

# BÖLÜM 3

## BİPOLAR TRANZİSTOR (BJT) MODELLERİ

### 3.1. Bipolar tranzistorun lineer olmayan davranışı.

Küçük işaretler söz konusu olduğunda  $h$  ve  $y$  parametreleri eşdeğer devreleri yardımıyla lineer bir elemanmış gibi temsil edilen bipolar tranzistorun lineer olmayan davranışını saptayabilmek için, elemanın çıkış ve giriş özeğrilerinin,  $\beta_F$  ileri ( $\beta_R$  ters yönde) akım kazancının  $I_C$  kolektör ( $I_E$  emetör) akımı ve  $V_{CE}$  kolektör-emetör ( $V_{EC}$  emetör- kolektör) gerilimi ile değişimlerinin, küçük işaret  $h$  (veya  $y$ ) parametrelerinin  $I_C$  ve  $V_{CE}$  ile değişimlerinin incelenmesi gerekir. Statik davranış hakkında bilgi veren bu eğrilerin yanısıra, jonksiyon ve difüzyon kapasitelerinin de dikkate alınması gerekir. Jonksiyon kapasitelerinin gerilime bağlı, difüzyon kapasitelerinin de akıma bağlı lineer olmayan kapasiteler olduklarını belirtmekte yarar vardır. Bu karakteristiklere etki eden başka faktörler de bulunmaktadır. Bunlar  $r_B'$ ,  $r_C'$  ve  $r_E'$  ile gösterilen baz, kolektör ve emetör gövde dirençleridir.

Bunların yanısıra, tümdevre tranzistorlarda elemanın davranışına etki eden önemli bir büyüklük de bir npn tranzistorda tabanla kolektör arasında ve enine bir pnp tranzistorda da bazla taban arasında oluşan kapasitedir. Bunun da elemanın dinamik davranışına etkili olacağı açıktır.

Bilindiği gibi, bir bipolar tranzistorda  $V_{BE}$ ,  $I_B$ ,  $V_{CE}$ ,  $I_C$  şeklinde dört temel uç büyüklüğü bulunmaktadır. Bunlardan ikisi bağımsız değişken olarak seçildiğinde, diğerleri bu bağımsız değişkenler cinsinden ifade edilebilirler. En çok karşılaşılan durumlar aşağıda verilmiştir:

$$1. \quad I_B = I_B(V_{BE}, V_{CE}) \quad (3.1.1)$$

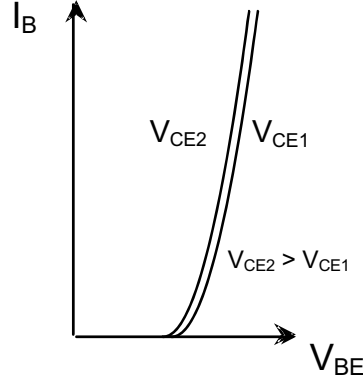
$$I_C = I_C(V_{BE}, V_{CE}) \quad (3.1.2)$$

$$2. \quad V_{BE} = V_{BE}(I_B, V_{CE}) \quad (3.1.3)$$

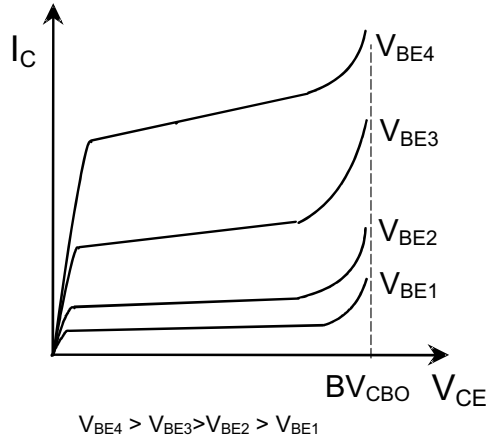
$$I_C = I_C(I_B, V_{CE}) \quad (3.1.4)$$

### 3.2

(3.1.1) ve (3.1.3) ilişkileri giriş özeğrisini, (3.1.2) bağıntısı sabit  $V_{BE}$  çıkış özeğrilerini, (3.1.4) bağıntısı ise sabit  $I_B$  çıkış özeğrilerini verir. Giriş özeğrisi Şekil-3.1'de verilmiştir. Sabit  $V_{BE}$  çıkış özeğrileri Şekil-3.2'de ve sabit  $I_B$  özeğrileri de Şekil-3.3'de görülmektedir.



Şekil-3.1. Giriş özeğrisi,  $I_B = I_B(V_{BE}, V_{CE})$ .

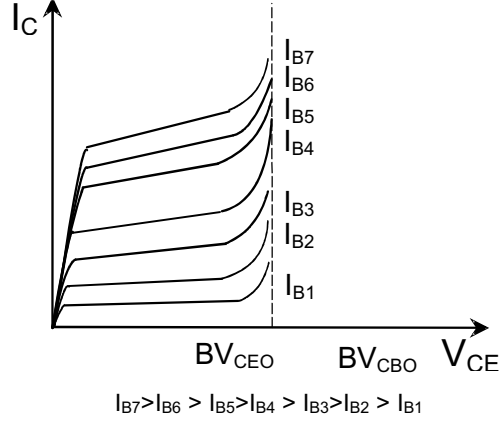
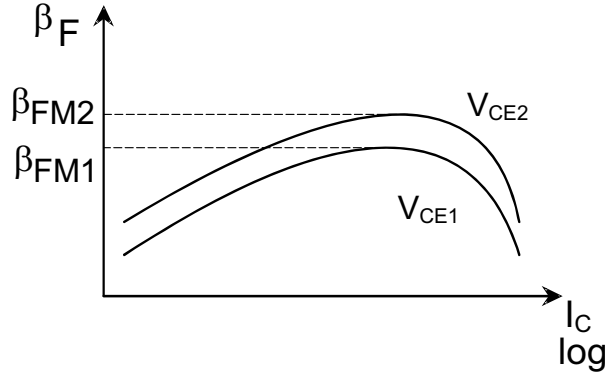


Şekil-3.2.  $V_{BE} =$  sabit çıkış özeğrileri.

Şekil-3.1'dan görülebileceği gibi, farklı sabit  $V_{CE}$  değerleri için çıkartılan giriş özeğrileri farklılık göstermekte,  $V_{CE}$  arttırıldıkça akım artmakta, yani giriş özeğrisi sol tarafa doğru ötelenmektedir.

Şekil-3.2,  $V_{BE} =$  sabit çıkış özeğrilerinin  $BV_{CEO}$  gerilimine yaklaşıldıkça yukarıya doğru büküldüklerini göstermektedir.

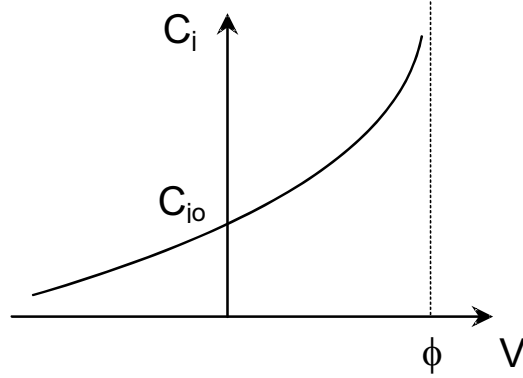
## 3.3

Şekil-3.3.  $I_B = \text{sabit}$  çıkış özeğrileri.Şekil-3.4.  $\beta_F = \beta_F(I_C, V_{CE})$  değişimi.

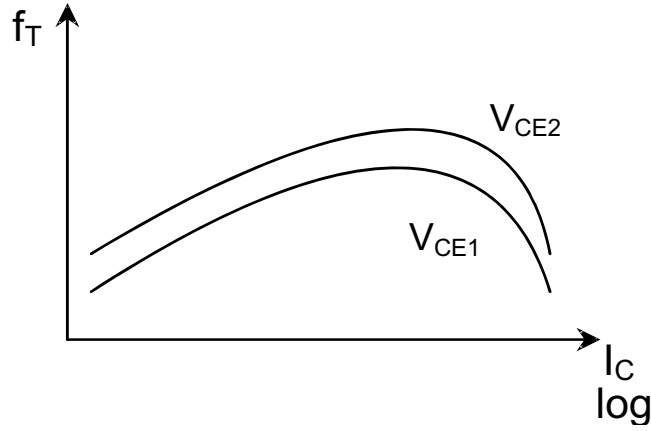
Şekil-3.3'den fark edilebileceği gibi, benzer bir değişim  $I_B = \text{sabit}$  çıkış özeğrilerinde de kendini göstermekte, ancak bu özeğriler daha düşük gerilimlerde yukarıya doğru bükülmeye başlamakta, yani  $BV_{CEO} < BV_{CBO}$  olmaktadır. Yine,  $I_B$  baz akımı adımlarının aynı olmasına rağmen, özeğriler düşük ve yüksek akımlarda daha sıkışık olmaktadır ki, bu da  $\beta_F$ 'nin akımla değiştiğini göstermektedir.  $\beta_F$  ayrıca  $V_{CE}$  gerilimi ile de değişmekte ve bu gerilimin arttırılmasıyla artmaktadır.  $\beta_F = \beta_F(I_C, V_{CE})$  değişimi Şekil-3.4'de görülmektedir. Şekil-3.4'den fark edilebileceği gibi,  $I_C$  akımının küçük değerlerinden itibaren arttırılmasıyla  $\beta_F$  akım kazancı önce artmakta, belli bir bölgeye ulaştıktan sonra yaklaşık olarak sabit kalmakta, daha sonra tekrar

### 3.4

azalmaktadır. Bir çok tranzistorda akım kazancının sabit kaldığı bölge bulunmamakta,  $\beta_F$  belli bir değere ulaştıktan sonra yeniden azalan bir değişim göstermektedir. Büyük akımlardaki bu azalmanın hızı başlangıçta düşük olmakta, akımın daha büyük değerlere gitmesiyle akımdaki azalmanın hızı artmaktadır. Ayrıca, eğri çıkartılırken  $V_{CE}$  geriliminin sabit tutulduğu değer yükseltirse, eğri daha büyük  $\beta_F$  değerlerine doğru ötelenmektedir.



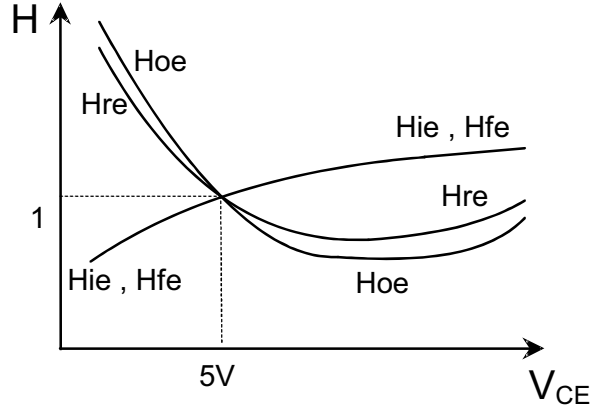
Şekil-3.5.  $C_j=C_j(V)$  değişimi.



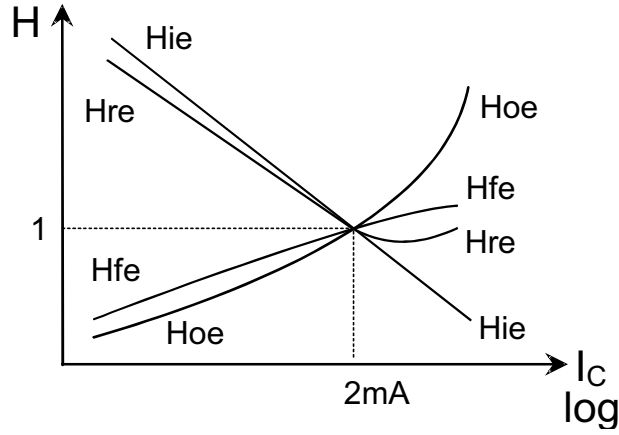
Şekil-3.6.  $f_T$  geçiş frekansının  $I_C$  akımı ile değişimi,  $V_{CE}$  parametre alınmıştır.

Statik büyüklüklerin gösterdikleri bu özelliklerin yanısıra, jonksiyon ve difüzyon kapasitelerinin gerilim ve akımla değişimlerini incelemekte yarar vardır. Bir jonksiyonun tıkama yönünde kutuplanması halinde etkili olan jonksiyon kapasitesi, jonksiyonun uçlarına uygulanan gerilimin bir fonksiyonudur.  $C_j$  jonksiyon kapasitesi ve  $V$  de jonksiyona uygulanan gerilim olmak üzere  $C_j = C_j(V)$  değişimi Şekil-3.5'deki gibi olur. Difüzyon kapasitesi,

geçirme yönünde kutuplanan bir jonksiyonda baskın olan dinamik bileşendir. Bu bileşen tranzistorun  $f_T$  geçiş frekansı ile ilişkili bir büyüklüktür.  $f_T$  geçiş frekansının  $I_C$  akımına ve  $V_{CE}$  gerilimine bağımlılığı Şekil-3.6'da görülmektedir.



Şekil-3.7. h parametrelerinin  $V_{CE}$  ile değişimleri.  $I_C = \text{sabit}$  alınmıştır.



Şekil-3.8. h parametrelerinin  $I_C$  ile değişimleri.  $V_{CE} = \text{sabit}$  alınmıştır.

Küçük işaret h parametrelerinin, yani akım-gerilim bağıntılarının uç büyüklüklerine göre kısmi türevlerinin, çalışma gerilimi ve akımına göre değişimleri Şekil-3.7'de ve Şekil-3.8'de verilmiştir. Şekil-3.7 ve Şekil-3.8'deki bütün eğriler, seçilen bir çalışma noktasındaki parametre değerlerine göre normalize edilmiş değişimleri vermektedir. Bu referans noktası, genelde  $I_C = 2\text{mA}$  ve  $V_{CE} = 5\text{V}$  olarak seçilmekte, eğriler de parametrelerin akım yahut

### 3.6

gerilimle bu çalışma noktasındaki değerlere göre ne kadar değiştiklerini vermektedirler.

Şekil-3.7'den fark edilebileceği gibi, akım sabit tutulurken gerilimin arttırılmasıyla  $h_{oe}$  ve  $h_{re}$  parametreleri önce azalmakta, sonra sabit kalmakta, büyük  $V_{CE}$  değerlerinde tekrar artmaktadırlar.  $h_{ie}$  ve  $h_{fe}$  ise gerilimin artmasıyla azalarak artan değişim gösterirler.

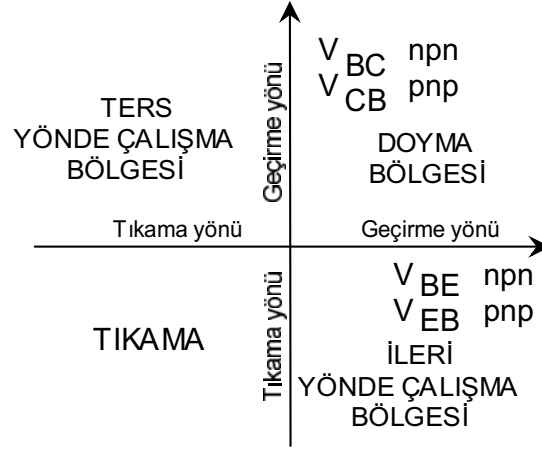
Şekil-3.8'den izlenebileceği gibi, gerilim sabit tutulurken akımın arttırılmasıyla  $h_{ie}$  parametresi azalmakta,  $h_{re}$  önce azalıp sonra sabit kalmakta,  $h_{fe}$  azalarak artmaktadır.  $h_{oe}$  ise küçük akımlarda belli bir değere asimptot olmakta, akım arttırıldıkça artmaktadır.

Bütün bunlar, bir bipolar tranzistorun lineer olmayan davranışını belirleyen çok sayıda etken bulunduğunu ortaya koymaktadır. Nonlineer bir modelin bipolar tranzistoru yeteri doğrulukta temsil edebilmesi için, model yardımıyla yukarıda özellikleri belirtilen büyüklükler hesaplandığında, elde edilen sonuçların ölçü sonucu bulunanlarla uyumlu olması gerekir. Bu uyumluluk ne kadar fazla ise, kullanılan model de o derece doğru olur. Ancak, bir modelin doğruluğunun sağlanabilmesi çok sayıda fiziksel olayın temsil edilebilmesine bağlıdır; bu da çok sayıda parametre kullanılacağı anlamına gelir. Bu parametrelerin bazıları gerçek fiziksel büyüklüklere dayanan parametrelerdir. Bazıları ise eğri uydurmaya yarayan, fiziksel anlamı bulunmayan, sadece matematisel anlam taşıyan parametrelerdir. Parametre sayısı ne kadar fazla ise model de o derece doğru olur. Buna karşılık, modelden elde edilen nonlineer denklemler de o derece karmaşıklaşır ve çözümün elde edilmesi daha zor olur.

## 3.2. Ebers-Moll modeli

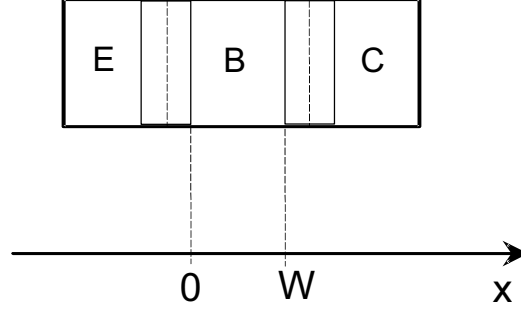
### 3.2.1. EMI modeli

EMI modeli, 1954 yılında Ebers ve Moll tarafından ortaya atılan en basit temel lineer olmayan tranzistor modelidir. Bir doğru akım modeli olan bu model, elemandaki yük birikimi olaylarını temsil etmemekteydi. Bunların, yanısıra, Ebers- Moll modelinde Early olayı, Sah olayı, kolektör çoğaltması olayı, Webster ve Kirk olayları gibi elemanın alçak frekans davranışını etkileyen olaylara da yer verilmemiştir. Bu açıdan bakıldığında, EMI modeli bipolar tranzistoru doyma, ters ve ileri yönde kutuplama bölgelerinde ana hatlarıyla temsil eden bir model olmaktadır. Bipolar tranzistorun söz konusu edilen dört çalışma bölgesi Şekil-3.9'da görülmektedir.



Şekil-3.9. Bipolar tranzistorun dört çalışma bölgesi

Bipolar tranzistoru bu dört çalışma bölgesinde ana hatlarıyla temsil eden EMI modelinin nasıl ortaya çıktığını fiziksel olaylardan hareket ederek incelemekte yarar vardır. Bunun için Şekil-3.10'da verilen tek boyutlu yapıdan yararlanılacaktır. Tek boyutlu yapı basitlik sağlama açısından alınmaktadır. Düzlemsel paralel jonksiyonları bulunan basit ve homojen bir PNP tranzistor yapısı Şekil-3.10'da görülmektedir.



Şekil-3.10. Basit PNP tranzistor yapısı

Bu yapıda akımın tümüyle delikler tarafından aktıldığı kabul edilecektir. Diğer bir deyişle, emetör ve kolektördeki elektron akımları ihmal edilebilecek kadar küçüktür. Yapıda bazdaki delik yoğunluğu  $p_B(x)$  şeklinde uzaklığın bir fonksiyonu olarak gösterilsin. Bu delik yoğunluğu

$$\frac{d^2 p_B(x)}{dx^2} - \frac{p_B(x) - p_{BO}}{L_B^2} = 0 \quad (3.2.1)$$

şeklinde difüzyon denklemini sağlamalıdır, burada  $p_{BO}$  baz bölgesinde ısı dengedeki delik yoğunluğu,  $L_B$  yine baz bölgesindeki azınlık taşıyıcıları olan delikler için difüzyon yoludur. Bu diferansiyel denklemin, bir bipolar tranzistorun incelenmesine uygun düşen genel çözümü

$$p_B(x) = p_{BO} + B_1 \cdot \cosh\left(\frac{x}{L_B}\right) + B_2 \cdot \sinh\left(\frac{x}{L_B}\right) \quad (3.2.2)$$

(3.2.2) eşitliğindeki  $B_1$  ve  $B_2$  keyfi sabitleri, baz bölgesinin emetör ve kolektör tarafındaki delik yoğunluklarıyla emetör-baz ve kolektör-baz jonksiyonlarının potansiyelleri ve ısı dengedeki delik yoğunluğu arasında ilişki kurularak elde edilebilir. Buna göre, baz bölgesinin emetör ucunda  $x = 0$  olduğu ve yine bu sınırdaki delik yoğunluğunun

$$p_B(0) = p_{BO} \cdot \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) \quad (3.2.3)$$

olduğu göz önüne alınırsa



$$p_B(0) = B_1 + p_{BO} = p_{BO} \cdot \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right)$$

yazılabilir. Buradan hareketle

$$B_1 = p_{BO} \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.2.4)$$

olarak  $B_1$  sabiti bulunmuş olur.

Kolektör sınırında ise  $x = W$  dir. Benzer yollar izlenirse

$$p_B(W) = p_{BO} + B_1 \cdot \cosh\left(\frac{W}{L_B}\right) + B_2 \cdot \sinh\left(\frac{W}{L_B}\right) = p_{BO} \cdot \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right)$$

şeklinde bir ilişki elde edilir. Bu bağıntı,  $B_1$  sabitini veren (3.2.4) bağıntısı ile birlikte  $B_2$  sabitini belirler. Buna göre

$$B_2 = p_{BO} \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \right] \csc h\left(\frac{W}{L_B}\right) - p_{BO} \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - 1 \right] \cdot \coth\left(\frac{W}{L_B}\right) \quad (3.2.5)$$

olacaktır. Bulunan  $B_1$  ve  $B_2$  sabitleri (3.2.2) bağıntısında yerlerine konursa

$$p_B(x) = p_{BO} \cdot \left\{ 1 + \left[ \cosh\left(\frac{x}{L_B}\right) - \coth\left(\frac{W}{L_B}\right) \cdot \sinh\left(\frac{x}{L_B}\right) \right] \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - 1 \right] \right. \\ \left. + \csc h\left(\frac{W}{L_B}\right) \cdot \sinh\left(\frac{x}{L_B}\right) \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \right] \right\} \quad (3.2.6)$$

bulunur. Bilindiği gibi, bir tranzistorda  $W$  baz genişliğinin difüzyon yoluna göre yeteri kadar küçük olması halinde,  $\alpha_F$  akım transfer oranı bire çok yakın olmaktadır. Bu nedenle,  $W/L_B \ll 1$  şartının sağlanması halinde, hiperbolik fonksiyonlar Taylor serisine açılıp sadece ilk terimler alınabilir. Bu yapıldığı takdirde (3.2.6) bağıntısı

$$p_B(x) = p_{BO} \cdot \left\{ \left[ 1 + \frac{x}{W} \right] \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - 1 \right] + \frac{x}{W} \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \right] \right\} \quad (3.2.7)$$

şeklini alır. Dolayısıyla bu şartlar altında baz bölgesi içindeki ek delik yoğunluğu  $p_B(x) - p_{BO}$ , baz boyunca uzaklığın bir fonksiyonu olur. Bu lineer değişim, baz bölgesinin emetör sınırındaki

$$p_{BE} = p_B(0) = p_{BO} \cdot \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) \quad (3.2.8)$$

değerinden, yine baz bölgesinin kolektör sınırındaki

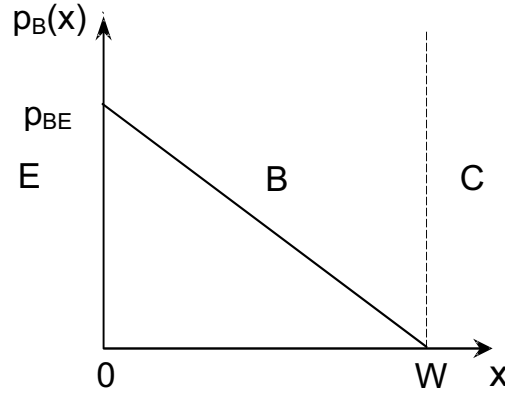
$$p_{BC} = p_{BO} \cdot \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) \quad (3.2.9)$$

değerine doğru olmaktadır.

Kolektör-baz jonksiyonunun tıkama yönünde kutuplanması halinde, bazdaki bu ek delik yoğunluğunu veren bağıntı daha basit bir biçime

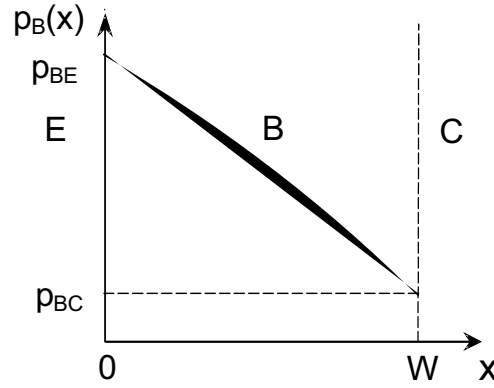
$$p_B(x) - p_{BO} = p_{BO} \cdot \left[1 - \frac{x}{W}\right] \cdot \left[\exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - 1\right] \quad (3.2.10)$$

şekline getirilebilir. Burada ek delik yoğunluğu emetör tarafındaki  $p_{BE}$  değerinden kolektör tarafındaki sıfır değerine doğru lineer olarak değişmektedir. Söz konusu durum Şekil-3.11a'da gösterilmiştir.



Şekil-3.11a. BE ileri yönde, BC ters yönde kutuplandığında bazdaki ek delik yoğunluğunun uzaklıkla değişimi

Öte yandan, her iki jonksiyonun da iletim yönünde kutuplanması halinde ve kolektör-baz jonksiyonunu kutuplayan gerilimin baz-emetör jonksiyonunu kutuplayan gerilimden daha küçük olması kabulü ile, delik yoğunluğunun emetör sınırındaki  $p$  değerinden kolektör sınırındaki sıfırdan daha büyük değerli  $p_{BC}$  değerine doğru Şekil-3.11'deki gibi lineer değişeceği fark edilebilir.



Şekil-3.11b. BE ve BC jonksiyonlarının geçirme yönünde kutuplanması halinde delik yoğunluğunun uzaklıkla değişimi

Şimdi, tranzistorun bazından geçen deliklerin akım yoğunluğunu göz önüne alalım. Bu akım yoğunluğunu  $J_p(x)$  ile gösterelim.  $J_p(x)$  akım yoğunluğu, delik yoğunluğu gradyanı ile orantılıdır ve

$$J_p(x) = -q \cdot D_B \frac{dp_B}{dx} \quad (3.2.11)$$

şeklindedir, burada  $D_B$  bazdaki azınlık taşıyıcıları olan delikler için difüzyon katsayısıdır. (3.2.7) bağıntısıyla verilen  $p_B(x)$  ifadesi (3.2.11) bağıntısında yerine konursa, bazdaki herhangi bir nokta için delik akımı yoğunluğu

$$J_p(x) = \frac{q \cdot D_B \cdot p_{BO}}{L_B} \cdot \left\{ \left[ \cosh\left(\frac{x}{L_B}\right) \cdot \coth\left(\frac{W}{L_B}\right) - \sinh\left(\frac{x}{L_B}\right) \right] \left[ \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - 1 \right] \right. \\ \left. - \cosh\left(\frac{x}{L_B}\right) \cdot \csc h\left(\frac{W}{L_B}\right) \left[ \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \right] \right\} \quad (3.2.12)$$

şeklinde ifade edilebilir. Elde edilen delik akımı yoğunluğu bağıntısından yararlanılarak ve baz bölgesinin S kesit alanını da işin içine katarak emetör ve kolektör akımları bulunabilir. Bunun için bir defa  $x = 0$  ve bir defa da  $x = W$  alınması gerekmektedir. Böylece emetör akımı

$$I_E = J_p(0) \cdot S = S \cdot \frac{q \cdot D_B \cdot p_{BO}}{L_B} \cdot \left\{ \coth\left(\frac{W}{L_B}\right) \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - 1 \right] - \operatorname{csc} h\left(\frac{W}{L_B}\right) \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \right] \right\} \quad (3.2.13)$$

ve kolektör akımı da

$$I_C = -J_p(W) \cdot S = S \cdot \frac{q \cdot D_B \cdot p_{BO}}{L_B} \cdot \left\{ -\operatorname{csc} h\left(\frac{W}{L_B}\right) \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - 1 \right] + \coth\left(\frac{W}{L_B}\right) \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \right] \right\} \quad (3.2.14)$$

olur.

$$I_{ES} = I_{CS} = S \cdot \frac{q \cdot D_B \cdot p_{BO}}{L_B} \cdot \coth\left(\frac{W}{L_B}\right)$$

$$\alpha_F \cdot I_{ES} = \alpha_R \cdot I_{CS} = S \cdot \frac{q \cdot D_B \cdot p_{BO}}{L_B} \cdot \operatorname{csc} h\left(\frac{W}{L_B}\right)$$

$$\alpha_F = \frac{\operatorname{csc} h\left(\frac{W}{L_B}\right)}{\coth\left(\frac{W}{L_B}\right)} = \operatorname{sec} h\left(\frac{W}{L_B}\right)$$

almırsa, (3.2.13) ve (3.2.14) bağıntıları ile verilen emetör ve kolektör akımı ifadeleri

$$I_E = I_{ES} \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - 1 \right] - \alpha_R \cdot I_{CS} \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.2.15)$$

$$I_C = -\alpha_F \cdot I_{ES} \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - 1 \right] + I_{CS} \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.2.16)$$

şeklini alırlar, Bu bağıntılara Ebers-Moll denklemleri adı verilir. Bağıntılardaki  $I_{ES}$  büyüklüğü emetör-baz jonksiyonu doyma akımı,  $\alpha_F$  ileri yönde akım kazancı (yani ortak bazlı devre için ileri yönde büyük işaret akım kazancı),  $I_{CS}$  kolektör-baz jonksiyonu doyma akımı ve  $\alpha_R$  de ortak bazlı devrede ters yönde çalışma için büyük işaret akım kazancıdır.

Ancak, tek boyutlu ve düzlemsel bölgeler için elde edilen bu sonuçların genelleştirilmesi gerekir, Yapılan incelemede akımın tümüyle delikler tarafından akıtıldığı kabul edilmişti. Oysa, emetör-baz ve kolektör-baz jonksiyonlarından delik akımının yanısıra elektron akımı da akabilir.  $I_{ES}$  akımını iki bileşene ayırabilirim. Delik akımı bileşenini  $I_{PES}$ , elektron akımı bileşenini de  $I_{NES}$  ile göstereyim. Bu durumda emetörden baza enjekte edilen delikler için  $I_{PES}$  doyma akımı

$W \ll L_B$  kabulü ile

$$I_{PES} = \frac{q \cdot S_E \cdot D_B \cdot p_{BO}}{\ell_B} \quad (3.2.17)$$

şeklini alır. Bu bağıntıda  $S_E$  büyüklüğü emetör-baz jonksiyonunun kesit alanı,  $\ell_B$  bazdaki azınlık taşıyıcıları olan deliklerin etkin oldukları uzaklıktır.

Benzer şekilde bazdan-emetöre enjekte edilen elektronlara ilişkin emetör jonksiyonu doyma akımı  $I_{NES}$

$$I_{NES} = \frac{q \cdot S_E \cdot D_B \cdot n_{EO}}{\ell_E} \quad (3.2.18)$$

olur.  $D_E$  emetördeki azınlık taşıyıcıları olan elektronlar için difüzyon katsayısı,  $\ell_E$  azınlık taşıyıcılarının emetör bölgesi içinde etkili oldukları uzaklık,  $n_{EO}$  ısı

dengede emetördeki azınlık taşıyıcısı yoğunluğudur. Böylece EB jonksiyonu için genelleştirilmiş doyma akımı ifadesi

$$I_{ES} = I_{PES} + I_{NES}$$

$$I_{ES} = q \cdot S_E \cdot \left\{ \frac{D_B \cdot p_{BO}}{\ell_B} + \frac{D_E \cdot n_{EO}}{\ell_E} \right\} \quad (3.2.19)$$

şeklini alır.

Benzer işlemler kolektör-baz jonksiyonu için yapılırsa, CB jonksiyonu için doyma akımı ifadesi

$$I_{CS} = q \cdot S_C \cdot \left\{ \frac{D_B \cdot p_{BO}}{\ell_B} + \frac{D_C \cdot n_{CO}}{\ell_C} \right\} \quad (3.2.20)$$

biçimini alır. Burada  $S_C$  kolektör-baz jonksiyonu kesit alanı,  $D_C$  kolektör bölgesindeki azınlık taşıyıcıları olan elektronlar için difüzyon katsayısı,  $\ell_C$  kolektördeki azınlık taşıyıcılarının etkili oldukları uzaklıktır. Genelde  $S_C \neq S_E$  dir.

Bu büyüklükleri ifade etmek üzere yararlanılabilecek başka bir seçenek de,  $I_{ES}$  ve  $I_{CS}$  doyma akımlarını çoğunluk taşıyıcıları, yani katkı yoğunlukları ve has yarıiletkene ilişkin yoğunluk olan  $n_i$  cinsinden yazmaktır.  $N_B$  baz katkı yoğunluğu olmak üzere  $p_{BO} = n_i^2/N_B$  dir. Bunun yanısıra, bağıntı, homojen olmayan bazlı tranzistorları kapsayacak biçimde genelleştirilebilir. Söz konusu genelleştirmeyi sağlayabilmek üzere, baz bölgesindeki  $p_{BO}$  ısıl dengedeki delik yoğunluğunu bazın farklı yerlerinde farklı değerlere sahip olduğunu belirtmek gerekir.

Yukarıdaki (3.2.19) eşitliğinde  $p_{BO} = n_i^2/N_{BE}$  ve (3.2.20) eşitliğinde de  $p_{BO} = n_i^2/N_{BC}$  konabilir. Burada  $N_{BE}$  baz bölgesinin emetör sınırındaki,  $N_{BC}$  de kolektör sınırındaki katkı yoğunluğu olmaktadır. Bu yapılırsa

$$I_{ES} = q \cdot S_E \cdot \left\{ \frac{D_B \cdot n_i^2}{\ell_{BE} \cdot N_{BE}} + \frac{D_E \cdot n_i^2}{\ell_E \cdot P_E} \right\} \quad (3.2.21)$$

$$I_{CS} = q \cdot S_C \cdot \left\{ \frac{D_B \cdot n_i^2}{\ell_{BC} \cdot N_{BC}} + \frac{D_C \cdot n_i^2}{\ell_C \cdot P_C} \right\} \quad (3.2.22)$$

elde edilir. Bu durumda  $\ell_{BE}$  ve  $\ell_{BC}$  baza emetörden ve kolektörden enjekte edilen taşıyıcılar için etkin uzaklıklardır.  $D_B$  difüzyon katsayısı, bazdaki katkı yoğunluğunun değişimine uygun bir değere sahiptir. Homojen bazlı bir tranzistor için  $\ell_{BE} = \ell_{BC}$  ve  $N_{BE} = N_{BC}$  olur. Yine homojen bazlı bir tranzistorda  $W$  baz genişliği  $L_B$  difüzyon uzaklığına göre yeteri kadar küçükse,  $\ell_B$  etkin uzaklığı

$$\ell_B = W$$

olur. Genelleştirilmiş  $\ell_E$  ve  $\ell_C$  uzaklıkları ise kolektör ve emetör bölgeleri kalınlıklarına eşit olabilecekleri gibi, bu bölgelerdeki azımlık taşıyıcıları için difüzyon yoluna da eşit olabilirler.

Buna göre, düzlemsel bölgelere ilişkin sonuçlardan farklı olarak, genelde  $I_{ES} \neq I_{CS}$  dir. Ancak  $\alpha_F \cdot I_{ES} = \alpha_R \cdot I_{CS}$  şartı daima geçerli olan bir şarttır. Bir PNP tranzistor için Ebers-Moll bağıntıları yeniden yazılırsa

$$I_E = I_{ES} \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - 1 \right] - \alpha_R \cdot I_{CS} \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \right]$$

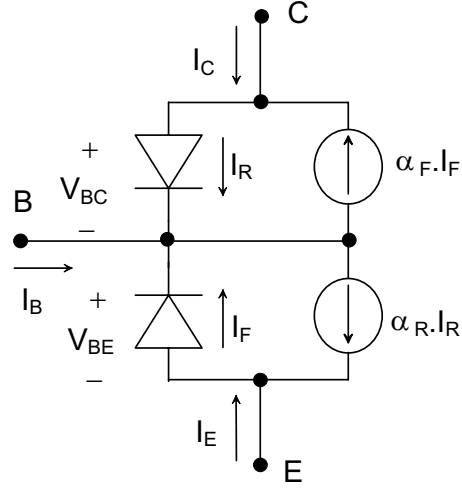
$$I_C = -\alpha_F \cdot I_{ES} \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - 1 \right] + I_{CS} \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \right]$$

şeklinde bir bağıntı takımı elde edilir. Bağıntı takımından fark edilebileceği gibi,  $I_{ES}$  ve  $I_{CS}$  kolektör-baz ve emetör-baz gerilimleri sıfır iken elde edilecek doyma akımları olmaktadır. Bu denklem takımına karşı düşen devre modeli Şekil-3.12'de verilmiştir.

Ifadeleri daha derli toplu bir hale getirebilmek üzere aşağıdaki akımlar tanımlanırsa

$$I_F = I_{ES} \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.2.23)$$

$$I_R = I_{CS} \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{CB}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.2.24)$$



Şekil-3.12. PNP tranzistor için EM modeli

elemanın uç bağıntıları

$$I_C = -\alpha_F \cdot I_F + I_R \quad (3.2.25)$$

$$I_E = I_F - \alpha_R \cdot I_R \quad (3.2.26)$$

şeklini alırlar.

Model, günümüzde NPN tranzistora göre düzenlenerek verilmektedir. Bunun için akım ve gerilim yönlerinin aksedilmeleri gerekir. Böylece

$$I_F = I_{ES} \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.2.27)$$

$$I_R = I_{CS} \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.2.28)$$

olmak üzere

$$I_C = \alpha_F \cdot I_F - I_R \quad (3.2.29)$$

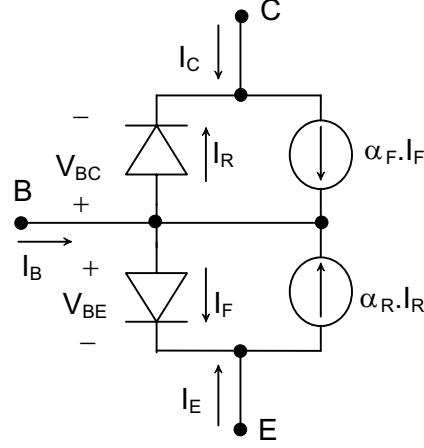
$$I_E = -I_F + \alpha_R \cdot I_R \quad (3.2.30)$$

ve herhangi bir tranzistor için  $I_C + I_B + I_E = 0$  olduğundan



$$I_B = (1 - \alpha_F) \cdot I_F - (1 - \alpha_R) \cdot I_R \quad (3.2.31)$$

elde edilir. NPN tranzistor için EM modeli Şekil-3.13'de görülmektedir.



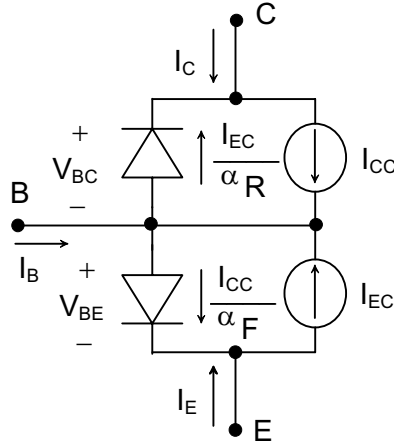
Şekil-3.13. NPN tranzistor için EM modeli

Temelde tüm doğru gerilim ve büyük işaret modelleri, Şekil-3.13'de görülen ve EMI modeli olarak isimlendirilen modele dayanırlar. EMI modelinin yaygın olarak karşılaşılan iki tipi bulunmaktadır. Yukarıdaki Şekil-3.13'de görülen eşdeğer devre EMI modelinin enjeksiyon tipi olarak isimlendirilir. İkinci tip eşdeğer devre ise aktarma tipi. olarak adlandırılan ve Şekil-3.14'de görülen nonlinear modeldir.

Bu iki model matematiksel açıdan eşdeğerdir ve her ikisi de aynı sonucu verirler. Ancak, aktarma (transport) tipi nonlinear model bilgisayarla simulasyon açısından tercih edilmektedir. Şekil-3.13 ve Şekil-3.14'den fark edilebileceği gibi, aktarma tipi EMI modeli enjeksiyon tipi EMI modeline göre referans akımların seçimi açısından farklılık göstermektedir. Aktarma tipi EMI modelinde kolektör kaynağı referans akımı

$$I_{CC} = I_S \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.2.32)$$

ve emetör kaynağı referans akımı da



Şekil-3.14. EMI modelinin aktarma tipi

$$I_{EC} = I_S \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.2.33)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada

$$I_S = \alpha_F \cdot I_{ES} = \alpha_R \cdot I_{CS} \quad (3.2.34)$$

biçiminde tanımlanır ve tranzistörün doyma akımı olarak isimlendirilir.

Biraz da enjeksiyon ve aktarma isimlerinin nereden kaynaklandığına değinelim.

enieksiyon: Bu modelde referans akımları olan  $I_F$ , ve  $I_R$  büyüklükleri baz bölgesine enjekte edilen akımları vermektedir.

aktarma: Bu modelde seçilen referans akımları baz: üzerinden aktarılan akımları vermektedir.

Bu iki referans akım, tranzistörün uç akımlarını gerilimler cinsinden ifade etmek üzere kullanılabilirler. Bu yapırsa

$$I_C = I_{CC} - \frac{1}{\alpha_R} I_{EC}$$

$$I_B = \left[ \frac{1}{\alpha_F} - 1 \right] \cdot I_{CC} + \left[ \frac{1}{\alpha_R} - 1 \right] \cdot I_{EC}$$

$$I_E = -\frac{1}{\alpha_F} I_{CC} + I_{EC} \quad (3.2.35)$$

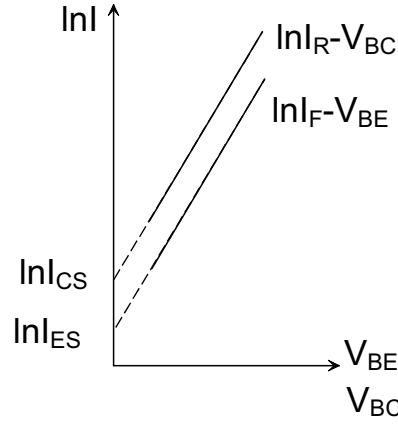
elde edilir.

Matematiksel olarak her iki modelin verdiği sonuçlar aynıdır. Ancak, daha önce de belirtildiği gibi, aktarma tipi model bilgisayarla simulasyon açısından tercih edilmektedir.

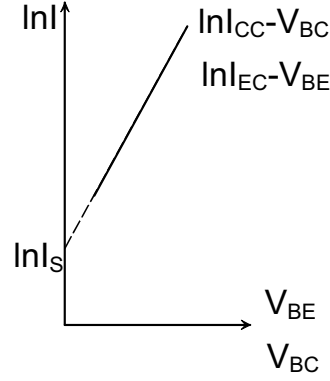
Aktarma tipi modelde referans akımının jonksiyon gerilimine bağımlılığı  $I_{CC}$  ve  $I_{EC}$  büyüklüklerinin her ikisi için de aynı ve

$$I = I_S \cdot \left[ \exp\left(\frac{V}{V_T}\right) - 1 \right]$$

şeklindedir. Bağıntıda  $I_S$  bir referans akımı,  $V$  büyüklüğü de ilgili jonksiyon gerilimidir. Referans akımlarının gerilimle değişimleri, her iki tip model için logaritmik eksenle çizilmiştir. Bu değişimler Şekil-3.15 ve Şekil-3.16'da görülmektedir.



Şekil.-3.15. Enjeksiyon tipi model için ln I-V değişimleri.



Şekil-3.16. Aktarma tipi EMI modeli için ln I-V değişimleri

Şekil-3.15 ve Şekil-3.16'dan fark edilebileceği gibi, enjeksiyon tipi EMI modelinde referans akımlarını elde edebilmek üzere  $I_{ES}$  ve  $I_{CS}$  sabit büyüklüklerinin bilinmesi gerekli olmakta; buna karşılık, aktarma tipi EMI modelinde her iki değişim eş çıkmakta ve bunlar tek bir  $I_S$  temel büyüklüğü ile belirlenmektedir. Diğer bir deyişle,  $I_S$  doyma akımının bilinmesi halinde, aktarma tipi EMI modelinin her iki referans akımı da belirlenmiş olmaktadır. Ayrıca, bu modelin referans akımları, yarılogaritmik bir grafik çizildiğinde, birkaç dekat boyunca lineer olarak değişmekte, yani değişim sabit eğimle olmaktadır.

Enjeksiyon tipi modelde ise

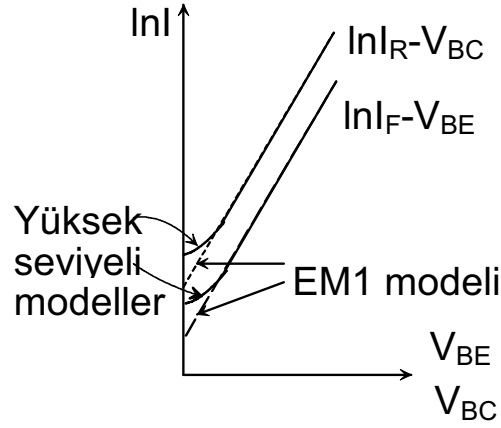
$$I_F = \frac{I_S}{\alpha_F} \left[ \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right]$$

(3.2.36)

$$I_R = \frac{I_S}{\alpha_R} \left[ \exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right]$$

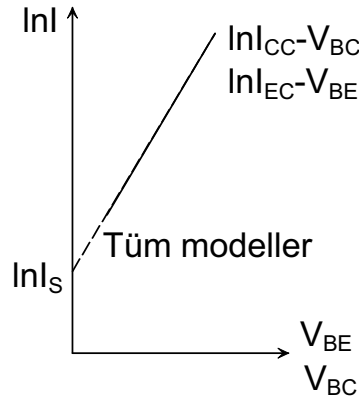
şeklinde olur. EMI modelinde  $\alpha_F$  ve  $\alpha_R$  büyüklükleri sabit olmakla birlikte, gerçek bir tranzistorda bu büyüklükler akım seviyesiyle değişirler. Dolayısıyla, akım kazancının akım seviyesine bağımlılığının da temsil edildiği daha yüksek

seviyedeki nonlinear modellerde değişim Şekil-3.15' deki gibi. olmaz. Bu durum, Şekil-3.17'de deki belirtilmiştir.



Şekil-3.17. Enjeksiyon tipi modellerde referans akımlarının değişimi

Aktarma tipi modellerde referans akımlarının gerilimle değişimleri de Şekil-3.18'de gösterilmiştir.



Şekil-3.18. Aktarma tipi modellerde referans akımlarının değişimi.

Görüldüğü gibi,  $\alpha_F$ ,  $(\alpha_R)$  nin sabit olmadığı yüksek seviyeli modellerde bile tek bir değişim elde edilmekte, referans akımları tek bir  $I_S$  büyüklüğü ile temsil edilmektedir.

Bu özellik, aktarma tipi modelin en önemli yararını oluşturmaktadır, yani her seviyede modelde referans akımları ideal olmakta ve tek bir temel sabite,  $I_S$  doyma akımına dayanmaktadır. Yüksek seviyedeki nonlineer modeller, temelde EMI modeline dayandıklarına göre, aktarma tipi modele gerekli olan eklerin çok daha kolay yapılabileceği açıktır.

Ancak, enjeksiyon ve aktarma tipleri arasındaki farkın sadece notasyon farkı olarak kendini gösterdiğini ve modelin temel yapısında bir değişiklik olmadığını tekrar belirtmekte yarar vardır.

### Lineer olmayan karma $\pi$ modeli

Ortak emetörlü çalışma parametreleri kullanılabilir şekilde bir değişiklik yapılarak, EMI modeli daha değişik bir biçime, lineer olmayan karma  $\pi$  eşdeğerine dönüştürülebilir. Bunun için aktarma tipi EMI modelinin iki referans akımı kaynağı olan  $I_{CC}$  ve  $I_{EC}$  yerine, kolektör ve emetör arasına tek bir  $I_{CT}$  akım kaynağı yerleştirilir. Modellerin özdeşliğini sağlamak üzere, diyot doyma akımlarının da uygun bir biçimde değiştirilmesi gerekmektedir. Bu durumda diyotların akımları

$$I_1 = \frac{I_{CC}}{\beta_F} = \frac{I_S}{\beta_F} \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.2.37)$$

$$I_2 = \frac{I_{EC}}{\beta_R} = \frac{I_S}{\beta_R} \cdot \left[ \exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right] \quad (3.2.38)$$

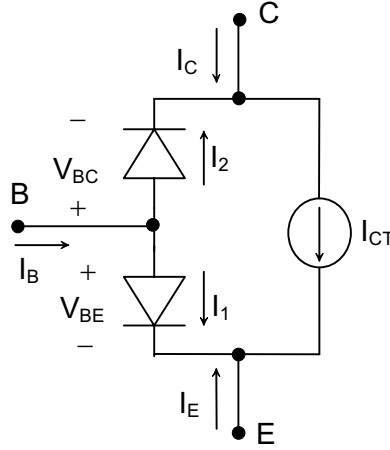
$$I_{CT} = I_{CC} - I_{EC} \quad (3.2.39)$$

ve bağımlı akım kaynağının akımı da

$$I_{CT} = I_S \cdot \left\{ \left[ \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - 1 \right] - \left[ \exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) - 1 \right] \right\}$$

$$I_{CT} = I_S \cdot \left\{ \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) - \exp\left(\frac{V_{BC}}{V_T}\right) \right\} \quad (3.2.40)$$

şeklini alır. Lineer olmayan karma  $\pi$  eşdeğeri Şekil-3.19'da gösterilmiştir.



Şekil-3.19. EMI modelinin lineer olmayan karma  $\pi$  eşdeğeri

Bu modelden hareket edilerek, bir tranzistorun uç akımları modelin eleman akımları cinsinden ifade edilirse, aşağıdaki bağıntılara gelinir :

$$I_C = (I_{CC} - I_{EC}) - \frac{I_{EC}}{\beta_R}$$

$$I_E = -(I_{CC} - I_{EC}) - \frac{I_{CC}}{\beta_F}$$

$$I_B = \frac{I_{CC}}{\beta_F} + \frac{I_{EC}}{\beta_R} \quad (3.2.41)$$

Bu bağıntılardaki  $\beta_F$ , ortak emetörlü devre için,  $\beta_R$  de ters yönde çalışma için akım kazancı olup, bu büyüklüklerle ortak bazlı devre için tanımlanan  $\alpha_F$  ve  $\alpha_R$  büyüklükleri arasında

$$\beta_F = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F} \quad (3.2.42)$$

$$\beta_R = \frac{\alpha_R}{1 - \alpha_R} \quad (3.2.43)$$

ilişkileri bulunmaktadır.

Günümüzde bilgisayarla simulasyon programlarında kullanılan model, yukarıda verilen lineer olmayan karma  $\pi$  eşdeğeri biçimindedir. Lineer olmayan karma  $\pi$  eşdeğer devresinin vereceği uç bağıntıları, daha önce enjeksiyon ve aktarma tipi EMI modelleri için elde edilen uç bağıntılarıyla özdeşler. Bu değişikliğin yapılmasını gerektiren önemli bir neden, lineer olmayan karma  $\pi$  eşdeğerinden elde edilecek olan lineerleştirilmiş küçük işaret modelinin, aktif çalışma bölgesinde yaygın olarak kullanılan lineer küçük işaret karma  $\pi$  modeline dönüşmesidir. Bu durumda  $I_{CT}$  bağımlı akım kaynağı yerine  $g_m \cdot v_{be}$  küçük işaret bağımlı kaynağı gelmekte, baz-emetör uçları arasındaki ileri yönde kutuplanmış diyot ise

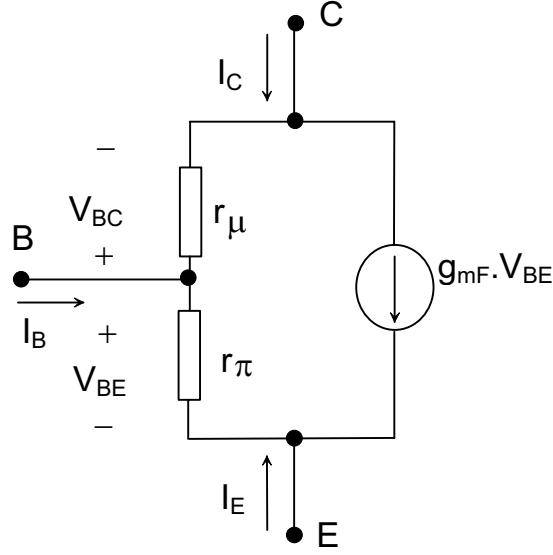
$$r_\pi = \frac{\beta_F}{g_m} \quad (3.2.44)$$

değerinde bir dirençle değiştirilmektedir. Burada

$$g_m = \left. \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} \right|_{V_{CE}=st} \quad (3.2.45)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Ters yönde çalışmada ise baz ve kolektör uçları arasında bir  $r_\mu$  direnci gelir. Bu direnç  $I_2$  akımını akıtan diyoda karşı düşmektedir ve ileri çalışma için açık devre kabul edilebilir. Aktif çalışma bölgesi için lineerleştirilmiş eşdeğeri Şekil-3.20'de görülmektedir.





Şekil-3.20. EMI modelinin lineerleştirilmesi.

Lineerleştirme işlemini, daha genel olarak, ileri ve ters yönde çalışma bölgeleri için gerçekleştirmek de mümkündür. Böyle bir lineerleştirme EM2 modeli incelenirken ele alınacaktır.

EMI modelinin lineer olmayan karma  $\pi$  şekline dönüştürülmesinin başlıca nedeni, küçük işaret analizi gerektiğinde, bilgisayar programının çok az bir işlemle lineerleştirilmiş karma  $\pi$  devresine geçebilmesidir. Başka bir neden de,  $\beta_F$  nin akıma bağımlılığının modellenmesinin kolaylaşmasıdır. Bu konuya da EM3 modeli incelenirken değinilecektir. Modeldeki diyot akımları gerçekte baz akımının bileşenlerini verirler. Model denklemlerinden fark edilebileceği gibi, EMI modeli bir bipolar tranzistoru  $\beta_F$ ,  $\beta_R$  ve  $I_S$  şeklinde üç parametre ile temsil etmektedir. Bu parametreler sabit büyüklükler olup akımdan, gerilimden ve sıcaklıktan bağımsızdırlar. Ancak, gerçek bir elemanda bunlar sıcaklığa bağımlı olmaktadır. Söz konusu büyüklükler sadece tek ve belirli bir sıcaklıkta belirli ve sabit değerlere sahip olabilirler, Bu parametrelerin sıcaklığa bağımlılığının da temsil edilmesi isteniyorsa, aşağıdaki bölümde verilen değişikliğin yapılması gerekir,

### Sıcaklıkla değişim

Sıcaklığa bağımlılığın temsil edilebilmesi için,  $I_S$  doyma akımı sıcaklığa bağımlı olarak

$$I_S(T) = I_S(T_{nom}) \cdot \left[ \frac{T}{T_{nom}} \right]^3 \cdot \exp \left\{ \frac{-E_g \cdot \left[ \frac{1}{T} - \frac{1}{T_{nom}} \right]}{k} \right\}$$

şeklinde ifade edilmiştir. Bu bağıntıda T analizin yapılacağı sıcaklık,  $T_{nom}$  büyüklüğü °K olarak elemana ilişkin verilerin belirlendiği sıcaklık,  $E_g$  ise yarıiletken malzemenin eV olarak yasak enerji bandıdır.

Görüldüğü gibi,  $I_S$  doyma akımının sıcaklıkla değişimini temsil etmek üzere  $T_{nom}$  ve  $E_g$  şeklinde iki büyüklüğe gereksinme duyulmaktadır. T büyüklüğü çalışma sıcaklığına karşı düşer, dolayısıyla bir parametre değildir. Bazı programlarda  $E_g$  içeriden Si malzemeye ilişkin değerde sabit kılınmıştır. Diğer bazı programlarda ise  $E_g$  kullanıcı tarafından belirlenir. Sıcaklığın etkisi,  $I_S$  nin yanısıra  $V_T$  büyüklüğünün kapsamı içinde de modellenmektedir.

#### Çalışma:

EM1 modelinin karma eşdeğeri yardımıyla bir npn tranzistor için  $V_{BE} = st$  çıkış özeğrilerini ( $I_C = I_C(V_{BE}, V_{CE})$ ) ve  $I_B = st$  çıkış özeğrilerini ( $I_C = I_C(I_B, V_{CE})$ ) ve  $I_B = I_B(V_{BE}, V_{CE})$  giriş özeğrisini veren ifadeleri çıkartınız. Model parametreleri  $\beta_F, \beta_R$  ve  $I_S$  dir.

b) Elde ettiğiniz bağıntılardan yararlanarak h parametrelerini  $h_{je} - h_{je}(I_B, V_{CE})$  şeklinde  $I_B$  ve  $V_{CE}$  ye bağlayan ifadeleri çıkartınız (j =i,r,f,o).

c) Aktif çalışma bölgesi için ( $V_{CE} \gg V_{BE} \gg V_T$ ) h parametrelerini veren bağıntıları (b) de elde ettiğiniz sonuçlardan yararlanarak bulunuz. Bulduğunuz sonuçları elemanın gerçek davranışı ile karşılaştırarak yorumlayınız, modelin yetersiz kaldığı noktaları vurgulayınız.