

# EM302 Yöneylem Araştırması 2

## Proje Yönetimi

Dr. Özgür Kabak

# Proje yönetimi

---

- ▶ Organizasyonlar işlerini işlemler veya projeler olarak gerçekleştirirler.
- ▶ İşlemler ve projelerin ortak özellikleri:
  - ▶ İnsanlar tarafından gerçekleştirilirler,
  - ▶ Kıt kaynaklarla sınırlandırılırlar,
  - ▶ Planlanır, uygulanır ve kontrol edilirler.
- ▶ İşlemler ve projelerin farkları:
  - ▶ İşlemler süregelen işlerdir ve tekrarlanır,
  - ▶ Projeler geçici işlerdir ve bir kereye mahsus yürütülür.



# Proje

---

- ▶ Bir proje tek bir ürün veya hizmet ortaya çıkarmak için yapılan geçici ve yoğun ciddi çabalardır.
  - ▶ geçici: “tanımlı bir başlangıç ve bitişi olan”,
  - ▶ Tek: “bazı ayırt edici özelliklerine göre farklı”
- ▶ Projelerde kullanılan kaynaklar zaman, finans, işçilik, malzeme, makine, araç gereç vb. olarak sıralanabilir.
- ▶ **Proje Örnekleri:**
  - ▶ Yeni bir ürün veya hizmet geliştirmek,
  - ▶ Yeni bir ulaşım aracı tasarlamak,
  - ▶ Bir bina veya tesis inşa etmek,
  - ▶ Politik kampanya yürütmek,
  - ▶ Yeni bir iş sürecinin uygulanması



# Proje Yönetimi

---

- ▶ **Yönetim** genel olarak yürümekte olan bir süreç veya faaliyetin planlaması, uygulanması ve kontrolü ile ilgili olduğu düşünülür.
- ▶ **Proje Yönetimi** kısa süre zarfında önemli faaliyetlere kaynakların ve insanların bağlantılandırılmasını ifade eder.
- ▶ Proje yönetimi, paydaşların projeden beklentilerini karşılamak ve aşmak için proje faaliyetlerine bilgi, beceri, araç ve yöntemlerin uygulanmasıdır.
- ▶ Paydaşların projeden beklentilerini karşılama ve aşma aşağıda örnekleri verilen birbiri ile çatışan taleplerin karşılanmasını içerir:
  - ▶ Kapsam, süre, maliyet, kalite,
  - ▶ Farklı paydaşların farklı ihtiyaç ve beklentileri,
  - ▶ Tanımlanmış ihtiyaçlar, tanımlanmamış beklentiler.



# Proje Ağı

---

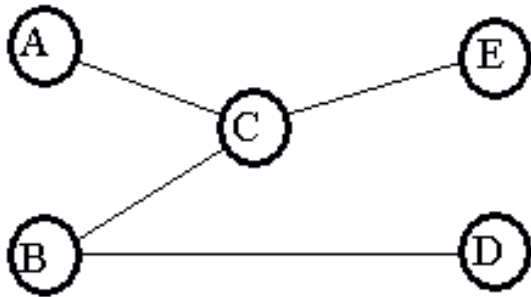
- ▶ Düğüm ve yönlü bağlantılardan oluşur.
- ▶ Faaliyetler arasındaki ilişkilerini gösterir.
- ▶ İki türü vardır:
  - ▶ Bağlantı Şemaları (Activity on Arc – **AOA**)
    - ▶ Bağlantılar faaliyetleri gösterir,
    - ▶ Düğümler faaliyetlerin başlama ve bitişini gösterir.
  - ▶ Blok Şemaları (Activity on Node – **AON**)
    - ▶ Noktalar faaliyetleri gösterir.
    - ▶ Bağlantılar faaliyetler arasındaki öncelik ilişkilerini gösterir.



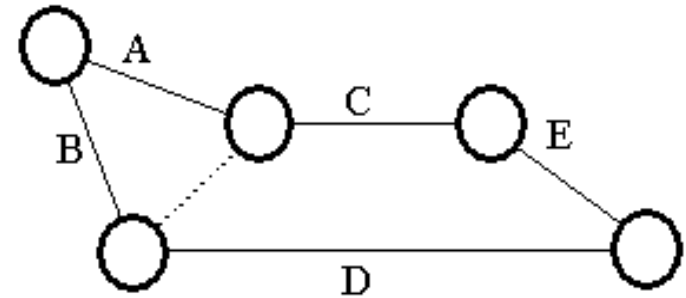
# Örnek 1. Ağ

- ▶ Bir projede 5 faaliyet vardır.
- ▶ A ve B faaliyetleri C aktivitesinden önce yapılmalıdır.
- ▶ B, D'den önce yapılmalıdır.
- ▶ C, E'den önce yapılmalıdır.

Blok şeması



Bağlantı şeması



# CPM/PERT

---

- ▶ Ağ modelleri birçok faaliyet içeren büyük ve karmaşık projeleri çizelgelemek için kullanılabilir.
  - ▶ Eğer tüm faaliyetlerin süreleri kesin olarak biliniyorsa projenin tümünün bitirilmesi için gerekli süre Kritik Yol Yöntemi (CPM - ***Critical Path Method*** ) ile belirlenebilir.
    - ▶ CPM ile faaliyetlerin proje toplam süresini uzatmadan ne kadar ertelenebileceğini bulmak için de kullanılabilir.
    - ▶ 1950lerde DuPont ve Sperry Rand'deki araştırmacılar tarafından geliştirilmiştir.
- 



# CPM/PERT

---

- ▶ Eğer faaliyetlerin süreleri kesin olarak bilinmiyorsa proje için belirlenmiş bir teslim zamanında bitirme olasılığını bulmak için Program Değerlendirme ve Gözden Geçirme Tekniği (PERT - **Program Evaluation and Review Technique (PERT)**) yöntemi kullanılabilir.
- ▶ PERT 1950lerin sonlarında Polaris füzesinin geliştirilmesinde çalışan danışmanlarca geliştirilmiştir.





# CPM/PERT Uygulama Alanlarına Örnekler

---

- ▶ Bina, hava alanı, yol vb. inşaat projelerinin çizelgelenmesi
- ▶ Yeni bilgisayar sistemlerinin yüklenmesi
- ▶ Yeni ürünlerin tasarımı ve pazarlaması
- ▶ Gemi imalatı



# CPM/PERT için ortak altı adım

---

1. Projeyi ve önemli faaliyetleri tanımla,
2. Faaliyetler arası ilişkileri tanımla. Öncelik ilişkilerini belirle,
3. Ağı çiz,
4. Her faaliyet için yapılma süresini ve/veya maliyet tahminlerini ata,
5. Ağıdaki en uzun yolu (kritik yol) hesapla,
6. Projeyi planlamak, çizelgelemek, takip etmek ve kontrol etmek için ağı kullan.



# CPM/PERT ile cevaplanabilecek sorular

---

- ▶ Proje ne zaman bitecek?
- ▶ Projedeki kritik faaliyetler ve işler neler?
- ▶ Kritik olmayan faaliyetler hangileri?
- ▶ Belirli bir zamanda projenin bitme olasılığı ne?
- ▶ Proje plana göre yürüyor mu? Planın önünde mi? Planın gerisinde mi?
- ▶ Proje bütçenin üzerinde mi? Altında mı?
- ▶ Projeyi zamanında bitirebilmek için yeterli kaynak var mı?
- ▶ Eğer proje planlanandan önce bitirilmek isteniyorsa bu en az maliyet ile nasıl yapılabilir?



# CPM/PERT'in avantajları

---

- ▶ Proje yönetiminin çeşitli aşamalarında kullanılması yararlıdır.
- ▶ Matematiksel olarak çok karmaşık değildir.
- ▶ Ağ gösterimi ile kullanıcıların görsel olarak proje faaliyetleri arasındaki ilişkileri görmelerini sağlar.
- ▶ Kritik yol ve gevşek zaman analizleri önemli faaliyetlere yakından bakmayı sağlar.
- ▶ Ağ yapısı gösterimi projelerin belgelenmesi için önemli bir kaynak oluşturur.
- ▶ Çok çeşitli projelerde ve sektörlerde uygulanabilir.
- ▶ Sadece süreleri gösteren çizelgeleri değil maliyetleri takip etmek için de yararlıdır.



# CPM/PERT'in sınırlamaları

---

- ▶ Proje faaliyetleri açık olarak tanımlanmalıdır. Birbirlerinden bağımsız olmalıdır ve ilişkiler değiştirilemez.
- ▶ Öncelik ilişkileri belirli olmalıdır
- ▶ PERT'teki faaliyet zamanları Beta olasılık dağılımına uymalıdır. Bu dağılıma uyduğu doğrulanmalıdır.
- ▶ Süre tahminleri genelde öznel ve yöneticilerin görüşlerine bağlıdır.
- ▶ Kritik yola çok fazla odaklanması riski ile karşılaşılabilir.



## CPM/PERT'in uygulanması

---

- ▶ CPM veya PERT'i uygulayabilmek için projeyi oluşturan faaliyetlerin listesi gereklidir.
- ▶ Tüm faaliyetler bittiğinde proje de biter.
- ▶ Her faaliyet için ondan önce bitmesi gereken faaliyetlerin (öncül faaliyetler) listesi verilmelidir.
- ▶ Öncelik ilişkilerini içeren Proje Ağı (Proje şeması) hazırlanmalıdır → Bağlantı şeması (AOA) kullanılır.



# Proje Ağının izilmesi

---

- ▶ Faaliyetler ve öncelik ilişkileri verilmişse proje ağı aşağıdaki kurallara göre çizilebilir:
  1. Düğüm 1, projenin başlangıcını ifade eder. 1'den çıkan bağlantılar önceliği olmayan faaliyetlerdir.
  2. Projenin bitişini ifade etmek üzere bir bitiş düğümü ilave edilmelidir.
  3. Ağdaki düğümler öyle numaralandırılmalıdır ki; herhangi bir faaliyetin bittiğini gösteren düğüm her zaman faaliyetin başladığını gösteren düğümden daha büyük numara ile ifade edilmelidir.
  4. Bir faaliyet ağda birden fazla bağlantı ile gösterilemez.
  5. İki düğüm sadece bir bağlantı ile birleştirilebilir.
  6. 4. ve 5. kurallara uymak için ağa sıfır süreli bir yapay faaliyetler eklenebilir.



# Örnek: Widgetco

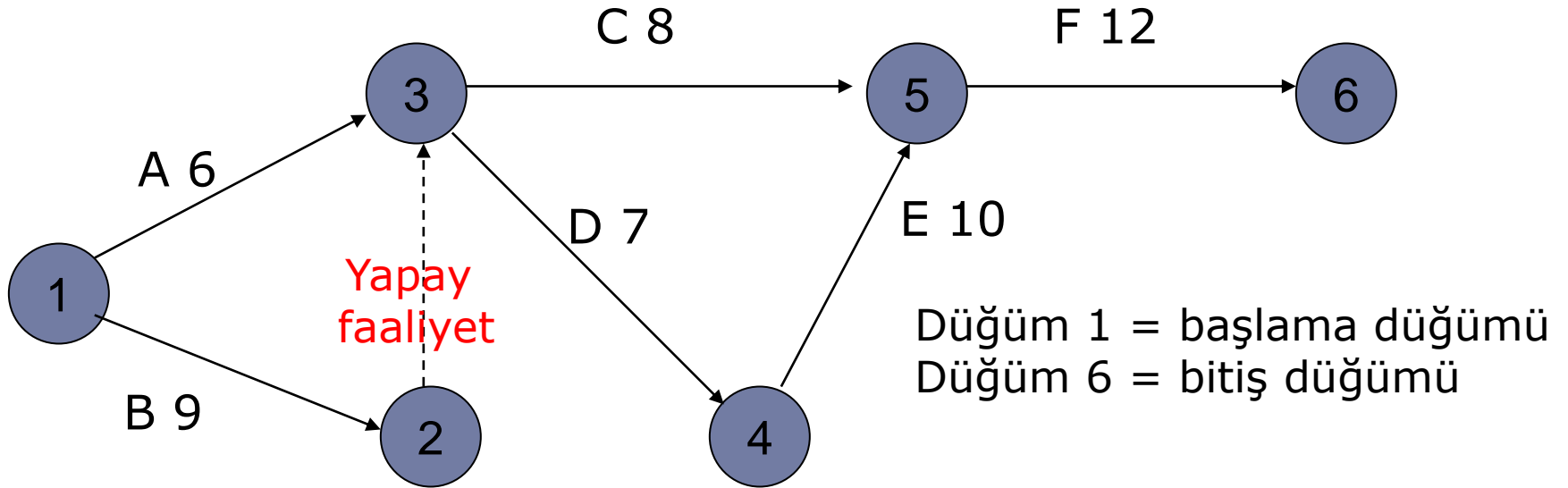
(Winston 8.4., s. 433)

- ▶ Widgetco yeni bir ürün geliştirmektedir. Yapılması gereken faaliyetler, öncelik ilişkileri ve süreleri aşağıda verilmiştir.
- ▶ Bu proje için Proje ağını çiziniz.

<b>Faaliyetler</b>	<b>Öncül faaliyetler</b>	<b>Süre (gün)</b>
A:işçilerin eğitimi	-	6
B:hammadeleri satın alınması	-	9
C: 1. ürünün imalatı	A, B	8
D:2. ürünün imalatı	A, B	7
E: 2. ürünün test edilmesi	D	10
F: 1. ve 2. ürünlerin montajı	C, E	12



# Örnek: Widgetco



Faaliyetler	Öncüller	Süre (gün)
A: işçilerin eğitimi	-	6
B: hammaddeleri satın alınması	-	9
C: 1. ürünün imalatı	A, B	8
D: 2. ürünün imalatı	A, B	7
E: 2. ürünün test edilmesi	D	10
F: 1.- 2. ürünlerin montajı	C, E	12

# CPM

---

CPM için iki kilit hesap:

- ▶ En Erken başlama zamanı (the **early event time**)  **$ET(i)$** 
  - ▶  $i$  düğümünün en erken başlama zamanı.
- ▶ En geç başlama zamanı (the **late event time**)  **$LT(i)$** 
  - ▶  $i$  düğümünün projenin bitiş zamanını etkilemeden en geç başlanabileceği zaman



# Erken başlama zamanı - ET

---

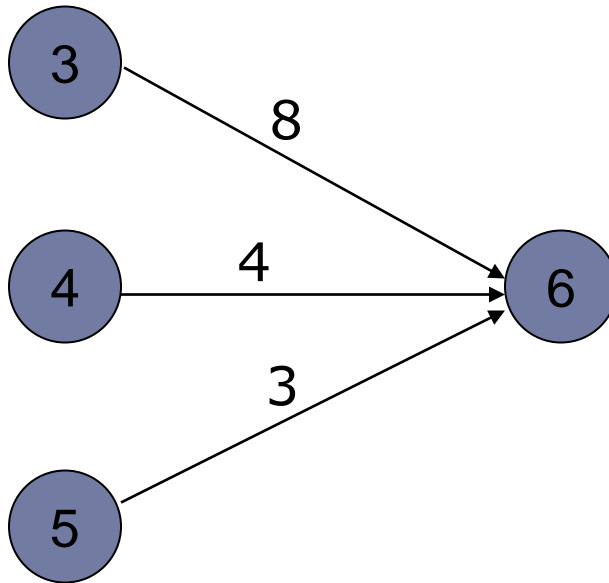
- ▶  $ET(1) = 0$
- ▶  $ET(i)$  hesabı:
  - ▶  $i$  düğümüne doğrudan bağlanan önceki düğümleri bul  $k$ ;  $(k, i) \in S$ .
  - ▶  $ET = \max_{k, (k,i) \in S} ET(k, i) + d_{ki}$ 
    - ▶  $d_{ki}$ :  $(k, i)$  bağlantısıyla tanımlanan faaliyetin süresi.
- ▶  $ET(n)$  hesaplandığında durulur ( $n$ : bitiş düğümü)



## Örnek. *ET* hesaplanması

---

- ▶ Proje ağının bir parçası aşağıda verilmiş olsun.
- ▶  $ET(3)=6$ ,  $ET(4)=8$ , ve  $ET(5)=10$

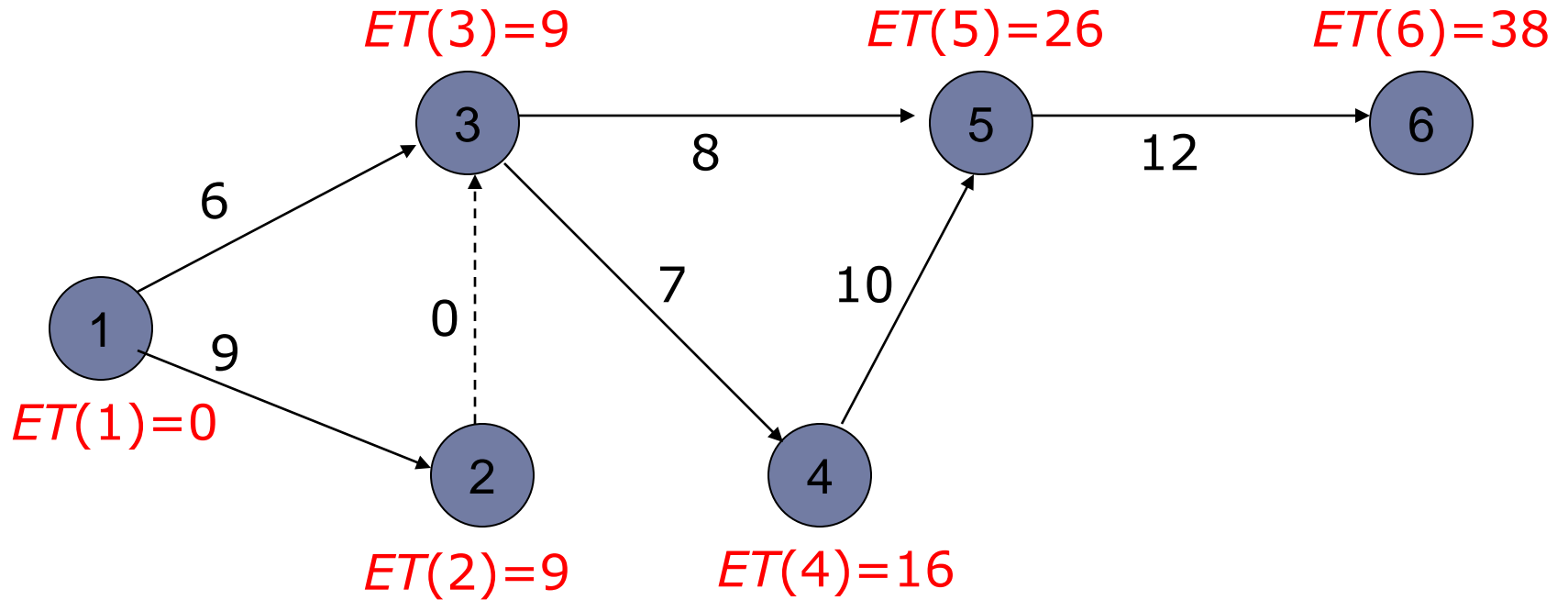


- ▶  $ET(6) = \text{maks} \{ET(3)+8, ET(4)+4, ET(5)+3\}$   
 $= \text{maks} \{14, 12, 13\} = 14$
- 



# Örnek: Widgetco

---



# En geç başlama zamanı - LT

---

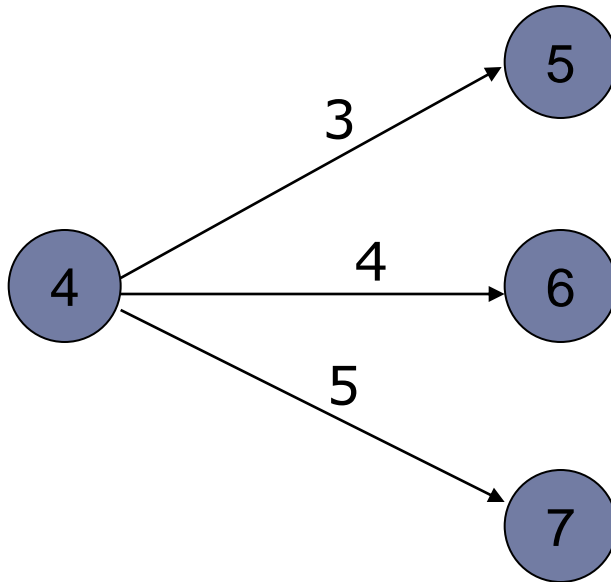
- ▶ Bitiş düğümünden başlayarak geriye doğru git.
- ▶  $LT(n) = ET(n)$
- ▶  $LT(i)$  hesabı
  - ▶  $i$  düğümüne doğrudan bağlanan sonraki düğümleri bul  $j$ ;  $(i, j) \in S$ .
  - ▶  $LT = \min_{j, (i,j) \in S} LT(j) - d_{ij}$ 
    - ▶  $d_{ij}$ :  $(i,j)$  bağlantısıyla tanımlanan faaliyetin süresi.



## Örnek: $LT$ hesaplaması

---

- ▶ Proje ağının bir parçası aşağıda verilmiş olsun.
- ▶  $LT(5)=24$ ,  $LT(6)=26$  ve  $LT(7)=28$

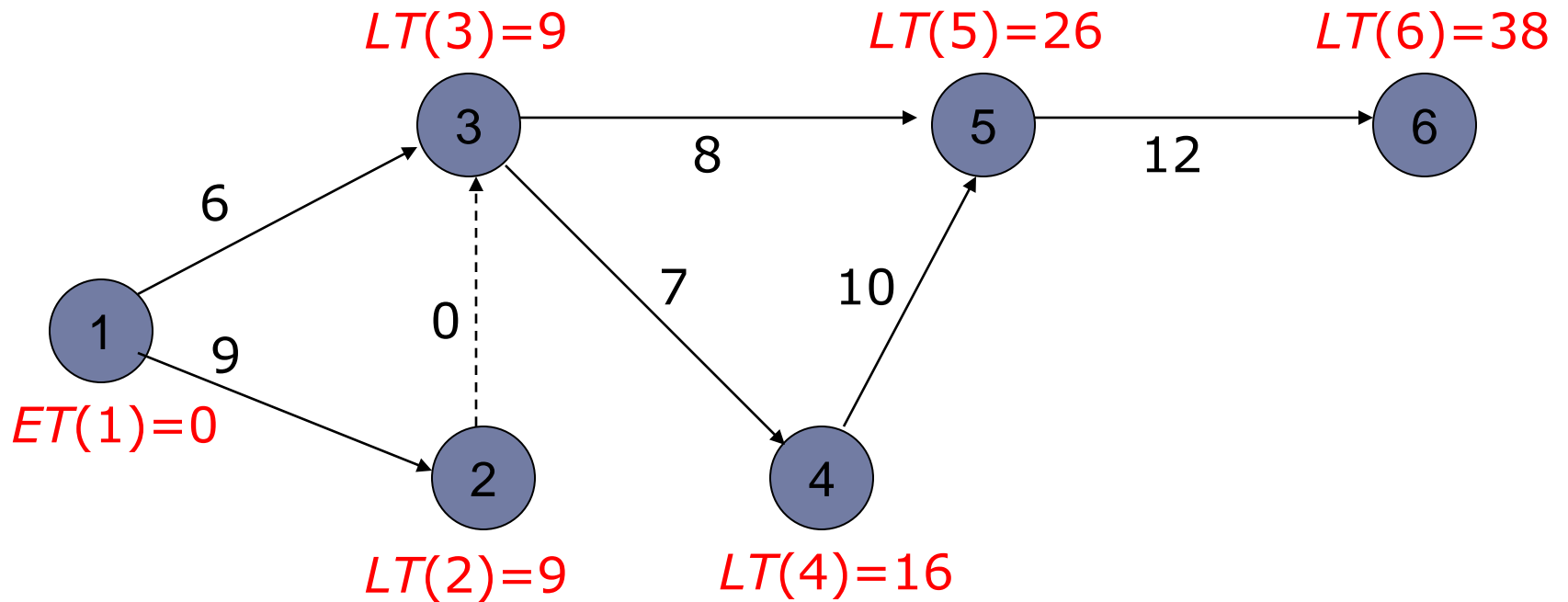


- ▶  $LT(4) = \min \{LT(5)-3, LT(6)-4, LT(7)-5\}$   
 $= \min \{21, 22, 23\} = 21$



# Örnek: Widgetco

---





# Toplam Boşluk (Total Float)

---

- ▶ Toplam boşluk (Total Float)  **$TF(i,j)$** 
  - ▶ Herhangi bir  $(i,j)$  bağlantısı ile gösterilen bir faaliyet için projenin bitirilme süresini etkilemeden en erken başlama zamanına göre ne kadar ertelenebileceğini gösterir.
  - ▶ Bir başka ifade ile projenin bitirilme süresini etkilemeden bir faaliyetin süresi ne kadar arttırılabileceğini gösterir.

$$TF(i,j) = LT(j) - ET(i) - t_{ij}$$



## Örnek: Widgetco için $TF(i,j)$ değerleri

---

Faaliyet B:  $TF(1,2) = LT(2) - ET(1) - 9 = 0$

Faaliyet A:  $TF(1,3) = LT(3) - ET(1) - 6 = 3$

Faaliyet D:  $TF(3,4) = LT(4) - ET(3) - 7 = 0$

Faaliyet C:  $TF(3,5) = LT(5) - ET(3) - 8 = 9$

Faaliyet E:  $TF(4,5) = LT(5) - ET(4) - 10 = 0$

Faaliyet F:  $TF(5,6) = LT(6) - ET(5) - 12 = 0$

Yapay Faaliyet:  $TF(2,3) = LT(3) - ET(2) - 0 = 0$

Düğüm	ET(i)	LT(i)
1	0	0
2	9	9
3	9	9
4	16	16
5	26	26
6	38	38



# Kritik Yolun belirlenmesi

---

- ▶ Eğer bir faaliyetin toplam boşluğu sıfır ise o faaliyetin ertelenmesi projenin bitiş zamanını öteleyecektir.
- ▶ Sıfır toplam boşluğa sahip bir faaliyet **Kritik Faaliyet** tir.
- ▶ Başlangıç düğümünden bitiş düğümüne kadar tüm kritik faaliyetleri içeren yola **Kritik Yol** denir.



# Örnek: Widgetco için kritik yol

$$TF(1,2) = 0$$

$$TF(1,3) = 3$$

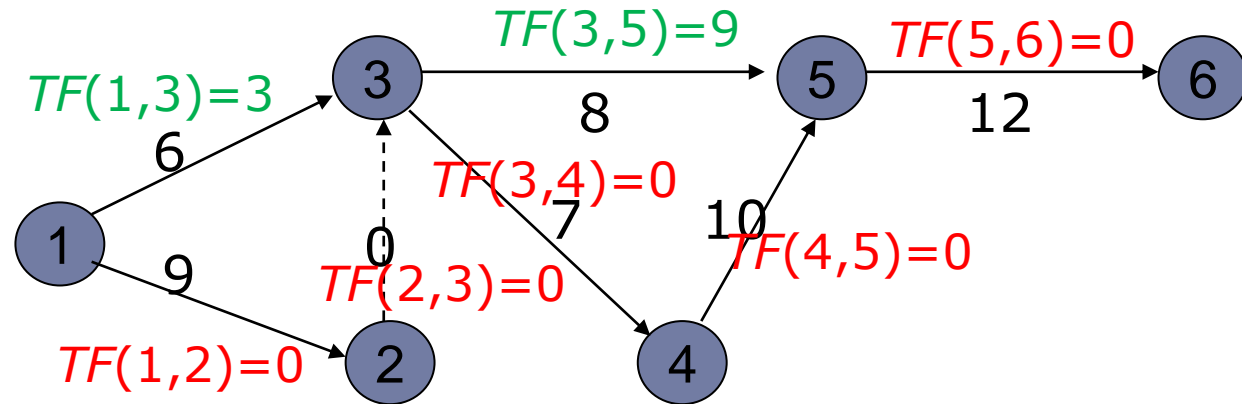
$$TF(2,3) = 0$$

$$TF(3,4) = 0$$

$$TF(3,5) = 9$$

$$TF(4,5) = 0$$

$$TF(5,6) = 0$$



- ▶ Widgetco için kritik yol: 1-2-3-4-5-6

# Serbest boşluk (Free Float)

---

- ▶ Serbest boşluk (Free Float):
  - ▶ Herhangi bir  $(i,j)$  bağlantısı ile gösterilen bir faaliyet için sonraki faaliyetlerin başlamasını etkilemeden ne kadar ertelenebileceğini gösterir.

$$FF(i,j) = ET(j) - ET(i) - t_{ij}$$



## Örnek: Widgetco için $FF(i,j)$ değerleri

---

Faaliyet B:  $FF(1,2) = 9 - 0 - 9 = 0$

Faaliyet A:  $FF(1,3) = 9 - 0 - 6 = 3$

Faaliyet D:  $FF(3,4) = 16 - 9 - 7 = 0$

Faaliyet C:  $FF(3,5) = 26 - 9 - 8 = 9$

Faaliyet E:  $FF(4,5) = 26 - 16 - 10 = 0$

Faaliyet F:  $FF(5,6) = 38 - 26 - 12 = 0$

Düğüm	ET(i)	LT(i)
1	0	0
2	9	9
3	9	9
4	16	16
5	26	26
6	38	38

- Örneğin C Faaliyetinin  $FF$ si 9 gün olduğu için, bu faaliyetin başlamasının 9 günden fazla ertelenmesi sonraki faaliyetlerin (bu durumda F faaliyeti) başlama zamanını etkiler.



# Doğrusal Programlama Kullanımı

---

- ▶ Kritik yolun süresini bulmak için DP kullanılabilir.

- ▶ Karar değişkenleri

- ▶  $x_j$ :  $j$  düğümünün zamanı

- ▶ Kısıtlar

- ▶ Her  $(i,j)$  faaliyeti için  $j$  ortaya çıkmadan önce  $i$  düğümü ortaya çıkmalıdır ve  $(i,j)$  faaliyeti bitirilmelidir.

$$x_j \geq x_i + t_{ij} \quad \forall (i,j) \in S$$

- ▶ Amaç projenin bitiş süresini en küçükleme.

$$\min z = x_n - x_1$$

---



# Doğrusal Programlama Kullanımı

---

- ▶ Projenin kritik yolu, gölge fiyatları -1 olan kısıtlarla ilgili faaliyetleri içerir.
  - ▶ Eğer bir kısıtın gölge fiyatı -1 ise bu kısıtın sağ taraf değeri (faaliyetin sğresi)  $\Delta$  kadar arttığında amaç fonksiyonu (projenin toplam süresi) da  $\Delta$  kadar artacaktır.





## Örnek: Widgetco DP modeli

---

$$\min z = x_6 - x_1$$

$$\text{Öyle ki } x_3 \geq x_1 + 6 \quad (\text{Bağlantı (1,3) kısıtı})$$

$$x_2 \geq x_1 + 9 \quad (\text{Bağlantı (1,2) kısıtı})$$

$$x_5 \geq x_3 + 8 \quad (\text{Bağlantı (3,5) kısıtı})$$

$$x_4 \geq x_3 + 7 \quad (\text{Bağlantı (3,4) kısıtı})$$

$$x_5 \geq x_4 + 10 \quad (\text{Bağlantı (4,5) kısıtı})$$

$$x_6 \geq x_5 + 12 \quad (\text{Bağlantı (5,6) kısıtı})$$

$$x_3 \geq x_2 \quad (\text{Bağlantı (2,3) kısıtı})$$

tüm değişkenler urs



# Örnek: Widgetco DP modeli Çözümü

## OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) **38.00000**

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X6	38.000000	0.000000
X1	0.000000	0.000000
X3	9.000000	0.000000
X2	9.000000	0.000000
X5	26.000000	0.000000
X4	16.000000	0.000000

Proje 38 günde  
bitirilebilir

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
ARC (1,3)	3.000000	0.000000
ARC (1,2)	0.000000	<b>-1.000000</b>
ARC (3,5)	9.000000	0.000000
ARC (3,4)	0.000000	<b>-1.000000</b>
ARC (4,5)	0.000000	<b>-1.000000</b>
ARC (5,6)	0.000000	<b>-1.000000</b>
ARC (2,3)	0.000000	<b>-1.000000</b>

Kritik yol  
1-2-3-4-5-6



# Projenin hızlandırılması

---

- ▶ Çoğu zaman projeler kritik yol süresinden daha önce bitirilmelidir.
- ▶ DP ile proje teslim süresine yetişmek için en düşük maliyet ile kaynakların nasıl tahsis edileceği bulunabilir.
- ▶ Bu sürece proje hızlandırma (***crashing a project***) denir.



# Örnek: Widgetco Projesinin hızlandırılması

---

- ▶ Widgetco geliştirdiği ürünün rakip ürüne göre piyasaya daha önce çıkmasını istemektedir.
- ▶ Rakibini ürünü 26 gün sonra piyasa çıkacaktır. Bu yüzden Widgetco kendi ürününü 25 içinde piyasaya sürmelidir.
- ▶ Projenin bitiş süresi 38 gün olduğu için Widgetco ek harcamalar yaparak 25 günlük proje bitiş süresini sağlamalıdır.
- ▶ Widgetco herhangi bir faaliyetin süresini en fazla 5 gün azaltabilir.
- ▶ Bir faaliyetin süresini bir gün düşürmenin maliyeti şu şekildedir:
  - ▶ Faaliyet A \$10
  - ▶ Faaliyet B \$20
  - ▶ Faaliyet C \$3
  - ▶ Faaliyet D \$30
  - ▶ Faaliyet E \$40
  - ▶ Faaliyet F \$50
- ▶ Projeyi 25 günde bitirmenin en düşük maliyetini bulunuz.



# Örnek: Widgetco Projesinin hızlandırılması

---

- ▶ Karar değişkenleri

$A$ : Faaliyet A'nın süresinden azaltılan gün sayısı

...

$F$ : Faaliyet F'nin süresinden azaltılan gün sayısı

$x_j$ :  $j$  düğümünün zamanı



# Örnek: Widgetco Projesinin hızlandırılması

---

$$\min 10A + 20B + 3C + 30D + 40E + 50F$$

$$\text{öyle ki; } A \leq 5$$

$$B \leq 5$$

$$C \leq 5$$

$$D \leq 5$$

$$E \leq 5$$

$$F \leq 5$$

$$x_3 \geq x_1 + 6 - A$$

$$x_2 \geq x_1 + 9 - B$$

$$x_5 \geq x_3 + 8 - C$$

$$x_4 \geq x_3 + 7 - D$$

$$x_5 \geq x_4 + 10 - E$$

$$x_6 \geq x_5 + 12 - F$$

$$x_3 \geq x_2$$

$$x_6 - x_1 \leq 25$$

$$A, B, C, D, E, F \geq 0; x_j \text{ urs}$$



# Örnek: Widgetco Projesinin hızlandırılması

---

- ▶ DP'nin çözümü:

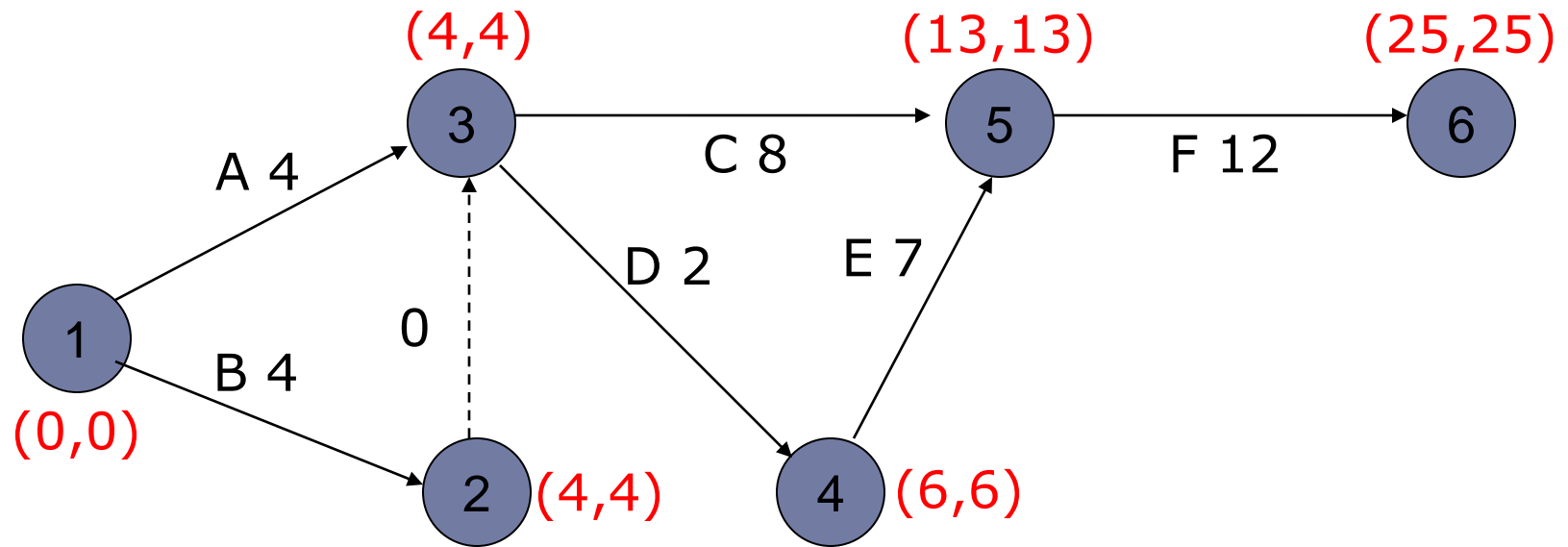
$$z = 390, A = 2, B = 5, C = 0, D = 5, E = 3, F = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = 4, x_3 = 4, x_4 = 6, x_5 = 13, x_6 = 25$$

- ▶ A'yı 2, B'yi 5, D'yi 5 ve E'yi 3 gün azaltarak, proje 25 günde bitirilebilir
- ▶ Toplam maliyet \$390 olacaktır.



# Örnek: Widgetco Projesinin hızlandırılması



Kritik yol: 1-2-3-4-5-6 veya 1-3-4-5-6





# PERT

---

- ▶ CPM'de tüm faaliyetlerin sürelerinin net olarak bilindiği varsayılır. Bir çok projede bu geçerli değildir.
- ▶ **PERT** te ise faaliyetlerin süreleri rassal değişken olarak modellenir.
- ▶ PERT'te her faaliyet için proje yöneticileri üç değeri belirlemelidir:
  - ▶ İyimser süre ( $a$ )
  - ▶ Kötümser süre ( $b$ )
  - ▶ Sürenin en olası değeri ( $m$ )



# PERT (Süre)

---

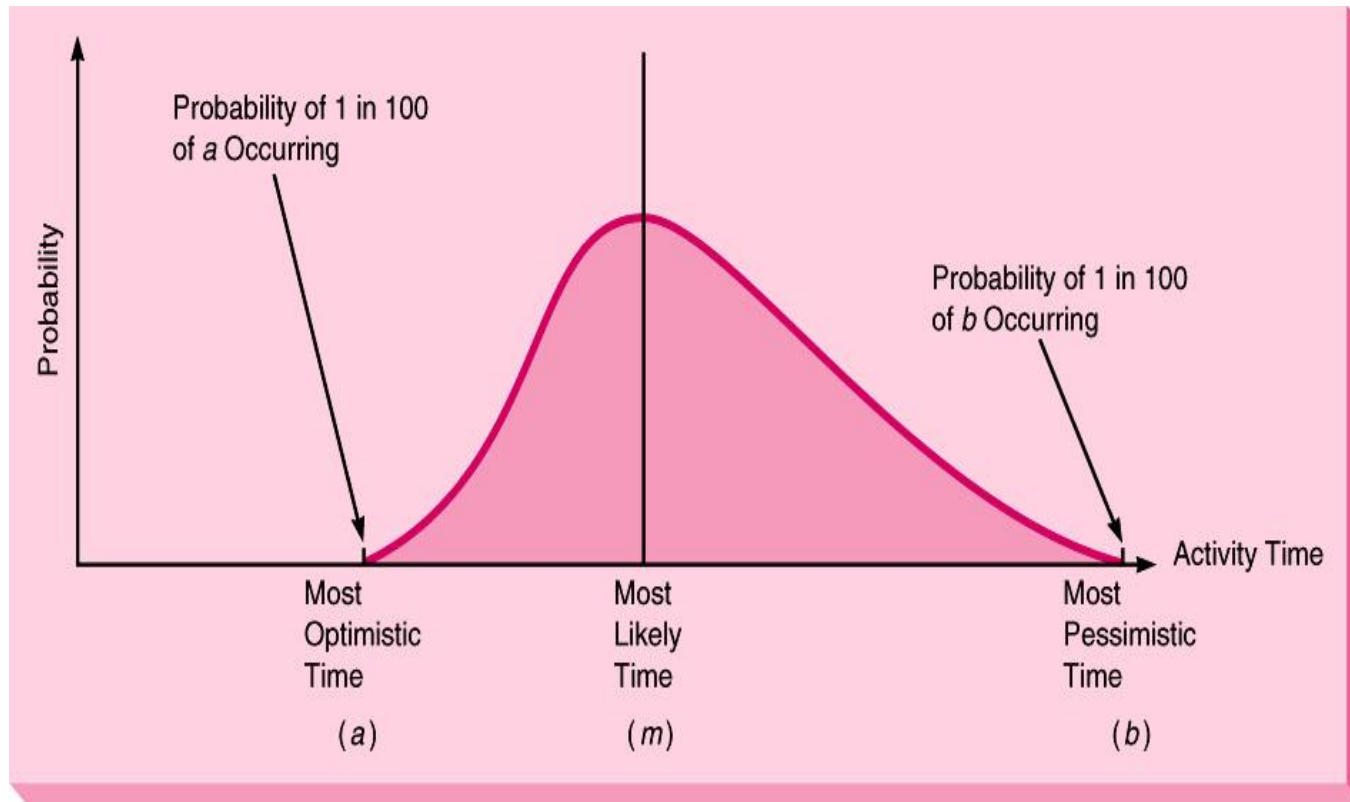
- ▶  $T_{ij}$  :  $(i,j)$  faaliyetinin süresi.
- ▶ PERT  $T_{ij}$  'nin beta dağılımına uyduğunu varsayar.
- ▶ Bu varsayıma göre  $T_{ij}$  'nin ortalaması (beklenen değeri) ve varyansı şu şekilde hesaplanabilir:

$$E(T_{ij}) = (a + 4m + b) / 6$$

$$\text{var } T_{ij} = (b - a)^2 / 36$$



# PERT (Beta Olasılık Dağılımı)



## PERT (yol)

---

- ▶ PERT tüm faaliyetlerin sürelerinin bağımsız olduğunu varsayar.
- ▶ Buna göre herhangi bir yoldaki faaliyetleri tamamlamanın ortalama değeri ve varyansı şu şekilde hesaplanır:

$$\sum_{(i,j) \in yol} E(T_{ij})$$

$$\sum_{(i,j) \in yol} \text{var } T_{ij}$$



# PERT (Kritik yol)

---

- ▶ **CP** : CPM ile bulunan kritik yol üzerindeki faaliyetlerin toplam süresini gösteren rassal değişken
- ▶ PERT, CPM ile elde edilen kritik yolun Merkezi Limit Teoremine göre normal dağıldığını varsayar ve CP'yi şu şekilde hesaplar:

$$CP = \sum_{(i,j) \in \text{kritik yol}} T_{ij}$$



## Örnek: Widgetco (belirsiz faaliyet süreleri)

---

- ▶ Widgetco örneğinde faaliyetler için a, b, m değerleri tablodaki gibi verilmiş olsun.

<b>Faaliyet</b>	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>m</b>
(1,2)	5	13	9
(1,3)	2	10	6
(3,5)	3	13	8
(3,4)	1	13	7
(4,5)	8	12	10
(5,6)	9	15	12

- ▶ Projenin beklenen bitiş zamanını ve varyansını bulunuz.
- 



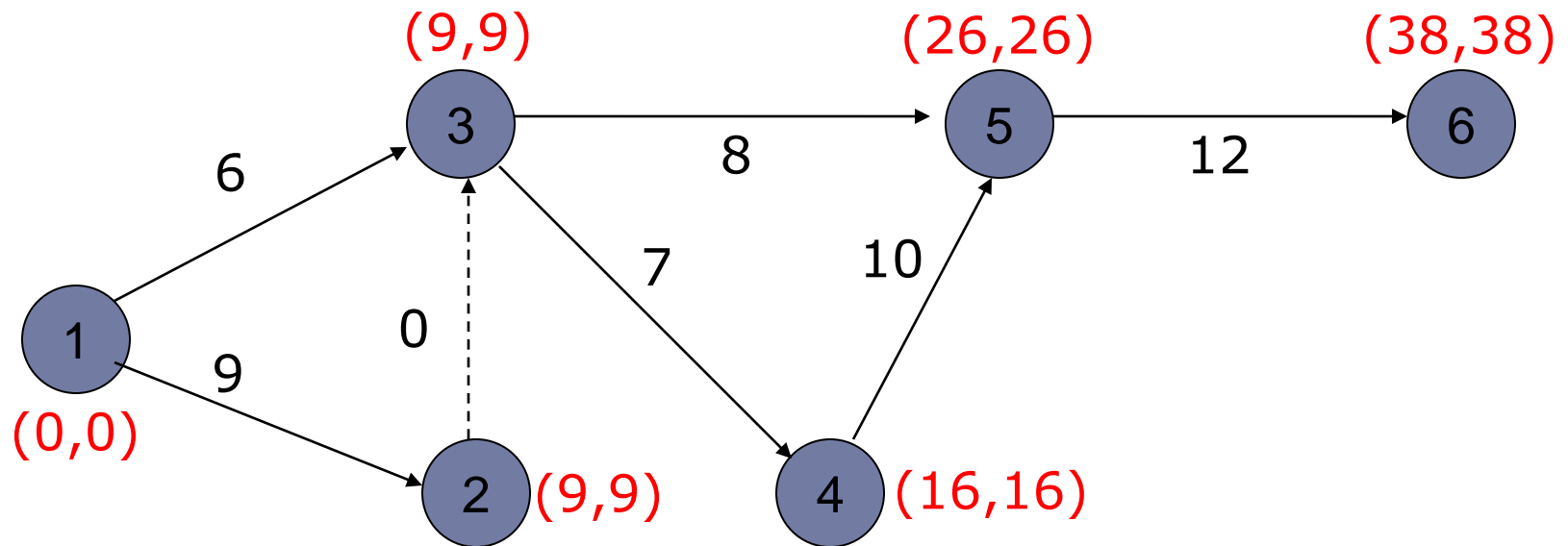
## Örnek: Widgetco (belirsiz faaliyet süreleri)

---

- ▶  $E(T_{12}) = (5+13+9 \times 4)/6 = 9$ ,       $\text{var}T_{12} = (13-5)^2/36 = 1.78$
- ▶  $E(T_{13}) = 6$        $\text{var}T_{13} = 1.78$
- ▶  $E(T_{35}) = 8$        $\text{var}T_{35} = 2.78$
- ▶  $E(T_{34}) = 7$        $\text{var}T_{34} = 4$
- ▶  $E(T_{45}) = 10$        $\text{var}T_{45} = 0.44$
- ▶  $E(T_{56}) = 12$        $\text{var}T_{56} = 1$
- ▶  $E(T_{23}) = 0$        $\text{var}T_{23} = 0$

<b>Faaliyet</b>	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>m</b>
(1,2)	5	13	9
(1,3)	2	10	6
(3,5)	3	13	8
(3,4)	1	13	7
(4,5)	8	12	10
(5,6)	9	15	12

## Örnek: Widgetco (belirsiz faaliyet süreleri)



- ▶ Kritik yol: 1-2-3-4-5-6

$$E(\mathbf{CP}) = 9 + 0 + 7 + 10 + 12 = 38$$

$$\text{var}(\mathbf{CP}) = 1.78 + 0 + 4 + 0.44 + 1 = 7.22$$

$$\text{standart sapma}(\mathbf{CP}) = (7.22)^{1/2} = 2.69$$



## Örnek: CP için olasılık analizi

---

- ▶ Önceki örnekteki projenin 35 gün içerisinde bitme olasılığı nedir?

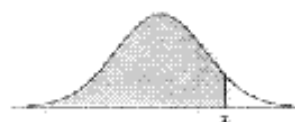
### ÇÖZÜM

- ▶ CP normal dağılıma uyduğu göz önüne alınırsa çözüm Z tablosu yardımı ile bulunabilir.

$$\begin{aligned} P(\mathbf{CP} \leq 35) &= P[(\mathbf{CP} - 38) / 2.69 \leq (35 - 38) / 2.69] \\ &= P(\mathbf{Z} \leq -1.12) = 0.1314 \end{aligned}$$



# Tables of the Normal Distribution

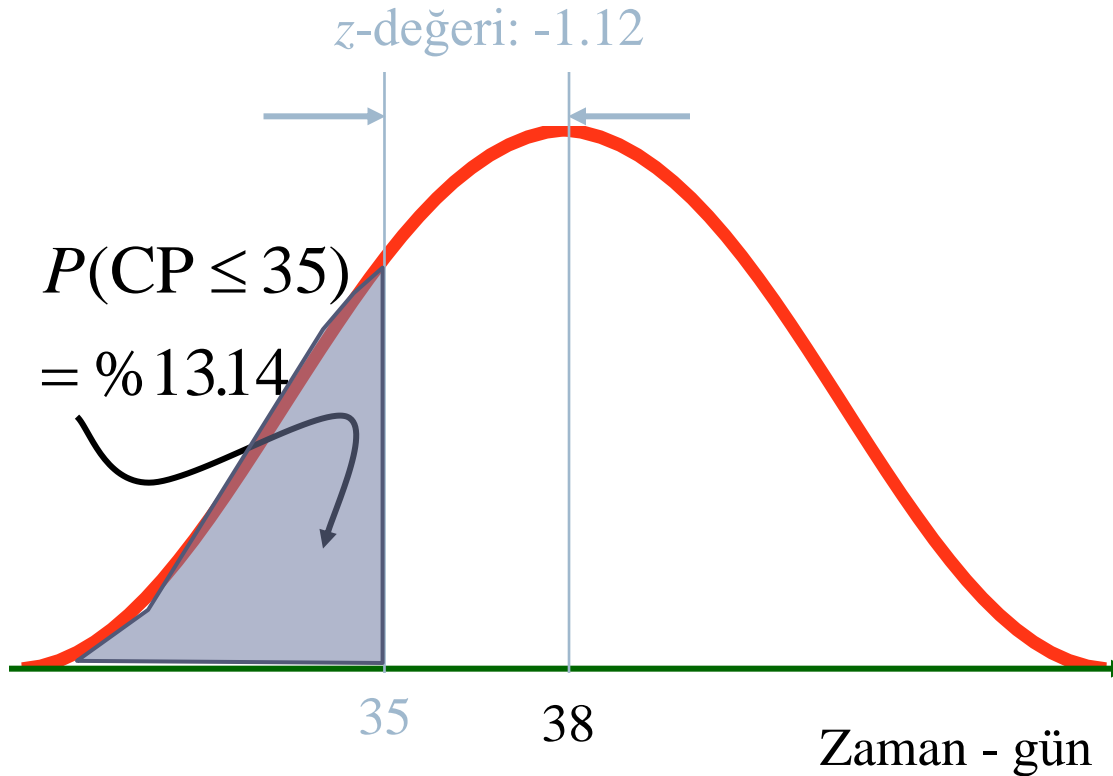


## Probability Content from $-\infty$ to $Z$

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

# Örnek: CP için olasılık analizi

- ▶ Projenin 35 gün içerisinde tamamlanma olasılığı %13.14'tür



# Örnek

---

- ▶ min t6-t1
- ▶ st
- ▶ b12)  $t_2 - t_1 > 4$
- ▶ b13)  $t_3 - t_1 > 7$
- ▶ b24)  $t_4 - t_2 > 6$
- ▶ b35)  $t_5 - t_3 > 5$
- ▶ b45)  $t_5 - t_4 > 4$
- ▶ b46)  $t_6 - t_4 > 8$
- ▶ b56)  $t_6 - t_5 > 10$
- ▶ end

