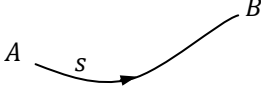


1. Uzunluğu 25 m olan AB yörüngesinde hareket eden parçacığın A'daki hızı 20 m/s ve B'deki hızı 10 m/s dir. Parçacığın hızı, A'dan itibaren katettiği yol s ile doğru orantılı değişmektedir. Parçacığın A'daki toplam ivmesi 16 m/s^2 olduğuna göre yörüngenin A'daki eğrilik yarıçapı ρ kaç metredir?



Hız konum ile doğrusal değiştiğine göre:

$$v = c_1 + c_2 s$$

$$A \text{ konumunda } s = 0$$

$$v = c_1 = 20$$

$$B \text{ konumunda } s = 25$$

$$v = 20 + 25c_2 = 10 \rightarrow c_2 = -2/5$$

Hız-konum bağıntısı

$$v = 20 - 2s/5$$

İvmenin teğetsel bileşeni-konum bağıntısı:

$$a_t = v \frac{dv}{ds} = \left(20 - \frac{2s}{5}\right) \left(-\frac{2}{5}\right)$$

$$A \text{ konumunda } s = 0 \rightarrow a_t = -8$$

İvmenin normal bileşeni:

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

$$A \text{ konumunda } s = 0 \rightarrow a_n = 400/\rho$$

Doğal koordinatlarda bileşenler cinsinden toplam ivme:

$$a^2 = a_n^2 + a_t^2$$

$$A \text{ konumunda toplam ivme } a = 16$$

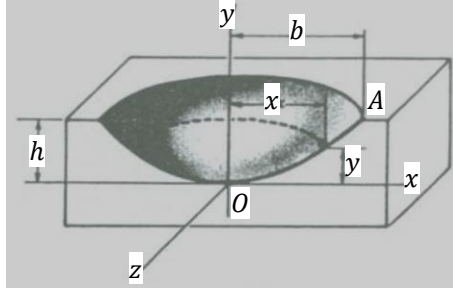
olduğuna göre:

$$16^2 = \left(\frac{20^2}{\rho}\right)^2 + (-8)^2$$

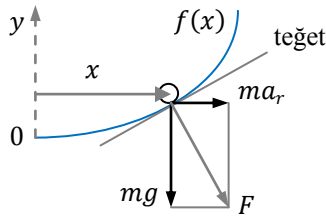
$$\left(\frac{20^2}{\rho}\right)^2 = 16^2 - 8^2 = 8^2 \cdot 3$$

$$\rho^2 = \frac{(20^2)^2}{8^2 \cdot 3} = 100 \frac{25}{3} \rightarrow \rho = \frac{50}{\sqrt{3}} = 28.87$$

2. Küçük bir top, şekilde görülen kabın içerisinde yatay bir çember boyunca v_0 hızı ile dönmektedir. Kabın iç yüzü, xy düzleminde olan OA eğrisinin y eksenine etrafında dönmelerinden oluşan dönele bir yüzeydir. v_0 hızının topun y eksenine olan x uzaklığı ile orantılı olması istenirse OA eğrisinin gerekli $y = f(x)$ denklemi b ve h cinsinden ne olmalıdır?



Çembersel yörüngede hareket halinde ivmenin çembere teğet bileşeni sıfırdır. Ancak radyal bileşen $a_r = v_0^2/x$ dir. Topun hızının y eksenine olan x uzaklığı ile orantılı olması istendiğine göre, $v_0 = c_1 x$ ve $a_r = c_1^2 x$ dir.



xy düzleminde iken bileşke ivmenin doğrultusu, $f(x)$ eğrisinin teğetine dik olmalı ki $a_t = 0$ olabilsin. Aksi halde top, teğet doğrultuda $F_t = ma_t$ bağıntısı ile hareket eder.

$y = f(x)$ eğrisinin teğetinin eğimi

$$\frac{dy}{dx} = \frac{ma_r}{mg} = \frac{a_r}{g} = \frac{c_1^2}{g} x$$

olacağına göre eğrinin ifadesi:

$$y = \frac{c_1^2}{2g} x^2 + c_2$$

Verilen şekilde:

$$x = 0 \text{ konumunda } y = 0 \rightarrow$$

$$y = c_2 = 0$$

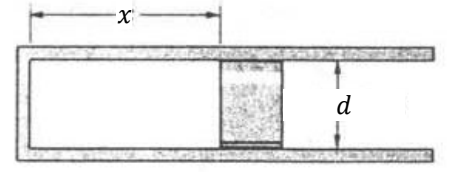
$$x = b \text{ konumunda } y = h \rightarrow$$

$$h = \frac{c_1^2}{2g} b^2 \rightarrow c_1^2 = \frac{2gh}{b^2}$$

Sonuç:

$$y = \frac{h}{b^2} x^2 = h \left(\frac{x}{b}\right)^2$$

3. Çapı d olan bir piston, bir silindir içerisinde sürtünmesiz olarak kayıyor. Pistonun konumu $x = L$ uzakta olduğu anda silindir içindeki basınç atmosfer basıncına (p_a) eşittir. Basınç hacim ile ters orantılı olarak değişirse piston $x = L/2$ uzaklığına yaklaştırılana kadar yapılan iş p_a, L ve d cinsinden ne olur?



A pistonun hava ile temas eden alanı olmak üzere, silindir içi hacim $V = Ax$ olur.

Basıncın hacim ile ters orantılı değiştiği söylendiğine göre:

$$p = \frac{c_1}{V} = \frac{c_1}{Ax}$$

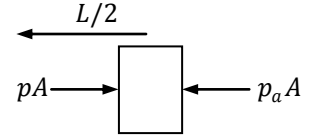
Piston $x = L$ konumunda iken $p = p_a$ olduğu belirtildiğine göre:

$$p_a = \frac{c_1}{AL} \rightarrow c_1 = p_a AL$$

Bu değer basınç ifadesinde yerine konursa:

$$p = p_a \frac{L}{x}$$

Pistona etkiyen kuvvetler:



$x_1 = L$ den $x_2 = L/2$ ye yaklaşırken $p_a A$ kuvvetinin iş $U_{1 \rightarrow 2} = +p_a AL/2$

$x_1 = L$ den $x_2 = L/2$ ye yaklaşırken pA kuvvetinin iş:

$$U_{1 \rightarrow 2} = - \int_{L/2}^L pA dx$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = -p_a AL \int_{L/2}^L \frac{dx}{x} = -p_a AL \ln 2$$

Toplam iş:

$$U_{1 \rightarrow 2} = p_a AL/2 - p_a AL \ln 2$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = p_a AL \left(\frac{1}{2} - \ln 2\right)$$