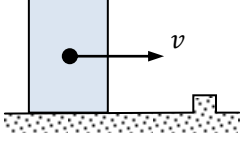


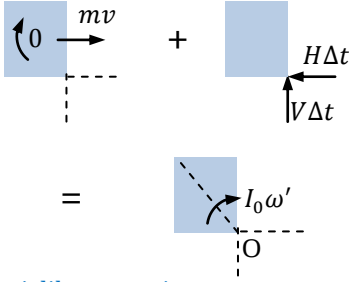
1. Ağırlığı $W = mg$, genişliği $3L$ ve yüksekliği $4L$ olan dikdörtgen şeklindeki homojen blok yatay ve pürüzsüz (sürtünmesiz) yüzey üzerinde v hızı ile kayarken küçük bir çıkıntıya çarpıyor.



a - Tam plastik gerçekleşen çarpışmanın hemen sonrasında bloğun açısal hızı $\omega' = ?$

b - Çarpışma sona erdikten sonra enerji kaybı olmadığını varsayarak bloğun devrilmemesi için çarpışma öncesi hızının alabileceği en büyük değer $v_m = ?$

a - Çarpışma aşaması: Çarpışma tam plastik olduğu için blok çarpışma süresince O etrafında döner.



Eylemsizlik momenti:

$$I_0 = I_G + mr_G^2$$

$$I_G = \frac{m}{12}(b^2 + h^2) \quad r_G^2 = \frac{b^2 + h^2}{2^2}$$

$$I_0 = \frac{m}{3}(b^2 + h^2) = \frac{25}{3}mL^2$$

Çıkıntının bloğa uyguladığından başka dış kuvvet olmadığı için O noktasına göre açısal momentum korunur.

$$\vec{h}_0 = \vec{h}'_0$$

$$mv \frac{h}{2} + I_G 0 = I_0 \omega' \rightarrow \omega' = \frac{2mvL}{I_0} = \frac{6v}{25L}$$

b - Çarpışma sonrası: Çarpışma sonrası enerji kaybı olmadığını varsayıldığına göre enerjinin korunumu söz konusudur.

$$\frac{1}{2}I_0\omega'^2 = \frac{1}{2}I_0\omega'^2$$

$$\frac{Wh}{2} = \frac{Wh'}{2}$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

Bloğun devrilmemesi için ağırlık merkezi O nun ötesine geçmemelidir. Öyleyse aşağıdaki ikinci konumda açısal hız sıfır olmalıdır.

Çarpışmanın hemen sonrasında:

$$T_1 = \frac{1}{2}I_0\omega'^2 = \frac{1}{2} \frac{25}{3}mL^2 \left(\frac{6v}{25L}\right)^2 = \frac{mv^2}{25}$$

$$V_1 = W \frac{h}{2} = 2WL$$

Devrilme noktasında:

$$T_2 = \frac{1}{2}I_0\omega'^2 = 0 \rightarrow \omega' = 0$$

$$V_2 = W \frac{h'}{2} = W \frac{5L}{2}$$

Enerjinin korunumu ilkesinden:

$$\frac{mv^2}{25} + 2WL = 0 + W \frac{5L}{2}$$

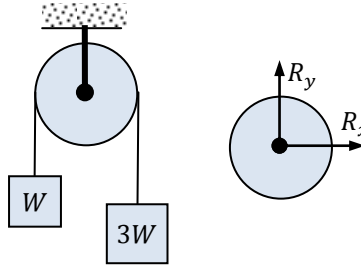
$$v^2 + 50gL = \frac{125}{2}gL$$

$$v^2 \leq \frac{25}{2}gL \rightarrow v_m^2 = \frac{25}{2}gL$$

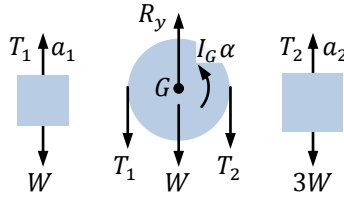
2. Yerçekimi kuvveti ile hareket eden sistemde ip kaymaksızın makarayı yuvarlarken, yarıçapı r olan makara pime sürtünmesiz bağlıdır. Makaranın atalet momenti $I_G = Wr^2/2g$ olduğuna göre:

a - Makaranın açısal ivmesi $\alpha = ?$

b - Makaranın bağ kuvveti $\vec{R} = ?$



Serbest cisim diyagramı



$$I_G = \frac{Wr^2}{2g} = \frac{mr^2}{2}$$

a - Makaranın açısal ivmesi: Kinematik bağıntı: T_2 nin makaraya teğet olduğu noktanın ivmesi: $a = ar$

W nin serbest cisim diyagramından:

$$T_1 - W = ma_1 = -ma, \quad a_1 = -a$$

$3W$ 'nin serbest cisim diyagramından:

$$T_2 - 3W = 3ma_2 = 3ma, \quad a_2 = a$$

Makaranın serbest cisim diyagramından:

$$M_G = I_G \alpha \rightarrow (T_1 - T_2)r = \frac{mr^2}{2} \alpha$$

Dört denklemin ortak çözümünden:

$$a = -\frac{4}{9}g \quad T_1 = \frac{13}{9}W \quad T_2 = \frac{5}{3}W$$

$$\alpha = -\frac{4g}{9r}$$

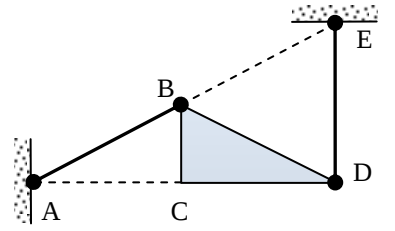
b - Makaranın bağ kuvveti : Makara öteleme hareketi yapmadığına göre $\vec{a}_G = 0$.

Serbest cisim diyagramından,

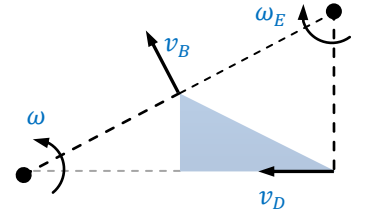
$$R_x + 0 + 0 = 0 \rightarrow R_x = 0$$

$$R_y - T_1 - T_2 - W = 0 \rightarrow R_y = \frac{37}{9}W$$

3. $AD = 8L$ ve $DE = 6L$ olup B ve C orta noktalarıdır. AB çubuğu A etrafında sabit ω açısal hızıyla döndüğüne göre şekilde görülen anda C noktasının hızı $\vec{v} = ?$ BCD dik üçgen levhadır.



$v_B \perp AB$ ve $v_D \perp DE$ dir. AB ve DE doğrultularının kesiştiği E levhanın ani dönme merkezidir.



$$v_B = \omega 5L = \omega_E 5L \rightarrow \omega_E = \omega$$

$$\vec{v}_C = \vec{\omega}_E \times \vec{r}_C = -\omega \vec{k} \times (-4\vec{i} - 6\vec{j})L$$

$$\vec{v}_C = -6\omega L \vec{i} + 4\omega L \vec{j}$$

