]}$$

(3.4.45)

elde edilir. Verilen bir V_{BC} geriliminde yüksek akımlar asimptotu $V_{\tau F}$ ve $X_{\tau F}$ ile belirlenir. $I_C \rightarrow 1$ ve $V_{BC} \rightarrow 0$ için

$$f_T|_{I_C \rightarrow \infty} = \frac{1}{2\pi\tau_F \left[1 + X_{\tau F} \left(1 + \frac{q}{nkT} 1.44V_{\tau F} \right) \right]} \quad (3.4.46)$$

$$ATF = 1 + X_{\tau F} \quad (3.4.47)$$

olduğundan, f_T deki düşme $X_{\tau F}$ ile kontrol edilebilmektedir.

Bu etki, SPICE programında aşağıdaki yük bağıntıları ile modellenmektedir.

$$Q_{\tau FF} = \tau_{FF} \frac{I_{CC}}{q_B} \quad (3.4.48)$$

$$C_{\tau FF} = \frac{dQ_{\tau FF}}{dV_{BE}} \quad (3.4.49)$$

$$\tau_{FF} = \tau_F \left[1 + X_{\tau F} \cdot \exp\left(\frac{V_{BC}}{1.44V_{\tau F}}\right) \cdot \left(\frac{I_{CC}}{I_{CC} + I_{\tau F}}\right)^2 \right] \quad (3.4.50)$$

SPICE BJT model parametrelerinin sıcaklığa bağımlılığı

Tüm SPICE giriş verileri 27°C (300K) için kabul edilmiştir. Simülatör nominal sıcaklık olarak 27°C değerini alır.

Sıcaklık değişimlerini simülasyona yansıtma üzere BJT model parametrelerinin gerçeğe uygun biçimde değiştirilmeleri, başka bir deyişle bu parametrelerin sıcaklığa bağımlılığının da modellenmesi gerekmektedir. Sıcaklığa bağımlılığı modellenen parametreler I_S doyma akımı, I_{SE} baz-emetör jonksiyonu kaçak doyma akımı, I_{SC} baz-kolektör jonksiyonu kaçak doyma akımı, ϕ_E baz-emetör jonksiyonu potansiyel seddi, ϕ_C baz-kolektör jonksiyonu potansiyel seddi, β_F ileri yönde ve β_R ters yönde akım kazançları, C_{jCO} baz-

kolektör jonksiyonu sıfır kutuplama kapasitesi, C_{jEO} baz-emetör jonksiyonu sıfır kutuplama kapasitesi ve FC ileri yönde kutuplama kapasite katsayısıdır.

SPICE BJT modelinde I_S doyma akımının sıcaklığa bağımlılığı

$$I_S(T_2) = I_S(T_1) \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{X_{TI}} \exp\left\{\left(\frac{-qE_g(300K)}{kT_2}\right) \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)\right\} \quad (3.4.51)$$

bağıntısıyla modellenmektedir. Bunun için iki model parametresi, X_{TI} doyma akımı sıcaklık üssü ve E_g enerji bandı genişliği getirilmektedir.

Potansiyel setlerinin sıcaklığa bağımlılığı aşağıdaki gibi modellenmiştir:

$$\phi_E(T_2) = \frac{T_2}{T_1} \phi_E(T_1) - 2 \frac{kT_2}{q} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1.5} - \left(\frac{T_2}{T_1} E_g(T_1) - E_g(T_2)\right) \quad (3.4.52)$$

$$\phi_C(T_2) = \frac{T_2}{T_1} \phi_C(T_1) - 2 \frac{kT_2}{q} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1.5} - \left(\frac{T_2}{T_1} E_g(T_1) - E_g(T_2)\right) \quad (3.4.53)$$

Bu bağıntılarda $E_g(T_1)$ ve $E_g(T_2)$ aşağıdaki ifadeler yardımıyla hesaplanabilir.

$$E_g(T_1) = E_g(0) - \frac{\alpha \cdot T_1^2}{\beta + T_1} \quad (3.4.54)$$

$$E_g(T_2) = E_g(0) - \frac{\alpha \cdot T_2^2}{\beta + T_2} \quad (3.4.55)$$

Deneyisel sonuçlar Si malzeme için

$$\alpha = 7.02 \cdot 10^{-4}, \beta = 1108, E_g(0) = 1.16 \text{eV}$$

olduğunu ortaya koymuştur.

β_F ve β_R akım kazançlarının sıcaklığa bağımlılıkları

$$\beta_F(T_2) = \beta_F(T_1) \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{X_{TB}} \quad (3.4.56)$$

$$\beta_R(T_2) = \beta_R(T_1) \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{X_{TB}} \quad (3.4.57)$$

bağıntılarıyla verilmektedir.

I_{SE} ve I_{SC} doyma akımlarının sıcaklığa bağımlılıkları da

$$I_{SE}(T_2) = I_{SE}(T_1) \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{-X_{TB}} \left(\frac{I_S(T_2)}{I_S(T_1)} \right)^{1/n_{EL}} \quad (3.4.58)$$

$$I_{SC}(T_2) = I_{SC}(T_1) \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{-X_{TB}} \left(\frac{I_S(T_2)}{I_S(T_1)} \right)^{1/n_{CL}} \quad (3.4.59)$$

biçiminde ifade edilmiştir.

C_{jE} ve C_{jC} kapasitelerinin sıcaklığa bağımlılığı

$$C_{jE}(T_2) = C_{jE}(T_1) \left\{ 1 + m_E \cdot \left[400 \cdot 10^{-6} (T_2 - T_1) - \frac{\phi_E(T_2) - \phi_E(T_1)}{\phi_E(T_1)} \right] \right\} \quad (3.4.60)$$

$$C_{jC}(T_2) = C_{jC}(T_1) \left\{ 1 + m_C \cdot \left[400 \cdot 10^{-6} (T_2 - T_1) - \frac{\phi_C(T_2) - \phi_C(T_1)}{\phi_C(T_1)} \right] \right\} \quad (3.4.61)$$

bağıntılarıyla verilmektedir.

İleri yönde kutuplama için kapasite katsayısının sıcaklığa bağımlılığı ise

$$FCPE(T_2) = FC \cdot \phi_E = FCPE(T_1) \cdot \frac{\phi_E(T_2)}{\phi_E(T_1)} \quad (3.4.62)$$

$$F_1(T_2) = F_1(T_1) \frac{\phi_E(T_2)}{\phi_E(T_1)} \quad (3.4.63)$$

$$FCPC(T_2) = FC \cdot \phi_C = FCPC(T_1) \cdot \frac{\phi_C(T_2)}{\phi_C(T_1)} \quad (3.4.64)$$

$$F_1(T_2) = F_1(T_1) \frac{\phi_C(T_2)}{\phi_C(T_1)} \quad (3.4.65)$$

eşitlikleriyle modellenmiştir.

BJT model parametrelerinin emetör kesit alanına bağımlılığı

BJT model parametrelerinin emetör kesit alanına bağımlılığının modellenmesi için AREA isimli bir çarpan kullanılmış ve bunun model parametrelerine etkisi aşağıdaki bağıntılarla verilmiştir:

$$I_S = I_S \cdot AREA$$

$$I_{SE} = I_{SE} \cdot AREA$$

$$I_{SC} = I_{SC} \cdot AREA$$

$$I_{KF} = I_{KF} \cdot AREA$$

$$I_{KR} = I_{KR} \cdot AREA$$

$$I_{rB} = I_{rB} \cdot AREA$$

$$I_{\tau F} = I_{\tau F} \cdot AREA$$

$$C_{jC}(0) = C_{jC}(0) \cdot AREA$$

$$C_{jE}(0) = C_{jE}(0) \cdot AREA$$

$$C_{jS}(0) = C_{jS}(0) \cdot AREA \quad (3.4.66)$$

$$r_B = \frac{r_B}{AREA}$$

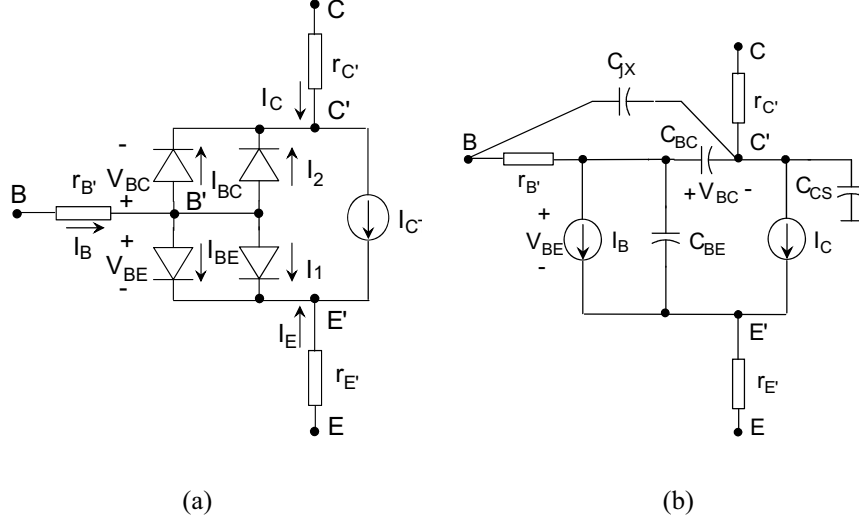
$$r_{BM} = \frac{r_{BM}}{AREA}$$

$$r_E = \frac{r_E}{AREA}$$

$$r_C = \frac{r_E}{AREA}$$

Baz bölgesine emetör ve kolektörden enjekte edilen ek taşıyıcılara ilişkin yük birikimi, bağıntılarda üstel terimlerle temsil edilmektedir. Difüzyon kapasitelerine ilişkin bu yük birikimi mekanizması τ_F ve τ_R model parametreleri ile karakterize edilir. τ_F büyüklüğü ileri yönde geçiş süresi, τ_R büyüklüğü de ters yönde geçiş süresi olarak isimlendirilmektedir.

SPICE BJT modeline ilişkin eşdeğer devre Şekil-3.48'da verilmiştir. r_B , r_E ve r_C büyüklükleri gövde dirençlerini göstermektedir.



Şekil-3.48. SPICE BJT modeline ilişkin eşdeğer devre: a. statik model, b. dinamik model

3.5. Yüksek doğruluklu BJT modeli

Lineer olmayan bir elemanın modelinin, elemanın doğrusal olmama özelliğini bütün çalışma bölgeleri için presizyonlu olarak temsil etmesi gerekir. Bu elemanların modelleri için farklı doğruluk kriterleri tanımlanabilir. Bunlardan biri ve en yaygın olarak başvurulana, elemanın hesap sonucu bulunan özeğrilerinin ölçü sonucu bulunan özeğrileriyle uyumlu olmasıdır. Bunun için model parametreleri optimize edilerek ölçü ve hesap sonucu bulunacak karakteristikler arasında oluşacak hatanın minimum düzeye düşmesinin sağlanmasına çalışılır. SPICE modellerinde doğruluk bu yöntemle sağlanmaktadır.

Doğruluğu test etmek üzere yararlanılabilecek diğer bir yol ise, elemanın küçük işaret parametrelerinin, diğer bir deyişle elemanın akım-gerilim bağıntılarının uç büyüklüklerine göre kısmi türevlerinin, çalışma noktası akım ve gerilimleriyle değişimleri için ölçü ve hesaplama bulunacak değerler arasındaki tutarlılığın incelenmesidir. Özeğrilerin eğimini veren bu kısmi türevlerin model yardımıyla aslına uygun bir biçimde hesaplanabilmeleri durumunda, modelin

vereceği özeğrilerin de yeteri kadar doğru olacakları kolayca fark edilebilir. Doğruluğu test etmek için, test devreleri üzerinde elemanın neden olduğu lineer olmama distorsiyonu için ölçü ve hesap sonuçlarının uyumluluğu araştırılmalıdır.

1980 yılında, D. Leblebici tarafından yapılan bir çalışmada bu ikinci doğruluk kriterinden hareket edilerek bipolar tranzistordaki Early olayı fiziksel açıdan ele alınmış, baz genişliği modülasyonunu modellemek üzere Early gerilimi yerine orijinal Gummel-Poon modeline benzer biçimde M ve N şeklinde iki yeni parametre tanımlanmış, bu şekilde bir değişiklik sonucu elde edilen akım denklemlerinden hesaplanan özeğrilerin ve bunların uç büyüklüklerine göre kısmi türevleri olan küçük işaret h ve y parametrelerinin kolektör-emetör gerilimine bağımlılığın gerçek özeğri ve küçük işaret parametrelerinin değişimleriyle uyumluluğu gösterilmiştir.

1982-1991 yılları arasında Kuntman tarafından yapılan çeşitli çalışmalarda, bu doğruluk kriteri bipolar tranzistorun tüm çalışma bölgelerine (düşük ve yüksek enjeksiyon seviyeleri bölgeleri, büyük gerilimlerde çalışma, ileri ve ters yönde çalışma bölgeleri) uygulanarak, yüksek doğruluklu bir BJT modeli oluşturulmuş, bu modelin BJT'lerle oluşturulan devrelerin harmonik distorsiyonu özelliklerini gerçek devrenin davranışı ile uyumlu bir biçimde verdiği gösterilmiştir.

Bu şekilde bir yüksek doğruluk elde edebilmek üzere, Early olayının fiziksel davranışa uygun olarak modellenmesinin yanısıra, EM3 ve GP modellerinde olduğu gibi, düşük ve yüksek enjeksiyon seviyesi olaylarını modelleyen terimler yüksek doğruluk sağlanacak biçimde değiştirilerek geliştirilen modele katılmış, bunun yanısıra küçük işaret parametrelerinin akım ve gerilimle değişimine önemli derecede etki eden kolektör-baz jonksiyonu kaçak direncinin model kapsamına alınması gerektiği ortaya konmuştur. Modelin getirdiği diğer bir yenilik, büyük kolektör-emetör gerilimlerinde küçük işaret parametrelerinin gerilimle değişimine birinci derecede etkili olan kolektör çoğaltması olayının da modele katılmasıdır. Bu şekilde oluşturulan yüksek doğruluklu model, SPICE modeli ile birleştirilmiş ve SPICE programına katılmıştır. Yine, yüksek doğruluklu modelin kendine özgü parametrelerinin belirlenmesi için özel ölçü yöntemleri gerekmektedir. Bu parametrelerin belirlenmesi için ayrıca ölçü yöntemleri de geliştirilmiştir.

Early olayının fiziksel modellenmesi

Early olayının elemanın fiziğinden hareketle modellenmesi, yeni bir I_s doyma akımı tanımı

Jonksiyon kapasitesinin modellenmesi için kullanılan klasik bağıntı

$$x = \frac{V - \phi}{\phi} \quad (3.5.1)$$

olmak üzere

$$C_j(V) = \frac{C_{j0}}{(-x)^m} \quad (3.5.2)$$

şeklinde. Burada m büyüklüğü jonksiyon kapasitesi granyan faktörü olarak isimlendirilmekte, değeri 1/2 ile 1/3 arasında değişmektedir. Bağıntıda C_{j0} uygulanan gerilim sıfır iken elde edilen kapasite değeri, V jonksiyona uygulanan gerilim ve ϕ büyüklüğü de potansiyel seddidir.

Bilindiği gibi, bir fakirleşmiş bölgenin yükü ile jonksiyon kapasitesi arasında

$$Q_j(V) = \int_0^V C_j(V) dV \quad (3.5.3)$$

şeklinde bir ilişki bulunmaktadır. Klasik kapasite-gerilim ilişkisini veren (3.5.3) bağıntısından hareket edilirse

$$Q_j(V) = C_{j0} \frac{\phi}{1-m} - C_{j0} \frac{\phi}{1-m} \left[1 - \frac{V}{\phi} \right]^{1-m} \quad (3.5.4)$$

bağıntısı elde edilir.

Tranzistorun aktif bölgede çalıştırılması halinde, baz-kolektör jonksiyonu fakirleşmiş bölgesi yükü Q_{BC} , bu jonksiyona uygulanan V_{CB} gerilimine bağlı olarak değişir. Baz-emetör jonksiyonu ise iletim yönünde kutuplanmış olup, uçlarındaki V_{BE} gerilimi fazla bir değişim göstermez, bu nedenle Q_{BE} yükü sabittir ve değişime etkisi ihmal edilebilir. Dolayısıyla, düşük enjeksiyon seviyeleri için toplam baz yükünü veren Gummel-Poon bağıntısı

$$Q_B = Q_{BO} + Q_C + Q_E$$

şeklinden

$$Q_B = Q_{BO}' - C_{jCO} \frac{\phi_C^{m_C}}{1 - m_C} [\phi_C + V_{CB}]^{1 - m_C} \quad (3.5.5)$$

biçimine getirilebilir. Bu Bağıntıda C_{jCO} kolektör-baz jonksiyonu kapasitesinin $V_{CB} = 0$ ikenki değeri, ϕ_C büyüklüğü bu jonksiyona ilişkin potansiyel seddi ve m_C de kapasite gradyan faktörü olmaktadır. Q_{BO}' ise yükün gerilimden bağımsız bileşenini verir.

$$V_{CB} = V_{CE} - V_{BE} \quad (3.5.6)$$

olduğu dikkate alınır

$$\phi_C + V_{CB} = \phi_C + V_{CE} - V_{BE} \quad (3.5.7)$$

yazılabilir. Baz-emetör jonksiyonu iletim yönünde kutuplandığından VBE gerilimi 0.7V mertebesinde olur. ϕ_C ile gösterilen potansiyel seddi de 0.7-0.8V mertebesinde dir. Bu nedenle

$$\Delta V = \phi_C - V_{BE} \quad (3.5.8)$$

büyüklüğü hemen her zaman

$$\Delta V \ll V_{CE}$$

şartını sağlayacaktır. Bu nedenle

$$\phi_C + V_{CB} = V_{CE} + \Delta V \approx V_{CE} \quad (3.5.9)$$

olur. Bu şart gözönüne alınır ve Q_B/Q_{BO}' oranı oluşturulursa

$$q_B = \frac{Q_B}{Q_{BO}'} = 1 - \frac{C_{jCO}}{Q_{BO}'} \frac{\phi_C^{m_C}}{1 - m_C} V_{CE}^{1 - m_C} \quad (3.5.10)$$

elde edilir. Bulunan bağıntının Gummel ve Poon tarafından verilen

$$I_{CC} = \frac{I_S}{q_B} \left(\exp \frac{V_{BE}}{V_T} - 1 \right) \quad (3.5.11)$$

ifadesinde yerine konması ve doyma akımının kutuplamadan bağımsız çarpanının $I_{SS} = I_{SO}$ olarak yeniden tanımlanması durumunda, kolektör akımının baskın bileşeni

$$I_{CC} = \frac{I_{SO}}{1 - \frac{C_{jCO}}{Q_{BO}'} \frac{\phi_C^{m_C}}{1 - m_C} V_{CE}^{1 - m_C}} \left(\exp \frac{V_{BE}}{V_T} - 1 \right) \quad (3.5.12)$$

biçiminde ifade edilebilir.

$$1 - \frac{C_{jCO}}{Q_{BO}} \frac{\phi_C^{m_C}}{1 - m_C} V_{CE}^{1-m_C} \ll 1$$

olması halinde, paydadaki terim için seri açılımı kullanılırsa (3.5.12) bağıntısı

$$I_{CC} = I_{SO} \cdot \left(1 + \frac{C_{jCO}}{Q_{BO}} \frac{\phi_C^{m_C}}{1 - m_C} V_{CE}^{1-m_C} \right) \cdot \left(\exp \frac{V_{BE}}{V_T} - 1 \right) \quad (3.5.13)$$

şeklini alır. Gummel-Poon eşitliğinden hareketle çıkartılan bu bağıntı

$$N = 1 - m_C \quad (3.5.14)$$

$$M = 2 \frac{C_{jCO}}{Q_{BO}} \frac{\phi_C^{m_C}}{1 - m_C} \quad (3.5.15)$$

alınması halinde

$$I_{CC} = I_{SO} \cdot \left(1 + \frac{M}{2} V_{CE}^N \right) \cdot \left(\exp \frac{V_{BE}}{V_T} - 1 \right) \quad (3.5.16)$$

biçiminde ifade edilebilir. I_S doyma akımı için

$$I_S = I_{SO} \cdot \left(1 + \frac{M}{2} V_{CE}^N \right) \quad (3.5.17)$$

şeklinde yeni bir tanım getirilirse, ileri yönde çalışma için kolektör akımının baskın bileşeni

$$I_{CC} = I_S \cdot \left(\exp \frac{V_{BE}}{V_T} - 1 \right) \quad (3.5.18)$$

şeklini alır. Başka bir deyişle, bu düzenlemenin sonunda yine basit EM1 modelinin vereceği bağıntıya ulaşılmakta, ancak, doyma akımı gerçek eleman davranışına uygun olarak V_{CE} kolektör-emetör geriliminin üslü bir fonksiyonu olacak şekilde getirilmektedir.

(3.5.9) bağıntısıyla verilen yaklaşıklık gözönüne alınır, (3.5.14) ve (3.5.15) eşitliklerinden yararlanılırsa, (3.5.2) bağıntısından elde edilecek kolektör-baz jonksiyonu kapasitesi ifadesi

$$C_{jC}(V_{CE}) = C_{jCO} \left(\frac{V_{CE}}{\phi_C} \right)^{N-1}$$

$$C_{jC}(V_{CE}) = \frac{M \cdot N}{2} Q_{BO}' V_{CE}^{N-1} \quad (3.5.19)$$

biçimine dönüştürülebilir. (3.5.19) bağıntısında V_{CEN}^{-1} katsayısı için

$$K = \frac{M \cdot N}{2} Q_{BO}' \quad (3.5.20)$$

şeklinde bir tanım yapılırsa, bu bağıntı

$$C_{jC}(V_{CE}) = K \cdot V_{CE}^{N-1} \quad (3.5.21)$$

biçimine getirilebilir. (3.5.20) ile tanımlanan K büyüklüğü yeni bir model parametresi olup, nümerik değer olarak $V_{CE}=1V$ değerine karşı düşen kapasiteye eşittir. Bu nedenle, kolektör-baz jonksiyonu kapasitesini modelleyen (3.5.21) bağıntısı kapsamında yer alan K parametresi ölçü yoluyla kolayca belirlenebilir. Bu bağıntı, basit hesaplar ve ileride değinilecek bazı ölçümler için kullanılmaya oldukça elverişlidir.

β_F akım kazancının Early olayına bağımlılığı, yeni bir β_F tanımı

Kolektör-baz geriliminin herhangi bir değeri için bazın etkin genişliği, w fakirleşmiş bölgenin baz içindeki bölümünün genişliği olmak üzere

$$W = W_o - w \quad (3.5.22)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bir bipolar tranzistorda

$$\beta_F \approx \frac{1}{W^2} \quad (3.5.23)$$

olduğu gösterilmiştir. Bunlar biraraya getirilirse

$$\beta_F = \beta_{FO} \left(\frac{W_o}{W} \right)^2$$

$$\beta_F = \beta_{FO} \left(\frac{W_o}{W - w} \right)^2$$

$$\beta_F = \beta_{FO} \frac{1}{\left(1 - \frac{w}{W_o} \right)^2} \quad (3.5.24)$$

elde edilir. $x \ll 1$ olması durumunda

$$\frac{1}{(1-x)^2} \approx 1 + 2x$$

yazılabileceği dikkate alınır, (3.5.24) bağıntısı

$$\beta_F = \beta_{FO} \cdot \left(1 + 2 \frac{w}{W_o} \right) \quad (3.5.25)$$

biçiminde ifade edilebilir. Öte yandan, (3.5.15) bağıntısından hareket edilirse

$$2 \frac{w}{W_o} = \frac{C_{jCO}}{Q_{BO}} \frac{\phi_C^{m_C}}{1 - m_C} V_{CE}^{1-m_C} = MV_{CE}^N \quad (3.5.26)$$

bulunur. Bu bağıntı (3.5.25) eşitliğinde yerine konursa

$$\beta_F = \beta_{FO} (1 + MV_{CE}^N) \quad (3.5.26)$$

elde edilir.

3.5.2.İleri yönde çalışma bölgesi için baz ve kolektör akımlarını veren bağıntılar

(3.5.17) bağıntısı ile tanımlanan I_S doyma akımı ve (3.5.26) bağıntısı ile verilen β_F akım kazancı ileri yönde çalışma bölgesi için Ebers-Moll bağıntılarına götürülürse, baz ve kolektör akımlarını veren bağıntılar

$$I_B = \frac{I_{SO} \left(1 + \frac{M}{2} V_{CE}^N \right)}{\beta_{FO} (1 + MV_{CE}^N)} \exp \frac{V_{BE}}{V_T} \quad (3.5.27)$$

$$I_C = I_{SO} \left(1 + \frac{M}{2} V_{CE}^N \right) \exp \frac{V_{BE}}{V_T} \quad (3.5.28)$$

biçimine dönüşürler. Bir bipolar tranzistörün baz ve kolektör akımlarını

$$I_B = I_B(V_{BE}, V_{CE})$$

$$I_C = I_C(V_{BE}, V_{CE})$$

biçiminde V_{BE} ve V_{CE} gerilimlerinin fonksiyonu olarak veren bu eşitliklerden yararlanılarak küçük işaret alçak frekans y parametreleri hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} y_{ie} &= \left. \frac{\partial I_B}{\partial V_{BE}} \right|_{V_{CE}=st} & y_{re} &= \left. \frac{\partial I_B}{\partial V_{CE}} \right|_{V_{BE}=st} \\ y_{fe} &= \left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} \right|_{V_{CE}=st} & y_{oe} &= \left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{CE}} \right|_{V_{BE}=st} \end{aligned} \quad (3.5.29)$$

$$\begin{aligned} y_{ie} &= \frac{1}{V_T} \frac{I_{SO} \left(1 + \frac{M}{2} V_{CE}^N \right)}{\beta_{FO} (1 + M V_{CE}^N)} \exp \frac{V_{BE}}{V_T} \\ y_{re} &= \frac{I_{SO}}{\beta_{FO}} \frac{\frac{MN}{2} V_{CE}^{N-1}}{(1 + M V_{CE}^N)} \exp \frac{V_{BE}}{V_T} - \frac{I_{SO} \left(1 + \frac{M}{2} V_{CE}^N \right) M N V_{CE}^{N-1}}{\beta_{FO} (1 + M V_{CE}^N)} \exp \frac{V_{BE}}{V_T} \\ y_{fe} &= \frac{I_{SO}}{V_T} \left(1 + \frac{M}{2} V_{CE}^N \right) \exp \frac{V_{BE}}{V_T} \\ y_{oe} &= I_{SO} \frac{MN}{2} V_{CE}^{N-1} \exp \frac{V_{BE}}{V_T} \end{aligned} \quad (3.5.30)$$

Bulunan bu bağıntılar kolektör akımının ve kolektör emetör geriliminin fonksiyonu olacak biçimde yeniden düzenlenebilir. Bu şekilde düzenlenmiş olan bağıntılar, geometrik modelleme yaklaşımı ile elde edilen bağıntılarla birlikte Tablo-3.2'de verilmiştir. Geometrik Lindholm-Hamilton yaklaşımı ile elde edilen bağıntılar, iki modelleme yönteminin karşılaştırılması amacıyla verilmiştir.

Tablo-3.2. Fiziksel yaklaşım ve geometrik yaklaşımla elde edilen BJT modelleri yardımıyla hesaplanan alçak frekans y parametreleri.

Fiziksel model	Geometrik yaklaşım
$y_{ie} = \frac{1}{V_T} \frac{I_C}{\beta_{FO}(1 + MV_{CE}^N)}$	$y_{ie} = \frac{1}{V_T} \frac{I_C}{\beta_{FO} \cdot \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A}\right)}$
$y_{re} = -\frac{I_C}{\beta_{FO}} \frac{\frac{MN}{2} V_{CE}^{N-1}}{(1 + MV_{CE}^N)^2 \left(1 + \frac{M}{2} V_{CE}^N\right)}$	$y_{re} = 0$
$y_{fe} = \frac{I_C}{V_T}$	$y_{fe} = \frac{I_C}{V_T}$
$y_{oe} = I_C \frac{\frac{MN}{2} V_{CE}^{N-1}}{\left(1 + \frac{M}{2} V_{CE}^N\right)}$	$y_{oe} = \frac{I_C}{V_A}$

Bir bipolar tranzistorun baz-emetör gerilimini ve kolektör akımını aktif çalışma bölgesinde

$$V_{BE} = V_T \ln \left\{ \frac{I_B \beta_{FO} (1 + MV_{CE}^N)}{I_{SO} \left(1 + \frac{M}{2} V_{CE}^N\right)} \right\} \quad (3.5.31)$$

$$I_C = \beta_{FO} (1 + MV_{CE}^N) \cdot I_B \quad (3.5.32)$$

şeklinde ifade etmek de mümkündür. Bu bağıntılardan ilki tranzistorun giriş özeğrisini, ikincisi ise I_B =sabit çıkış özeğrilerini verir. Baz emetör gerilimini ve kolektör akımını

$$V_{BE} = V_{BE}(I_B, V_{CE})$$

$$I_C = I_C(I_B, V_{CE})$$

biçiminde I_B baz akımının ve V_{CE} geriliminin fonksiyonu olarak veren bu eşitliklerden yararlanılarak küçük işaret alçak frekans h parametreleri hesaplanabilir. Alçak frekans h parametreleri bağıntıları, geometrik yaklaşımla elde edilen modelden hesaplanan h parametreleri ifadeleri ile birlikte Tablo-3.3'de verilmiştir.

Tablo-3.3. Fiziksel yaklaşım ve geometrik yaklaşımla elde edilen BJT modelleri yardımıyla hesaplanan alçak frekans y parametreleri.

Fiziksel model	Geometrik yaklaşım
$h_{ie} = \frac{V_T}{I_C} \beta_{FO} (1 + MV_{CE}^N)$	$h_{ie} = \frac{V_T}{I_C} \beta_{FO} \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A} \right)$
$h_{re} = V_T \frac{\frac{MN}{2} V_{CE}^{N-1}}{(1 + MV_{CE}^N) \cdot \left(1 + \frac{M}{2} V_{CE}^N \right)}$	$h_{re} = 0$
$h_{fe} = \beta_{FO} (1 + MV_{CE}^N)$	$h_{fe} = \beta_{FO} \cdot \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A} \right)$
$h_{oe} = I_C \frac{MNV_{CE}^{N-1}}{1 + MV_{CE}^N}$	$h_{oe} = \frac{I_C}{V_A}$

Bu bağıntılardan fark edilebileceği gibi, Early gerilimi ile modelleme sonucunda elde edilecek küçük işaret h ve y parametrelerinin değerleri gerçek eleman üzerinde ölçü yoluyla bulunacak sonuçlardan oldukça farklıdır. Geometrik yaklaşım sonucunda y_{ie} , y_{oe} , h_{ie} , h_{fe} ve h_{oe} küçük işaret parametrelerinin V_{CE} gerilimine bağımlılığı bir ölçüde modellenmekte, ancak $y_{re} = 0$, $h_{re} = 0$, $y_{oe} = h_{oe}$ sonuçları, elemanın gerçek özellikleriyle çelişen sonuçlardır. Yine y_{oe} ve h_{oe} çıkış iletkenliklerinin sadece kolektör akımının birer

fonksiyonu oldukları ve kolektör-emetör geriliminden bağımsız kaldıkları sonucu elde edilmektedir ki, böyle bir sonucun gerçekçi olamayacağı açıktır.

Bir bipolar tranzistorda sabit V_{BE} çıkış özdeşleri ile sabit I_B çıkış özdeşlerinin eğimleri farklıdır; bu nedenle $y_{oe} = h_{oe}$ olması mümkün değildir. Yine, gerçekte $y_{re} = 0$, $h_{re} = 0$ olmayacağı açıktır. Bu sonuçlar yüksek doğruluk kriterine göre oluşturulan modelden elde edilen sonuçlarla kıyaslandığında, yüksek doğruluklu modelde gerçeğe daha yakın sonuçlar elde edildiği, $y_{re} \neq 0$, $h_{re} \neq 0$, $y_{oe} < h_{oe}$ olduğu, yine y_{oe} ve h_{oe} çıkış iletkenliklerinin hem kolektör akımının hem de kolektör-emetör geriliminin birer fonksiyonu oldukları kolayca görülebilir.

Yüksek doğruluklu modelin oluşturulması

SPICE Gummel-Poon modelinde ileri yönde kolektör ve ters yönde emetör akımlarının uç gerilimlerine bağımlılıkları, fakirleşmiş bölge yüklerinin ve yüksek enjeksiyon seviyesi olaylarını kapsayacak biçimde temel akım denklemlerinde yer alan normalize baz yükünden yararlanarak temsil edilmektedir. q_B baz yükü

$$q_B = 1 + q_C + q_E + q_F + q_R \quad (3.5.33)$$

şeklinde ifade edilmektedir, bu bağıntıda

$$q_C = \frac{V_{BC}}{V_{AF}}$$

$$q_E = \frac{V_{BE}}{V_{AR}}$$

$$q_F = \frac{\tau_F}{Q_{BO}} I_{SS} \frac{\left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right]}{q_B}$$

$$q_R = \frac{\tau_R}{Q_{BO}} I_{SS} \frac{\left[\exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right]}{q_B} \quad (3.5.34)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. (3.5.33) ve (3.5.34) bağıntılarından hareket edilirse, q_1 ve q_2 şeklinde iki büyüklük tanımlanmakta ve bunlar

$$q_1 = 1 + \frac{V_{BE}}{V_{AR}} + \frac{V_{BC}}{V_{AF}} \quad (3.5.35)$$

$$q_2 = \frac{I_{SS}}{I_{KF}} \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right] + \frac{I_{SS}}{I_{KR}} \left[\exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.5.36)$$

biçiminde ifade edilmekte, böylece normalize toplam baz yükü

$$q_B = \frac{q_1}{2} \left[1 + \left(1 + \frac{4 \cdot q_2}{q_1^2} \right)^{0.5} \right] \quad (3.5.37)$$

şeklini almakta ve modelin temel akım bileşenleri

$$I_{CC} = \frac{I_{SS}}{q_B} \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.5.38)$$

$$I_{EC} = \frac{I_{SS}}{q_B} \left[\exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.5.39)$$

olmaktadır. I_S doyma akımının ve β_F akım kazancının

$$I_S = I_{SO} \cdot \left[1 + \frac{M}{2} \cdot V_{CE}^N \right] \quad (3.5.40)$$

$$\beta_F = \beta_{FO} \cdot \left[1 + M \cdot V_{CE}^N \right] \quad (3.5.41)$$

şeklinde tanımlandığı yüksek doğruluklu BJT modelinin sağladığı bu doğruluk, SPICE Gummel-Poon modelinin fiziksel olayları tek bir temel bağıntıyla birleştirme özelliği ile bir araya getirilebilir. Bunu için SPICE Gummel-Poon modelindeki q_C ve q_E büyüklükleri, fiziksel olaydan hareketle çıkartılmış olan yüksek doğruluklu modelin bağıntılarına göre yeniden düzenlenirse

$$q_C = -\frac{M_F}{2} (\phi_C - V_{BC})^{1-m_c} \quad (3.5.42)$$

$$q_C = -\frac{M_R}{2}(\phi_C - V_{BE})^{1-m_E} \quad (3.5.43)$$

eşitlikleri elde edilir ve böylece

$$q_1 = 1 - \frac{M_F}{2}(\phi_C - V_{BC})^{1-m_C} - \frac{M_R}{2}(\phi_E - V_{BE})^{1-m_E} \quad (3.5.44)$$

olur. Bu bağıntılardaki M_F , N_F , M_R ve N_R büyüklükleri

$$M_R = 2 \frac{C_{jEO} \phi_E^{m_E}}{Q_{BO} \cdot (1 - m_E)} \quad (3.5.45)$$

$$N_R = 1 - m_E \quad (3.5.46)$$

şeklinde tanımlanmışlardır. Görülebileceği gibi, ileri yönde Early olayını temsil eden V_{AF} Early gerilimi yerine M_F, m_C ve ϕ_C şeklinde üç parametre, ters yönde Early olayını temsil eden V_{AR} ters yönde çalışma için Early gerilimi yerine de M_R, m_E ve ϕ_E şeklinde üç ek parametre gelmektedir. m_C ve ϕ_C parametreleri, klasik modelde aynı zamanda kolektör-baz jonksiyonu jonksiyon kapasitesini, m_E ve ϕ_E de baz-emetör jonksiyonu jonksiyon kapasitesini modelleyen parametrelerdir. Bu dikkate alındığında, ileri ve ters yönde çalışma bölgeleri için Early olaylarının aynı fiziksel nedenden ileri geldiğinden hareketle olayların ortak parametrelerle modellendiği söylenebilir. M_F ve M_R parametreleri ise, özgeçirler yardımıyla saptanabilen yeni parametreler olmaktadır.

Büyük akımlar bölgesinde SPICE Gummel-Poon modelinde sadece Webster olayı temsil edilmekte, bu nedenle büyük akım değerlerinde

$$I_C \approx \exp\left(\frac{V_{BE}}{2.V_T}\right)$$

şeklinde değişmekte, bu nedenle logaritmik eksenle $1/2V_T$ ile orantılı bir değişim elde edilmektedir. Öte yandan, yüksek enjeksiyon seviyesi olaylarını EM ve GP modellerine katmak üzere çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Bilindiği gibi, Kirk olayının etkisi ile $\ln I_C - V_{BE}$ değişimi yüksek enjeksiyon seviyelerinde $1/2V_T$ eğimiyle değişecek yerde

$$I_C \approx \exp\left(\frac{V_{BE}}{k.V_T}\right) \quad (3.5.47)$$

biçiminde değişmekte, bu değişimin logaritmik ekseninde eğimi $1/kV_T$ olmaktadır. Söz konusu değişimi SPICE Gummel-Poon modelinde sağlayabilmek üzere, 1988 yılında yapılan bir çalışmada toplam normalize baz yükünün

$$N_K = 1 - \frac{1}{k} \quad (3.5.48)$$

olmak üzere

$$q_B = \frac{q_1}{2} \left[1 + \left(1 + \frac{4 \cdot q_2}{q_1^2} \right)^{N_K} \right] \quad (3.5.49)$$

biçiminde ifade edilmesi gerektiği ortaya konmuştur. Buradaki $N_K \geq 0.5$ ek parametresi eğim parametresi olarak isimlendirilmekte ve $\ln I_C - V_{BE}$ değişiminin eğimini

$$k = \frac{N_K}{1 - N_K} \quad (3.5.50)$$

değerine getirmektedir; bununla da $\beta_F I_C$ eğrisinin büyük akımlardaki eğimi ayarlanmış olmaktadır. N_K üssü ileri ve ters yönde çalışmada farklı değerler almaktadır. $N_K = 0.5$ alınması durumunda klasik SPICE modelinden elde edilecek sonuçlara ulaşılabileceği açıkça görülebilir.

$$I_C = \frac{I_{SO}}{1 + q_C} \left[\exp \left(\frac{V_{BE}}{n_F \cdot V_T} \right) - 1 \right] \quad (3.5.51)$$

SPICE Gummel-Poon modelinden farklı olarak, yüksek doğruluklu BJT modelinde, küçük işaret parametrelerinin gerilim ve akımla değişim davranışlarını düzeltmek için iki ayrı fiziksel etkenin, BC jonksiyonu kaçak direncinin ve kolektör çoğaltması olayının da model kapsamına alınması gerekmiştir.

BC jonksiyonu kaçak direncinin model denklemlerine getireceği akım bileşeni

$$I_{RCB} = - \frac{V_{BC}}{R_{CB}} \quad (3.5.52)$$

şeklindedir. Bu bağtıda R_{CB} büyüklüğü jonksiyonun kaçak direnci olmaktadır. Jonksiyonun R_{CB} kaçak direnci birkaç 10 M. Ohm mertebesindedir ve sabit V_{CE} şartı altında çıkartılan $h_{oe} - I_C$ değişimi yardımıyla belirlenebilir. Düşük akımlar bölgesinde h_{oe} çıkış iletkenliği

$$h_{oo} = \frac{\beta_{FO} \cdot [1 + M \cdot V_{CE}^N]}{R_{CB}} \quad (3.5.53)$$

asimptot olur. (3.5.55) bağıntısı yardımıyla R_{CB} kaçak direnci kolayca belirlenebilir.

Kolektör çoğaltması olayının getireceği akım bileşeni

$$x = -\frac{V_{BC}}{BV_{CBO}} \quad (3.5.54)$$

olmak üzere

$$I_{GF} = k_F \frac{x_F^n}{1 - x_F^n} I_{CC} \quad (3.5.55)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Bu bağıntıda n_F büyüklüğü bir üs, k_F bir çarpan, BV_{CBO} büyüklüğü de kolektör-baz jonksiyonunun belverme gerilimi olmaktadır. (3.5.54) ve (3.5.55) bağıntıları ile verilen akım bileşenleri kolektör ve baz akımlarını veren bağıntılara eklenmektedir.

Ters yönde çalışma için (3.5.54) ve (3.5.55) bağıntılarına benzer bağıntılar yazılarak baz-emetör jonksiyonu kaçak direnci ve emetör çoğaltması olayına ilişkin akım bileşenleri de tanımlanabilir. Ancak, ters yönde çalışma için bu derecede yüksek doğruluk istenmediğinden, bu bileşenler model kapsamına alınmamışlardır.

Baz akımı bileşenleri

Baz akımının ileri ve ters yönde çalışma bölgeleri için birer ideal ($1/2V_T$ eğimli) ve birer de ideal olmayan bileşeni ($1/n_{EL}V_T$ ve $1/n_{CL}V_T$ eğimli) bulunmaktadır. Daha önce belirtildiği gibi, yüksek doğruluklu modelde β_F akım kazancının gerilime bağımlılığı baz akımının ideal bileşeninde görülmektedir. q_C ve q_E büyüklükleri dikkate alınarak β_F ve β_R akım kazançları yeniden ifade edilirlerse

$$\beta_F = \beta_{FO} \cdot [1 + M_F \cdot (\phi_C - V_{BC})^{N_F}] \quad (3.5.56)$$

$$\beta_R = \beta_{RO} \cdot [1 + M_R \cdot (\phi_E - V_{BC})^{N_R}] \quad (3.5.57)$$

bağıntıları bulunur. Böylece, ileri yönde çalışma için ideal bileşen

$$I_1 = \frac{I_{SO}}{q_1 \cdot \beta_F} \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.5.58)$$

ideal olmayan bileşen

$$I_{BE} = I_{SE} \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{n_{EL} \cdot V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.5.59)$$

ters yönde çalışma için ideal bileşen

$$I_2 = \frac{I_{SO}}{q_1 \cdot \beta_R} \left[\exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.5.60)$$

ideal olmayan bileşen

$$I_{BC} = I_{SC} \left[\exp\left(\frac{V_{BC}}{n_{CL} \cdot V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.5.61)$$

olmaktadır. İleri yönde çalışma için ideal bileşeni veren bağıntıda (3.5.56) ve (3.5.57) eşitlikleri yerlerine konursa

$$I_1 = \frac{I_{SO} \cdot \left[1 + \frac{M}{2} \cdot (\phi_C - V_{BC})^{1-m_c} \right]}{\beta_{FO} \left[1 + M \cdot (\phi_C - V_{BC})^{1-m_c} \right]} \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.5.62)$$

bağıntısı elde edilir. Bağıntıdan kolayca görülebileceği gibi, pay ve paydada yer alan terimlerin V_{BC} (dolayısıyla V_{CE}) gerilimine bağımlılığı farklılık göstermekte ve I_1 bileşeni bu gerilimin bir fonksiyonu olmaktadır. Buna karşılık, aynı işlemler SPICE Gummel-Poon modelinde yapıldığında

$$I_1 = \frac{I_S(0)}{\beta_F(0)} \left[\exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.5.63)$$

bağıntısı elde edilmektedir. Bu bağıntı ise baz akımının ideal bileşeninin V_{BC} geriliminden bağımsız olduğu şeklinde bir sonuç vermektedir; elemanın gerçek davranışının böyle olmadığı ise bilinen bir gerçektir. SPICE BJT modelinde ortaya çıkan bu yetmezlik, pay ve paydada yer alan terimlerin, yani Early olayının I_S doyma akımı ve β_F akım kazancı üzerine etkisinin, aynı biçimde modellenmiş olmasının tipik bir sonucudur.