

YÜKSEK GERİLİM ALAN İNCELEMELERİNDE YÜK BENZETİM YÖNTEMİNİN KULLANIMI

H. Yıldırım, Ö. Kalenderli, M. Özkaya

İ.T.Ü. Elektrik-Elektronik Fakültesi
Yüksek Gerilim Laboratuvarı, İstanbul

ÖZET

Bu çalışmada, elektrik alan incelemelerinde kullanılan sayısal yöntemlerden biri olan "Yük Benzetim Yöntemi (Charge Simulation Method)" tanıtılarak yöntemin yüksek gerilimdeki uygulamalarına örnekler verilmiştir. Son olarak, bir küre-düzlem elektrot sistemine yöntemin uygulaması yapılarak, uygulama kolaylığı ve doğruluğu gösterilmiştir.

1. Giriş

Bir yüksek gerilim aygıtının tasarımında, aygıtın elektriksel alan dağılımının bilinmesine gereksinim duyulmaktadır. Elektriksel alanın hesabı ise yeterli sayıda sınır koşulu ile Laplace ve Poisson denklemlerinin çözümü gerektirir. Elektrot sisteminin geometrik şeklinin basit olduğu (örneğin düzlemsel, eşmerkezli küresel veya eksenli silindirik elektrot sistemleri gibi) problemlerde analitik çözüm bulmak genellikle mümkündür. Bununla beraber, uygulamada birçok durumda fiziksel sistemler, analitik çözümler bulmanın çok zor veya olanaksız olduğu oldukça karmaşık sistemlerdir. Bu yüzden mühendislik uygulamalarındaki elektrik alan hesaplarında çoğunlukla sayısal çözüm yöntemleri kullanılır. Mevcut sayısal yöntemler genellikle diferansiyel veya integral kavramlarına dayanır. Bu yöntemlerden başlıcaları: Sonlu Farklar Yöntemi (SFY), Sonlu Elemanlar Yöntemi (SEY), Yük Benzetim Yöntemi (YBY) ve Monte Carlo Yöntemi (MCY) dir. Bu çalışmada, ayrık yükler kavramına dayanan "Yük Benzetim Yöntemi" tanıtılacak ve yüksek gerilim tekniğindeki uygulama alanlarına örnekler verilerek basit bir örnek üzerinde yöntemin uygulaması açıklanacaktır. Bu yöntemin diğer sayısal yöntemlere göre üstün yanları, kapalı (sonlu, sınırlı) bir çözüm bölgesi gerektirmemesi ve eksenel simetrisi olmayan üç-boyutlu alanlara ve uzay yükü bulunan problemlere de daha kolaylıkla uygulanabilir olmasıdır /1/.

2. Yük Benzetim Yöntemi

Yük benzetim yönteminde, gerçek elektriksel alan yerine alanın çözüleceği bölgenin dışına yerleştirilen belirli sayıda ayrık yükün oluşturduğu alan alınır. Burada, fiziksel olarak elektrotların yüzeyine dağılmış yüzeyel yükler yerine ayrık yükler (benzetim yükleri) konur. Bu yüklerin değeri, sınırlar üzerinde seçilen belirli sayıdaki sınır

noktasında sınır koşullarının sağlanmasıyla belirlenir. Bu yüklerin oluşturduğu potansiyeller, incelenen bölge içinde Laplace veya Poisson denklemini sağladığından sözkonusu bölge içinde yüklere ilişkin çözüm tektir. Benzetim yüklerinin yerlerinin ve değerlerinin bilinmesi, sözkonusu bölge içinde herhangi bir noktadaki potansiyel ve alan değerinin kolaylıkla hesaplanmasını sağlar. Bu yöntemde yeterli doğruluk elde etmek için çok sayıda benzetim yükü kullanılmasına ve bu yüklerin uygun yerleştirilmesine gerek vardır, bu da sayısal hesabı gerektirmektedir.

Yük benzetim yöntemiyle sayısal alan çözümleri için ilk çalışmalar Loeb ve arkadaşları ile Abou Seada ve Nasser tarafından yapılmıştır /2-3/. Bu çalışmalarda çubuk-düzlem ve silindirik-düzlem elektrot sistemlerinin alan çözümleri bulunmuştur. Ayrıca Singer ve arkadaşları tarafından, kapsamlı bir makale /4/ ile YBY ve bu yöntemin dönel simetriye sahip iki ve üç-boyutlu alanlara uygulanmasının ayrıntıları verilmiştir. Kaynak /5/ te de YBY nin diğer bir sayısal yöntemle birlikte kullanımı gösterilmiştir.

3. Yöntemin İlkesi

Yük benzetim yönteminin ilkesi temel elektroteknik bilgisine dayanır /6-7/. Bir bölge içerisinde herhangi bir tipten (örneğin noktasal, çizgisel veya halkasal) birçok ayrık yük varsa, herhangi bir A noktasındaki elektrostatik potansiyel, her bir yükün ayrı ayrı bu noktada oluşturduğu potansiyellerin toplamına eşittir (Şekil-1). n adet ayrık yükün bu bölge içerisinde herhangi bir noktada oluşturdukları potansiyel, toplam ilkesine göre

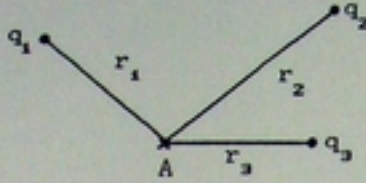
$$V_i = \sum_{j=1}^n P_{ij} \cdot q_j \quad (1)$$

dir. Burada P_{ij} , çeşitli benzetim yükü tipleri için, Laplace veya Poisson denklemlerinin çözümüyle değeri hesaplanabilen potansiyel katsayılarıdır. Örneğin Şekil-1 deki durumda A noktasının potansiyeli

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon r_1} q_1 + \frac{1}{4\pi\epsilon r_2} q_2 + \frac{1}{4\pi\epsilon r_3} q_3 \quad (2)$$

$$V = P_1 \cdot q_1 + P_2 \cdot q_2 + P_3 \cdot q_3$$

bağıntısıyla verilmektedir.



Şekil-1 Üç adet noktasal yük ve potansiyeli hesaplanacak olan A noktası.

Böylece bir defa yüklerin tipi ve yerleri tanımlandıktan sonra (burada kişisel deneyimlerden hareketle yük tipi ve yeri için kabul yapılır) herhangi bir sınır noktasında V_i ile q_j arasında matematiksel bir bağıntı kurmak mümkündür. YBY ile elektrostatik alan hesaplarında n adet benzetim yükü, alan incelemesi yapılacak bölgenin dışına veya elektrot gibi herhangi bir eşpotansiyel yüzey içerisine yerleştirilir. Eğer sınır noktası elektrot üzerindeki bir nokta ise, o zaman bu sınır noktasındaki potansiyel, elektrodun potansiyeline eşittir. Bu işlem m adet sınır noktasına uygulandığı zaman, n adet bilinmeyen yük için m adet denklemden oluşan bir lineer denklem sistemi elde edilebilir:

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m1} & P_{m2} & \dots & P_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_m \end{bmatrix} \quad (3)$$

Denklem (3), yük benzetim yönteminin temel bağıntısıdır. Bu denklem sisteminden, bu çalışmada kullanıldığı gibi, Örneğin Gauss Eliminasyon yöntemi ile q yükleri hesaplanır.

4. Yöntemin Tek ve Çok Yalıtkanlı Problemlere Uygulanması

Tek yalıtkanlı bir elektrot sisteminde elektrotların yüzeyindeki gerçek yükler yerine, bu elektrotların içine (veya dışına) n adet benzetim yükü yerleştirilir. Bu yüklerin tipi ve yerleri için kabul yapılır ve büyüklüklerini belirlemek için elektrotların sınır yüzeyinde n adet "sınır noktası" seçilir. Herhangi bir sınır noktasında, tüm benzetim yüklerinin katkısıyla oluşan potansiyelin elektrot potansiyeline eşit olması gerekir. Kullanılabilen yük benzetim yönteminde sınır noktalarının sayısı benzetim yüklerinin sayısına eşit seçilir. Bu durumda denklem (3) teki potansiyel katsayıları matrisinde $m=n$ olur. Buna karşılık, geliştirilmiş yük benzetim yöntemlerinden bazılarında sınır noktalarının sayısı yük sayısından fazla seçilebilir. Benzetim yüklerinin değerlerini belirlemek için denklem (3) çözüldükten sonra, hesaplanan yük değerlerinin, elektrot yüzeyinin her yerinde gerçek sınır koşullarını sağlayıp sağlamadıkları kontrol edilmelidir. Denklem (3) ü çözmek için sadece n adet ayrıık sınır noktası kullanıldığından, elektrot üzerinde sınır noktaları dışındaki herhangi bir noktanın potansiyeli, elektrot

potansiyelinden farklı olabilir. Bu yüzden, benzetimin doğruluğunu belirlemek için elektrot üzerinde bulunan ve potansiyelleri bilinen belirli sayıda "kontrol" noktasında denklem (1) çözülerek bu noktaların potansiyelleri bulunur. Bu potansiyellerle verilen sınır potansiyelleri arasındaki fark benzetimin doğruluğu için bir ölçüdür. Doğruluğun kontrolü için daha başka yöntemler de vardır [1]. Eğer benzetim, yeterli doğrulukta değilse aşağıdaki değişkenlerden bir veya birkaçının değiştirilmesiyle hesaplamalar tekrarlanır:

1. Benzetim yüklerinin sayısı,
2. Benzetim yüklerinin yerleri,
3. Benzetim yüklerinin tipi,
4. Sınır noktalarının yerleri.

Uygun yük sistemi ortaya çıkar çıkmaz, elektrotların dışındaki herhangi bir noktadaki potansiyel ve alan şiddeti, toplama ilkesiyle analitik olarak hesaplanabilir. Denklem (1) ile potansiyel hesaplanırken, elektrik alan şiddeti çeşitli doğrultulardaki bileşenlerinin toplanmasıyla hesaplanır. Örneğin kartezyen koordinat sisteminde bir noktadaki elektrik alanı

$$\vec{E}_i = \left[\sum_{j=1}^n (f_{ij})_x q_j \right] \vec{i}_x + \left[\sum_{j=1}^n (f_{ij})_y q_j \right] \vec{i}_y + \left[\sum_{j=1}^n (f_{ij})_z q_j \right] \vec{i}_z \quad (4)$$

bağıntısıyla hesaplanabilir. Burada,

$(f_{ij})_k = \delta p_{ij} / \delta k$, ($k=x,y,z$); \vec{i}_x , \vec{i}_y , \vec{i}_z ise sırası ile x,y ve z doğrultularındaki birim vektörlerdir.

Çok yalıtkanlı sistemler için alan hesapları biraz karmaşılaşmaktadır. Bunun sebebi, gerilim uygulanan bir yalıtkan içerisinde dipollerin ortaya çıkmasıdır. Bir yalıtkan dipoller elektrik alan tarafından yeniden dizilirler. Bunlar yalıtkanın iç kısmında birbirlerini yok ederken yalıtkanın yüzeyinde bir yüzeyel yük oluşmasına sebep olurlar. Bu yüzden elektrotların benzetiminden başka yalıtkan sınırların da benzetiminin yapılması gerekir.

Örneğin iki yalıtkanlı bir sistemde, benzetim yüklerinin değerini belirlemek için gerekli denklem sisteminin oluşturulmasında sağlanması gereken sınır koşulları şunlardır:

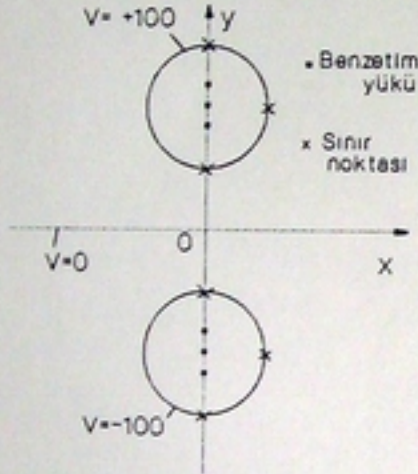
1. Elektrot ile birinci yalıtkan arasındaki ve elektrot ile ikinci yalıtkan arasındaki sınır noktalarının potansiyeli elektrot potansiyeline eşit olmalıdır.
2. Yalıtkan sınırındaki sınır noktalarının potansiyeli bilinmemektedir, fakat bu noktalarda birinci ve ikinci yalıtkan için hesaplanan potansiyel birbirine eşittir.
3. Yalıtkan sınırının sınır noktalarında birinci yalıtkanın alan şiddetinin normal bileşeni, ikinci yalıtkanın alan şiddetinin normal bileşeni, elektrik sabiti kadar büyük olmalıdır.

Çok yalıtkanlı sistemlerde verilen bir sınır noktasındaki denklemleri yazarken, söz konusu sınır noktasını içine alan yalıtkan içerisindeki yükler gözönüne alınmaz. Böylece elde edilen lineer denklem sistemi çözülerek iki yalıtkanlı sistemin benzetimi için gerekli yükler hesaplanır.

Görüldüğü gibi çok sayıdaki yalıtkan sınırının benzetiminin daha karmaşık olduğu açıktır. Üstelik yalıtkan sınır karmaşık bir şekle sahip olduğu zaman benzetimin doğruluğu da kötüleşmektedir. Literatürde örneklerin iki yalıtkanlı sistemle sınırlandırılmış olmasının sebeplerinden biri bu olsa gerektir.

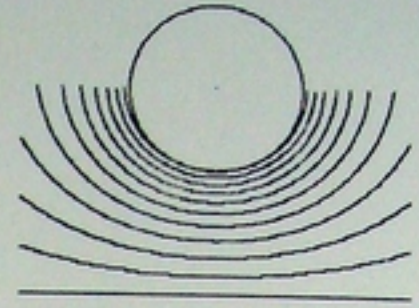
5. Yük Benzetim Yönteminin Küre-Düzlem Elektrot Sistemine Uygulanması

Bu bölümde, daha önce verilen bilgilerden yararlanılarak basit bir örnek üzerinde yük benzetim yönteminin bir uygulaması yapılmıştır. Bir küre-düzlem elektrot sisteminin alan dağılımını incelemek amacıyla Şekil-2 de gösterilen $V=+100$ ve $V=-100$ potansiyelinde eşçaplı küre-küre elektrot sistemi gözönüne alınmıştır. y eksenine göre simetrik olan bu sistemde, $y=0$ düzleminde potansiyel sıfır olacaktır. Böylece bir küre-düzlem elektrot sisteminin alan dağılımı elde edilebilir (Şekil 3.d). Bu örnek, sınırsız bölge içinde incelendiğinden, Örneğin Sonlu Farklar Yöntemi veya Sonlu Elemanlar Yöntemiyle çözümünde zorlukla karşılaşılır.

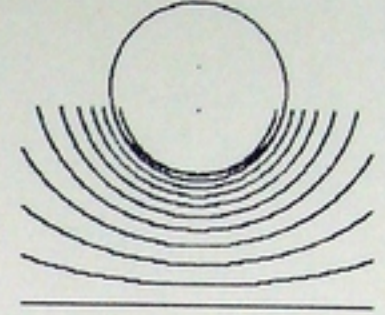


Şekil-2

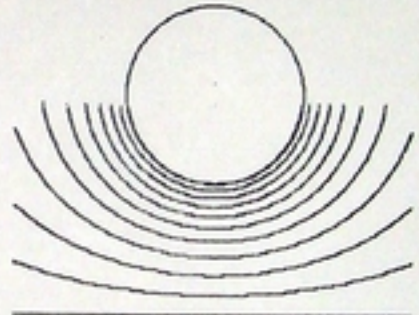
Burada, problem yük benzetim yöntemiyle noktasal yük tipi kullanılarak çözülmüştür. Önce, küre merkezlerine yerleştirilen birer adet noktasal yük ile çözüm aranmıştır. Şekil-3.a da bu çözümün ait eşpotansiyel çizgiler görülmektedir. Burada $V=+100$ eşpotansiyel çizgisinin, kürenin şeklini gösteren sınır çizgisinden bir miktar saptığı görülmektedir. Bu, yeterli sayıda yükün kullanılmadığı kötü bir benzetimdir. Bu yüzden, yük sayısı artırılarak benzetimin doğruluğu arttırılmaya çalışılmıştır. Küre sınırlarının y eksenini kestiği noktalar sınır noktaları olarak alınmıştır. Yüklerin sayısı ve y eksenindeki yerleri değiştirilerek hesaplar yinelenmiştir (Şekil-3.b,c). Şekil-3.d de, en doğru benzetimin elde edildiği durumdaki eşpotansiyel çizgiler gösterilmiştir. Bu durumda, elektrotun gerçek sınırları ile hesaplanan $V=+100$ eşpotansiyel çizgisi arasındaki uyumsuzluk Şekil-3.a ve b de verilen çok daha küçük olup benzetimin doğruluğunun arttığı görülmektedir. Doğruluğu arttırmak için daha çok sayıda yük ile hesap yapılabilir gibi, uygun yerleştirilmiş daha az sayıda yük ile de yeterli doğruluk elde edilebilir.



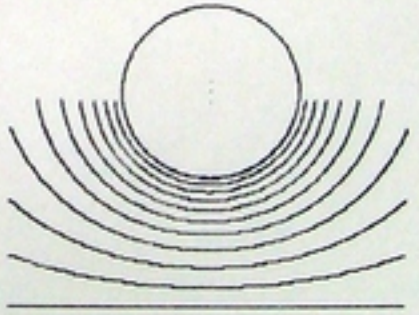
(a)



(b)



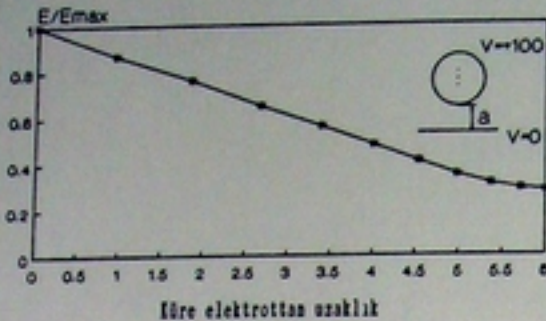
(c)



(d)

Şekil-3

Şekil-3.d deki durum için elektrotlar arasında, kritik alan çizgisi üzerinde elektriksel alan değerinin maksimum alan değerine oranının küresel elektrottan uzaklık ile değişimi Şekil-4 te gösterilmiştir.



Sekil-4

Bu örnekten başka, YBY nin yüksek gerilim tekniğinde uygulanmakta olduğu alanlardan bazıları; elektrot sistemleri, hava hatları ve kablolar, her türlü izolatörler (geçit, zincir, mesnet, ara tutucu gibi), yüksek gerilim aygıtlarındaki alan optimizasyonu ve boşalma olaylarıdır /1-7/.

6. Sonuç

Yük benzetim yöntemi, ilkesi temel elektroteknik bilgisine dayanan, özellikle sıkı bölgeli problemlere uygulaması diğer sayısal yöntemlere (SEY, SFY) göre kolay olan bir yöntemdir. YBY nin bu özellikleri, yöntemin yüksek gerilim alan incelemelerinde yaygın kullanımına yol açmaktadır. Bu çalışmada da görüldüğü gibi yöntemin doğruluğu, kullanılan benzetim yükü tipine, sayısına, yerine ve sınır noktalarına yakından bağlıdır. Karşılaşılan problemlere uygun yeni yük tipleri tanımlanarak yöntemin verimi artırılabilir. Bu bakımdan YBY, yeni uygulamalara sıkı bir yöntemdir.

7. Kaynaklar

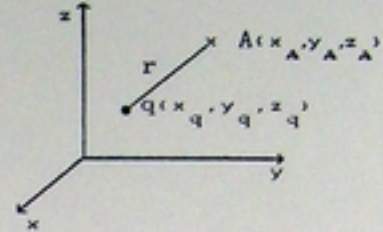
- /1/ MALIK, N.H., A Review of the Charge Simulation Method and its Applications, IEEE Trans. on Electr. Insul., Vol.24, No.1, Feb.1989, pp.3-20.
- /2/ ABOU-SEADA, M.S., NASSER, E., Digital Computer Calculation of the Potential and Field of a Rod Gap, Proc. IEEE, Vol.56, 1968, pp.813-820.
- /3/ ABOU-SEADA, M.S., NASSER, E., Digital Computer Calculation of the Potential and its Gradient of a Twin Cylindrical Conductor, IEEE Trans. on PAS, Vol. 88, 1969, pp. 1802-1814.
- /4/ SINGER, H., STEINBIGLER, H., WEISS, P., A Charge Simulation Method for the Calculation of High Voltage Fields, IEEE Trans. on PAS, Vol. 93, 1974, pp. 1660-1668.
- /5/ STEINBIGLER, H., Combined Application of Finite Element Method and Charge Simulation for the Computation of Electric Fields, 3rd ISH Symp., Milan, 1979, paper 11.11.
- /6/ KUFFEL, E., ZAENGL, W.S., High Voltage Engineering Fundamentals, Pergamon Press, Oxford, 1984.
- /7/ GALLAGHER, T.J., PEARMAIN, A.J., High Voltage Measurement, Testing and Design, John Wiley & Sons, Chichester, 1984.

8. Ek

Burada, noktasal ve sonsuz çizgisel yük için p potansiyel ve f alan katsayıları tanımlanmıştır.

8.1 Noktasal Yük

Sekil-5 ten yararlanılarak bir noktasal yükün herhangi bir noktada oluşturduğu potansiyel ve alan şiddetinin hesabı için gereken p potansiyel ve f alan katsayıları



Sekil-5

$$p = 1/4\pi\epsilon r \quad (5)$$

$$f_x = (x_A - x_q)/4\pi\epsilon r^3 \quad (6)$$

$$f_y = (y_A - y_q)/4\pi\epsilon r^3 \quad (7)$$

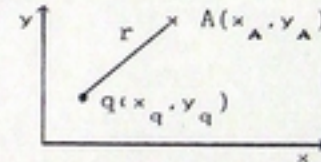
$$f_z = (z_A - z_q)/4\pi\epsilon r^3$$

$$r = \sqrt{(x_A - x_q)^2 + (y_A - y_q)^2 + (z_A - z_q)^2} \quad (7)$$

bağıntılarından bulunur.

8.2 Sonsuz Çizgisel Yük

Sekil-6 da gösterilen, x-y düzlemine dik bir sonsuz çizgisel yükün bir A noktasında oluşturduğu potansiyel ve alan şiddetinin hesabı için gereken p potansiyel ve f alan katsayıları ise



Sekil.6

$$p = (1/2\pi\epsilon) \ln(r_0/r) \quad (8)$$

$$f_x = (x_A - x_q)/2\pi\epsilon r^2 \quad (9)$$

$$f_y = (y_A - y_q)/2\pi\epsilon r^2$$

$$r = \sqrt{(x_A - x_q)^2 + (y_A - y_q)^2} \quad (10)$$

bağıntılarından bulunur. Burada r_0 , çizgisel yükün potansiyeli sıfır olan düzleme uzaklığıdır. Bu bağıntılarda sıfır potansiyelli düzlemi elde etmek için kullanılan görüntü yüklerinin etkisi gözönüne alınmamıştır.