

BO LUKLU B R KATI YALITKANDA POTANS YEL DA ILIMININ HESABI

Suphi YARICI

Özcan KALENDERL

Muzaffer ÖZKAYA

ARÇEL K A. .
Çayırova / STANBUL

.T.Ü. Elektrik - Elektronik Fakültesi
Elektrik Mühendisli i Bölümü
80191 Gümü suyu / STANBUL

ÖZET

Bu çalı mada, düzlemsel elektrotlar arasına yerleştirilmi , içinde silindirselsel bir gaz bo lu u bulunan bir katı yalıtıkanda, bo luk boyutları, katı yalıtıkann ba ıl dielektrik sabiti ve elektrotlara uygulanan gerilimin türü de i ken alınarak, sonlu farklar yöntemi ile yapılan potansiyel da ılımı hesapları verilmi tir.

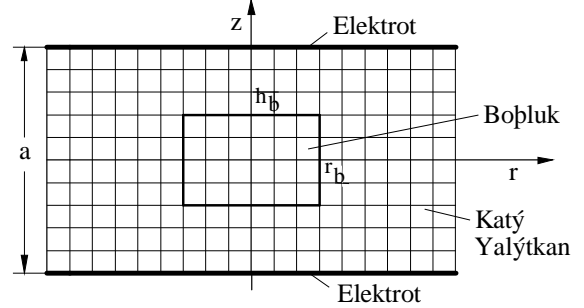
1. G R

Yalıtıkandaki kısmi bo alma olaylarının incelenmesinde göz önüne alınan inceleme konularından birisi de yalıtık ve bo luk içindeki potansiyel da ılımının bulunmasıdır. Bu inceleme ile yalıtık içindeki elektriksel zorlanma da ılımı ve bu da ılıma farklı parametrelerin etkileri hakkında bilgi edinilir. Bu bilgi de yalıtıkandaki elektriksel bo alma olaylarının ve dolayısıyla yalıtım güvenilirli inin de erlendirilmesi bakımından önemlidir.

2. SFY ile POTANS YEL DA ILIMININ HESABI /1-5/

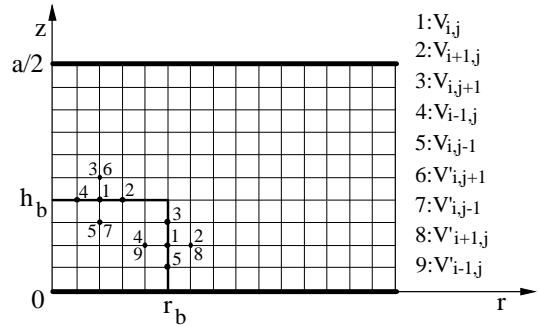
Bu çalı mada, içinde eksenine paralel dairesel-silindirselsel gaz bo lu u bulunan bir katı yalıtıkanda potansiyel da ılımı sonlu farklar yöntemi kullanılarak incelenmi tir. Katı yalıtıkann birisi $V_1 = 1$ Volt potansiyelinde di eri $V_2 = 0$ Volt potansiyelinde olan sonsuz geni , birbirine paralel iki düzlem elektrot arasında bulundu u varsayılmı tir (ekil 1).

Silindirselsel bo lu un simetri eksenine ve merkezi sırasıyla silindirselsel koordinat sisteminin dü ey (z) eksenine ve orijini, yatay eksen üzerindeki potansiyelde sıfır olarak alınmı tir. Alan incelemesi, sistemin simetrisinden dolayı kesitinin yalnızca bir çeyre inde yapılmı tir. $z = 0$ ve



ekil 1. içinde bo luk bulunan bir katı yalıtık için sonlu fark a ılı.

$z = a/2$ de sınır ko ulları belirlidir. Radyal yönde gerçek bir sınır olmamasına ra men çözüme ula ılabilmesi için sonlu farklar yönteminin ilkesi gere i bölge, bo luk yarıçapı r_b 'nin üç katı ($3r_b$) uzaklıkta radyal yönde düzgün potansiyel da ılıma ula ıldı ı varsayılarak kapatılmı tir. Bölgenin kapatılan sa ve sol sınırlarında ve $r = 0$ eksenine boyunca Neumann sınır ko ulları göz önüne alınmı tir (ekil 2).



ekil 2. Problemin incelenen bölgesi.

nceleme silindirselsel koordinatlarda yapıldı ı için algoritmada bu koordinatlara ili kin sonlu fark denklemleri kullanılmı tir. Silindirselsel koordinatlarda Laplace denklemleri,

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

dir. Fark aralı ı her yönde h'ye e it alındı ında (1) denkleminin sonlu fark yazılımı,

$$V_{i,j-1} + V_{i,j+1} + \left(1 + \frac{h}{2r_{i,j}}\right)V_{i+1,j} + \left(1 - \frac{h}{2r_{i,j}}\right)V_{i-1,j} - 4V_{i,j} = 0 \quad (2)$$

olur. $z=+h_b$ bo luk-katı yalıtkan ara yüzeyinde potansiyel ba ntısının sonlu fark denklemlerinde yazılabilmesi için potansiyelleri $V'_{i,j+1}$ ve $V'_{i,j-1}$ olan iki görünür dü üm noktası (6 ve 7 dü ümleri) gözönüne alınmıştır. Dolayısı ile potansiyelin türev ba ntısı yani alanın bo luk yanındaki normal bile eni (E_{nb}) için,

$$(V'_{i,j+1} - V'_{i,j-1})/2h \quad (3)$$

katı yalıtkanadaki dik bile eni için (E_{nk}) ise,

$$(V_{i,j+1} - V_{i,j-1})/2h \quad (4)$$

dir. Bu ba ntılardan yararlanılarak, $D_{nb}=D_{nk}$ veya $\epsilon_b E_{nb}=\epsilon_k E_{nk}$ ve $\epsilon_b=1$, $\epsilon_k=\epsilon$ oldu una göre,

$$\frac{V'_{i,j+1} - V'_{i,j-1}}{2h} = \epsilon \cdot \frac{V_{i,j+1} - V_{i,j-1}}{2h} \quad (5)$$

yazılabilir. Denklem (2)'den hareketle aynı dü üm noktaları için,

$$V_{i,j-1} + V'_{i,j+1} + \left(1 - \frac{h}{2r_{i,j}}\right)V_{i-1,j} + \left(1 + \frac{h}{2r_{i,j}}\right)V_{i+1,j} - 4V_{i,j} = 0 \quad (6)$$

$$V'_{i,j-1} + V_{i,j+1} + \left(1 - \frac{h}{2r_{i,j}}\right)V_{i-1,j} + \left(1 + \frac{h}{2r_{i,j}}\right)V_{i+1,j} - 4V_{i,j} = 0 \quad (7)$$

eklinde iki tane sonlu fark denklemleri yazılabilir. Denklem (5), (6) ve (7)'den üslü terimler yok edilerek

$$(1 + \epsilon) \left[\left(1 - \frac{h}{2r_{i,j}}\right)V_{i-1,j} + \left(1 + \frac{h}{2r_{i,j}}\right)V_{i+1,j} \right] + 2V_{i,j-1} + 2\epsilon V_{i,j+1} - 4(1 + \epsilon)V_{i,j} = 0 \quad (8)$$

denklemleri bulunur. Benzer eklede $r=+r_b$ bo luk - katı yalıtkan ara yüzeyinde de potansiyelleri $V'_{i+1,j}$ ve $V'_{i-1,j}$ olan iki görünür dü üm noktası (8 ve 9 dü ümleri) göz önüne alınır. Böylece, potansiyelin türev ba ntısı, bo luk içinde,

$$(V'_{i+1,j} - V'_{i-1,j})/2h \quad (9)$$

katı yalıtkanada ise,

$$(V_{i+1,j} - V_{i-1,j})/2h \quad (10)$$

olur. Benzer eklede, bu ara yüzeyde de

$$\frac{V'_{i+1,j} - V'_{i-1,j}}{2h} = \epsilon \cdot \frac{V_{i+1,j} - V_{i-1,j}}{2h} \quad (11)$$

e itli i geçerlidir. Denklem (2)'den hareketle aynı dü üm noktaları için,

$$\left(1 - \frac{h}{2r_{i,j}}\right)V_{i-1,j} + \left(1 + \frac{h}{2r_{i,j}}\right)V'_{i+1,j} + V_{i,j-1} + V_{i,j+1} - 4V_{i,j} = 0 \quad (12)$$

$$\left(1 - \frac{h}{2r_{i,j}}\right)V'_{i-1,j} + \left(1 + \frac{h}{2r_{i,j}}\right)V_{i+1,j} + V_{i,j-1} + V_{i,j+1} - 4V_{i,j} = 0 \quad (13)$$

eklinde iki tane sonlu fark denklemleri yazılabilir. Denklem (11), (12) ve (13)'ten üslü terimler yok edilerek

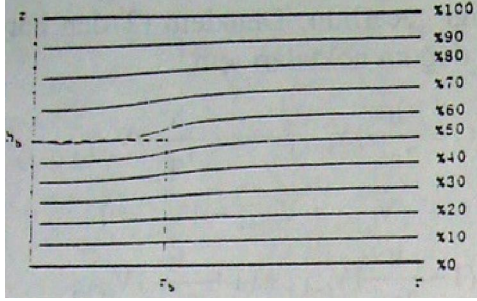
$$\left[\left(1 - \frac{h}{2r_{i,j}}\right) + \epsilon \left(1 + \frac{h}{2r_{i,j}}\right) \right] (V_{i,j-1} + V_{i,j+1} - 4V_{i,j}) + 2 \left(1 - \frac{h}{2r_{i,j}}\right)V_{i-1,j} + 2\epsilon \left(1 + \frac{h}{2r_{i,j}}\right)V_{i+1,j} = 0 \quad (14)$$

denklemleri bulunur.

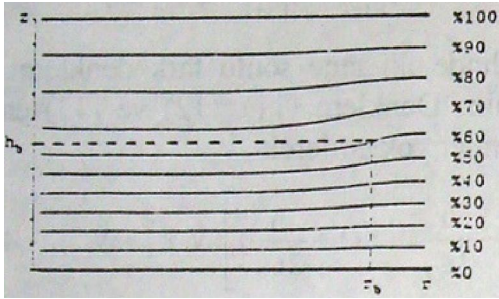
Problemin çözümünde öncelikle, yöntemin ilkesi gere i alan da ılımı incelenecek bölge, kare gözlerden olu an bir a ile bölmelendirilmiştir. Daha sonra a m herbir dü ümüne ili kin sonlu fark denklemleri yazılmış ve elde edilen denklem sisteminden dü üm potansiyel de erleri hazırlanan bilgisayar programı ile hesaplanmıştır. Bulunan dü üm potansiyelleri yardımıyla do rusal arade erleme i lemi uygulayarak belli potansiyeldeki (e potansiyel) noktalar bulunmu tur. Hesaplamalarda, ardı ık üst yinelemeler yöntemi kullanılmış , ivmelendirme katsayısı $\omega = 1,85$ alınmıştır. Hesaplardan bulunan e potansiyel noktalar birle tirilerek probleme ili kin potansiyel da ımları elde edilmiştir.

Çözüm, a elektrot açıklığı, h_b bo lu un yarı yüksekliği, r_b bo lu un yarıçapı ve ϵ_r katı yalıtkanın ba ıl dielektrik sabiti olmak üzere,

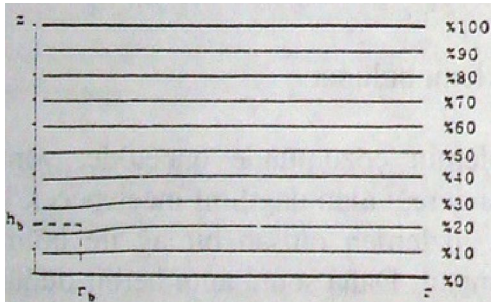
$h_b/a = 0,1-0,25$, $r_b/h_b = 1-3$ ve $\epsilon_r = 2-\infty$ de erleri için yapılmı ve sonuçlar ekil 3 ve 4'te verilmi tir. ekil 3 ve 4'ten görüldü ü gibi bo luk boyutlarındaki de i im, bo luk ve katı yalıtkan içindeki potansiyel da ılımmı de i tirmektedir.



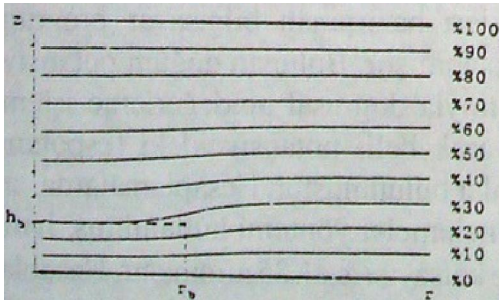
a) $h_b/a=0,25$, $r_b/h_b=1$



b) $h_b/a=0,25$, $r_b/h_b=3$



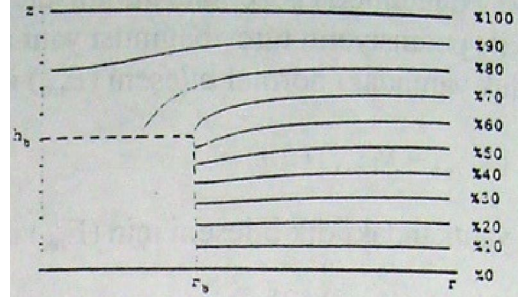
c) $h_b/a=0,1$, $r_b/h_b=1$



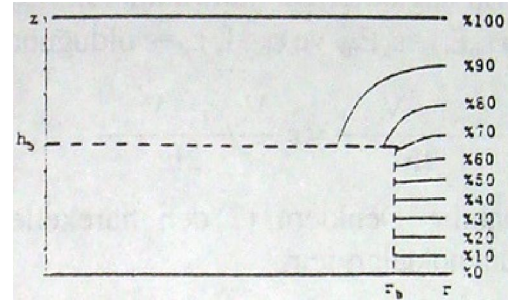
d) $h_b/a=0,1$, $r_b/h_b=3$

ekil 3. Silindirs el bo luklu bir katı yalıtkan da de i ik bo luk boyutları için alternatif gerilimde potansiyel da ılımları ($\epsilon_r=2$).

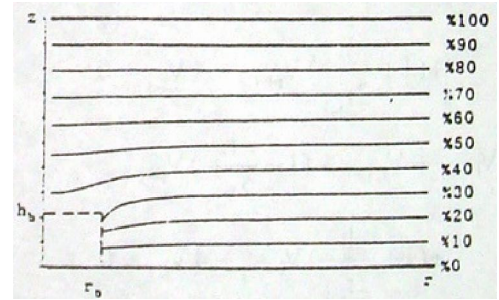
Sabit bo luk yüksekli i ve elektrot açıklı ı durumunda bo luk yarıçapının artması, potansiyel çizgilerinin sıklı ını azaltmakta, bu da bo luk içinde daha büyük alan iddetlerinin olu aca ını göstermektedir.



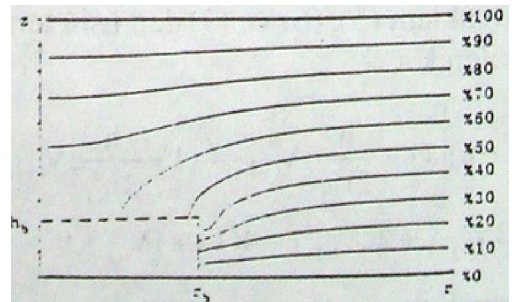
a) $h_b/a=0,25$, $r_b/h_b=1$



b) $h_b/a=0,25$, $r_b/h_b=3$



c) $h_b/a=0,1$, $r_b/h_b=1$



d) $h_b/a=0,1$, $r_b/h_b=3$

ekil 4. Silindirs el bo luklu bir katı yalıtkan da de i ik bo luk boyutları için do ru gerilimde potansiyel da ılımları ($\epsilon_r = \infty$).

Çalı mada ba ıl dielektrik sabiti için 2 ve ∞ de erlerinin kullanılmasından amaç, alternatif ve do ru gerilim durumundaki statik elektrik alan da ılımlarının görülebilmemesidir. $\epsilon_r=2$ alternatif gerilim, $\epsilon_r = \infty$ da do ru gerilim durumu için alınmı tır. Elde edilen ekillerden görülece i gibi alternatif gerilimdeki ile do ru gerilimdeki potansiyel da ılımları birbirinden farklıdır. Örne in, alternatif gerilim durumunda bo luk içinde bir alan da ılımdan söz edilirken, do ru gerilim durumunda böyle bir da ılım söz konusu de ildir. Ancak bu durumda da bo luk dı ında potansiyel da ılımmın sıkla ması nedeniyle alan iddetinde bir artı gözlenmektedir.

3 SONUÇ

Statik elektrik alan da ılımmın Sonlu Farklar Yöntemi kullanılarak elektrotları arasında, içinde de i ik boyutlarda bo luk bulunan katı yalıtkan durumu için incelendi i bu çalı madan, bo luk boyutlarının, katı yalıtkanın ba ıl dielektrik sabitinin ve uygulanan gerilim türünün alan da ılıma etkilerini görme olana ı bulunmu tur. Bütün bu incelemelerden, bir katı yalıtkan içindeki bo lukların, alan iddetinin yüksek oldu u bölgeler yaratarak yalıtımın zorlanmasına ve onda bo alma olu masına yol açaca ı görülmektedir.

4 KAYNAKÇA

- /1/ SMITH, G.D., Numerical Solution of Partial Differential Equations Finite Difference Methods, Oxford Applied Mathematics and Computing Science Series, New York, 1985.
- /2/ FLATABÖ, N., RIEGE, H., Automatic Calculation of Electric Fields, 1st ISH, Munich, pp. 17-22, 1972.
- /3/ ANDERSEN, O.W., Two Stage Solution of Three Dimensional Electrostatic Fields by Finite Differences and Finite Elements, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, No.8, pp. 3714-3721, August 1981.
- /4/ FRIMPONG, G.K., PUTTGEN, H.B., An Educational Interactive Program to

Illustrate Equipotential Numerical Solution Procedures, IEEE Trans. on Power Systems, Vol.4, No.3, pp. 1245-1251, August 1989.

- /5/ MITRA, G., SALVAGE, B., Electric Stress in a Circular Cylindrical Gaseous Cavity in a Solid Dielectric, the Axis of the Cylinder being Parallel to the Field, Proc. IEE, Vol. 113, No.5, pp. 931-936, May 1966.



Suphi YARICI, 1969 yılında Rize'de do du. 1989 yılında TÜ Elektrik Elektronik Fak. (EEF) Elektrik Müh. Bölümü (EMB)den mühendis, 1992'de TÜ Fen Bilimleri Enstitüsü (FBE)den Y.Müh. olarak mezun oldu. 1990-1993 arasında TÜ EEF

EMB, Elektrik Tesisleri Anabilim Dalında Ara . Gör. olarak çalı an YARICI, 1992'den beri TÜ FBE'de doktora çalı malarını sürdürmekte ve halen Arçelik A. . (Çayırova)'da çalı maktadır.



Özcan KALENDERLİ, 1956 yılında stanbul'da do du. TÜ EEF'den 1978 de Müh., 1980'de Y. Müh. olarak mezun oldu. 1990 da TÜ FBE'de doktora çalı malarını tamamladı. TÜ EEF EMB'de 1979-1991 yılları arasında mühendis olarak çalı an

KALENDERLİ, 1991'den beri aynı Bölümde yardımcı doçent olarak görev yapmaktadır.



Muzaffer ÖZKAYA, 1927 yılında Çanakkale'de do du. 1949'da TÜ Elektrik Fakültesi'nden Y.Müh. olarak mezun olduktan sonra 1958'de doktorasını Almanya'da tamamladı. 1965'de profesör olan ve uzun yıllar TÜ'de Dekanlık ve Bölüm Ba kanlı ı

yapan ÖZKAYA, 1994 yılında ya haddinden emekli oldu. Halen TÜ EEF'de sözleşmeli olarak çalı malarını sürdüren ÖZKAYA'nın yüksek gerilim tekni i ve aydınlatma tekni i konularında yayınlanmış çok sayıda eseri bulunmaktadır.