

1. Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın ivme, hız ve konum arasındaki bağıntısı $a = -k(s/v)^2$ şeklinde veriliyor. $s = 0$ konumunda $v = 2$ ve $s = 3$ konumunda $v = 0$ olduğuna göre $k = ?$

- a) 1/3 b) 3 c) 4/9 d) 9 e) 0

$$a = v \frac{dv}{ds} = -k \left(\frac{s}{v} \right)^2$$

$$\frac{dv}{ds} = -\frac{ks^2}{v^3}$$

$$-k \int s^2 ds = \int v^3 dv$$

$$-\frac{k}{3} s^3 = \frac{v^4}{4} + c$$

$$s = 0 \text{ konumunda } v = 2:$$

$$\rightarrow 0 = 4 + c \rightarrow c = -4$$

$$s = 3 \text{ konumunda } v = 0:$$

$$\rightarrow k = \frac{4}{9}$$

2. Bir maddesel nokta düzlemde bir yörünge üzerinde hareket etmektedir. Yörünge dik koordinatlarda $y = R \cos^2 x$ ve $v_x = c$ sabit olduğuna göre $x = \pi/3$ de $v_y = ?$ $R = sbt$.

- a) c/R b) R/c c) cR
d) $-cR$ e) hiçbir

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} (R \cos^2 x)$$

$$v_y = -2R \cos x \sin x \frac{dx}{dt}$$

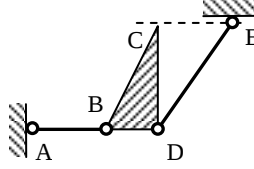
$$v_y = -2cR \cos x \sin x$$

$$v_y = -2cR \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{3}$$

$$v_y = -\frac{\sqrt{3}}{2} cR$$

3. Hangi nokta BCD levhasının ani dönme merkezidir?

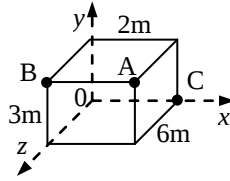
- a) A b) B
c) C d) D
e) E



$\vec{v}_B \perp AB$ ve $\vec{v}_D \perp DE$ olduğundan AB ve DE doğrultularının kesişme noktası D ani dönme merkezi olur.

4. Şekilde görülen rijit cisim, O A doğrultusundaki birim vektör $\vec{\lambda}$ olmak üzere sabit $\vec{\omega} = 7\vec{\lambda}$ rad/s açısal hızı ile dönüyor. B ve C noktalarının hızları toplamı $\vec{v}_B + \vec{v}_C = ?$

- a) $42\sqrt{13}$
b) $42\sqrt{10}$
c) 42
d) 21
e) 0



$$\vec{\lambda}_{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$$

$$\lambda_{OA}^2 = 4 + 9 + 36 = 49 \rightarrow \lambda_{OA} = 7$$

$$\vec{\lambda} = \frac{2}{7}\vec{i} + \frac{3}{7}\vec{j} + \frac{6}{7}\vec{k}$$

$$\vec{\omega} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$$

$$B\text{'nin konumu: } \vec{r}_B = 3\vec{j} + 6\vec{k}$$

$$C\text{'nin konumu: } \vec{r}_C = 2\vec{i}$$

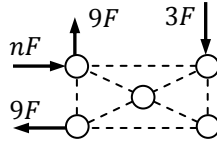
$$\vec{v}_B = \vec{\omega} \times (\vec{r}_B + \vec{r}_C) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & 6 \\ 2 & 3 & 6 \end{vmatrix} = \vec{0}$$

Kısa çözüm:

$$\vec{\omega} \parallel (\vec{r}_B + \vec{r}_C) \rightarrow \vec{\omega} \times (\vec{r}_B + \vec{r}_C) = \vec{0}$$

5. Kütleleri toplamı m olan maddesel noktalar katsayısı k olan orantılı yaylar ile bağlıdır. $F = mg$ ve sistemin kütle merkezinin ivmesi $a_G = 10g$ olduğuna göre $n = ?$

- a) Bilinemez
b) 2
c) 1
d) 1/2
e) hiçbir



d'Alembert ilkesine göre:

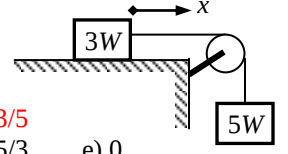
$$\sum \vec{F}_{dış} = \sum \vec{F}_{ef} = (\sum m) \vec{a}_G$$

$$\sqrt{6^2 + (9-n)^2} F = m10g$$

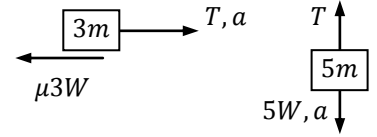
$$36 + (9-n)^2 = 100 \rightarrow n = 1$$

6. Yerçekimi kuvveti ile hareket etmekte olan sistemde yatay düzlem ile blok arasındaki sürtünme katsayısı μ ve makara ile ip sürtünmesizdir. İpteki kuvvet T ve $T/W = 3$ olduğuna göre $\mu = ?$

- a) 7/5 b) 3/5
c) 5/7 d) 5/3 e) 0



d'Alembert ilkesine göre:



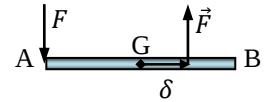
İlk serbest cisim diyagramından:
 $T - 3\mu W = 3ma$

İkinci serbest cisim diyagramından:
 $5W - T = 5ma$

Ortak çözüm:

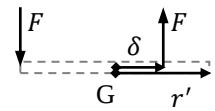
$$\frac{T}{W} = (1 + \mu) \frac{15}{8} = 3 \rightarrow \mu = \frac{3}{5}$$

7. Kütlesi m ve uzunluğu L olan çubuğun açısal hızı $\omega = 0$ olduğu anda şekildeki kuvvetler etkimektedir. $\delta = L/4$ olduğuna göre çubuğun B ucunda ivme $\vec{a}_B = ?$ $I_G = mL^2/12$.



- a) $9\vec{F}/2m$ b) $-9\vec{F}/2m$ c) $\vec{F}/2m$
d) $F\vec{i}/9m$ e) 0

Kinetik:



$$\sum \vec{F}_{dış} = 0 \rightarrow \vec{a}_G = 0$$

$$\sum \vec{M}_G^{dış} = I_G \vec{\alpha}$$

$$\left(\delta + \frac{L}{2} \right) F = I_G \alpha$$

$$\rightarrow \alpha = \left(\delta + \frac{L}{2} \right) \frac{F}{I_G}$$

Kinematik:

$$\vec{a} = \vec{a}_G + \vec{\alpha} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$$

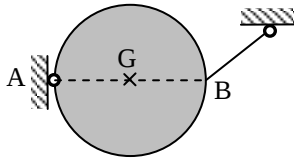
Açısal hız $\omega = 0$ olduğuna göre

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}' = \alpha r' \vec{k} \times \vec{i}$$

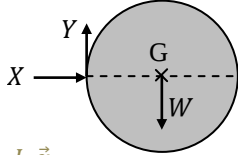
$$\vec{a} = \left(\delta + \frac{L}{2} \right) \frac{F}{I_G} r' \vec{j} = \frac{3L}{4} \frac{12F}{mL^2} r' \vec{j} = \frac{9}{2m} \vec{F}$$

8. Yarıçapı r , ağırlığı W olan homojen dairesel levha A'da mafsalsal, B'de ip ile bağlıdır. İp kesildikten hemen sonra A ucundaki mesnet (bağ) kuvveti $\vec{F}_A$ ile gösterilirse $\vec{F}_A/W = ?$ $I_G = mr^2/2$.

- a) 0
b) $\sqrt{3}/3$
c) $3\sqrt{3}$
d) $5\sqrt{3}$
e) hiçbirisi



Kinetik:



$$\sum \vec{M}_A^{dis} = I_A \vec{\alpha}$$

$$I_A = I_G + mr^2 = \frac{W}{g} \left(\frac{r^2}{2} + r^2 \right) = \frac{3W}{2g} r^2$$

$$-rW = \frac{3W}{2g} r^2 \alpha \rightarrow \alpha = -\frac{2g}{3r}$$

Kinematik:

$$\vec{a}_G = \vec{\alpha} \times \vec{r}_G = -\frac{2g}{3r} r \vec{k} \times \vec{i} = -\frac{2g}{3} \vec{j}$$

Kinetik:

$$\sum \vec{F}_{dis} = m \vec{a}_G$$

$$X\vec{i} + (Y - W)\vec{j} = -\frac{W}{g} \frac{2g}{3} \vec{j}$$

$$X = 0$$

$$Y - W = -\frac{2W}{3} \rightarrow Y = \frac{W}{3}$$

9. $F \neq 0$ olmak üzere, $\vec{F}$ kuvveti konservatif ise hangisi doğrudur?

$$\vec{F} = (x + Ay + z)\vec{i} + (Bx + y + z)\vec{j} + (x + y + z)\vec{k}$$

- a) $A \neq 0, B = 0$
b) $A/B = A - B$
c) $A/B = A + B$
d) $A = B$
e) $A = -B$

Kuvvetin konservatif olma koşulu:

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_j} = \frac{\partial F_j}{\partial x_i}$$

$$F_x = x + Ay + z$$

$$F_y = Bx + y + z$$

$$F_z = x + y + z$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x} \rightarrow A = B$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial x} \rightarrow 1 = 1$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial y} \rightarrow 1 = 1$$

10. Eğimsiz ve düz yolda $v > 0$ hızı ile hareket eden bir otomobile etkiyen direnç kuvvetleri toplamı $f = b + av$ ve motor gücü $G = 8b^2/4a\eta$ olursa bu otomobilin hızı $v = ?$ η , verim katsayısı, $a > 0$ ve $b > 0$ sabitlerdir.

- a) b/a b) $b/2a$ c) a/b
d) ab e) $a - b$

$$\eta G \geq f v = b v + a v^2 \rightarrow$$

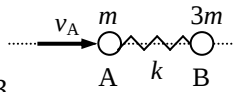
$$a v^2 + b v - \eta G = 0$$

$$v_{1,2} = \frac{-b \pm (b^2 + 4a\eta G)^{1/2}}{2a} \rightarrow v = \frac{b}{a}$$

11. A ve B maddesel noktalarının hızları $t = 0$ anında sırasıyla $v_A = v$ ve $v_B = 0$ olup yay kuvveti sıfırdır. Kütlesi olmayan bu elastik yayın boy değişiminin en büyük değeri δ ise $(\delta p/v)^2 = ?$

$$f_{max} = k\delta, \quad p^2 = k/m$$

- a) 0
b) $1/3$ c) $4/3$
d) $1/4$ e) $3/4$



Maddesel noktalar sisteminin kinetik enerjisi:

$$T = T_G + T' = \frac{1}{2} (\sum m) v_G^2 + \frac{1}{2} \sum m v'^2$$

Kütle merkezinin hızı:

$$\sum m v = (\sum m) v_G$$

$$4m v_G = m v + 0$$

$$v_G = \frac{v}{4} = s b t \rightarrow T_G = s b t$$

Kinematik:

$$v'_A = v_A - v_G \rightarrow v'_A = v - \frac{v}{4} = \frac{3v}{4}$$

$$v'_B = v_B - v_G \rightarrow v'_B = -\frac{v}{4}$$

Enerjinin korunumu:

$$(T_G + T'_1) + V_1 = (T_G + T'_2) + V_2$$

ya da

$$T'_1 + V_1 = T'_2 + V_2$$

Verilenlerden (yay kuvveti sıfır):

$$V_1 = 0$$

Yay potansiyel enerjisi en büyük değeri alabilmesi için kinetik enerji sıfır olmalıdır:

$$T'_2 = 0$$

Sonuç olarak enerjinin korunumu:

$$T'_1 + 0 = 0 + V_2$$

ya da

$$T'_1 = V_2$$

Buradan:

$$\frac{1}{2} m v_A'^2 + \frac{1}{2} 3m v_B'^2 = \frac{1}{2} k \delta^2$$

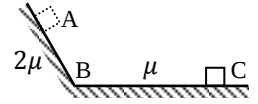
$$\frac{1}{2} m \left(\frac{3v}{4} \right)^2 + \frac{1}{2} 3m \left(-\frac{v}{4} \right)^2 = \frac{1}{2} k \delta^2$$

$$\frac{3}{4} v^2 = \frac{k}{m} \delta^2 \rightarrow \left(\frac{\delta p}{v} \right)^2 = \frac{3}{4}$$

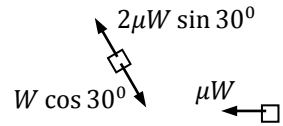
H: Titreşim konusundan $v_{max} = p x_{max}$ bağıntısını hatırlayınız.

12. Sürtünme katsayısı μ , B-C aralığı yatay, $AB = BC$ ve $\widehat{ABC} = 120^\circ$ dir. Durağan halde iken A'dan serbest bırakılan blok C'de durduğuna göre sürtünme katsayısı $\mu = ?$

- a) $4/\sqrt{3}$ b) 2
c) $\sqrt{3}/4$ d) 3
e) 0



İş-Enerji:

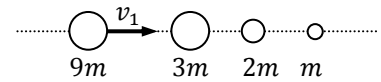


$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2$$

$$0 + (\cos 30^\circ - 2\mu \sin 30^\circ - \mu) W L = 0$$

$$\cos 30^\circ - 2\mu = 0 \rightarrow \mu = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

13. Sürtünmesiz yatay düzlemde bir doğru üzerindeki misketlerden ilkinin hızı v_1 iken diğerleri durağan halledir. İlk çarpışmanın katsayısı $e = 1$, diğerleri $e = 0$ ve son misketin çarpışma sonrası hızı v'_4 , olduğuna göre $v_1/v'_4 = ?$



- a) 0 b) $4/3$ c) $3/2$ d) $3/4$ e) $1/3$

İlk çarpışma :

Momentumun korunumu:

$$9m v_1 + 0 = 9m v'_1 + 3m v'_2$$

$$(1) \rightarrow 3v_1 = 3v'_1 + v'_2$$

Çarpışma katsayısı :

$$e = \frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - 0} = 1$$

$$(2) \rightarrow v_1 = -v'_1 + v'_2$$

İkincinin 3 katı ile birinci toplanırsa:

$$3v_1 = 2v'_2$$

Diğer çarpışmalar:

Tam plastik $e = 0$ olduğu için 3 misket çarpışmalar sonrasında eşit hıza sahip olurlar. Momentumun korunumu:

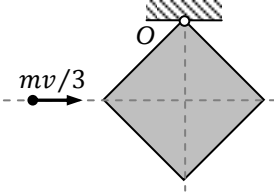
$$3m v'_2 = (3 + 2 + 1) m v'_4$$

Sonuç olarak:

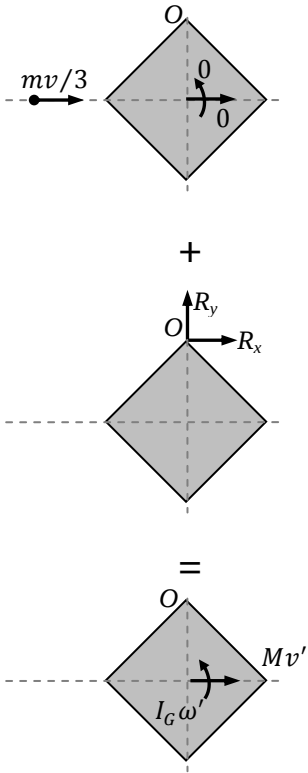
$$\frac{v'_2}{v'_4} = 2 \rightarrow \frac{v_1}{v'_4} = \frac{4}{3}$$

14. Kenar uzunluğu $\sqrt{2}L$ ve kütlesi M olan kare şekilli homojen levha ile kütlesi m olan parçacığın çarpışması tam plastiktir. Parçacığın çarpışma sonrası momentumu göz ardı edilirse, çarpışma sona erdiğinde levhanın açısal hızı $\omega' = ?$
H: $I_G = ML^2/6$

- a) $3mv/4ML$
b) $mv/4ML$
c) $mv/3ML$
d) ML/mv
e) hiçbirisi.



Açısal momentumun korunumu



O noktasının kütle merkezine uzaklığı: L

Açısal İmpuls-momentum:

$$\frac{mv}{3}L = I_0\omega' \rightarrow \omega' = \frac{mvL}{3I_0}$$

H: $I_G = ML^2/6$ dikkate alınırsa

O noktasına göre atalet momenti:

$$I_O = \frac{ML^2}{6} + ML^2 = \frac{7}{6}ML^2$$

$$\rightarrow \omega' = \frac{2mvL}{7ML}$$

Homojen levhanın kütle merkezine göre atalet momenti:

$$I_G = \frac{M}{12}(a^2 + b^2) = \frac{ML^2}{3}$$

$$I_O = \frac{ML^2}{3} + ML^2 = \frac{4}{3}ML^2 \rightarrow \omega' = \frac{mv}{4ML}$$

15. Hangisi doğru?

- a) Bir levhanın ani dönme merkezi herhangi iki noktasının hız vektörlerinin kesiştiği noktadır.
b) Dış kuvvet takımı ile efektif kuvvet takımı bazen denktir.
c) Sürtünme kuvveti konservatiftir.
d) Merkezsel kuvvet etkisinde hareket eden bir maddesel noktanın açısal momentumu sabittir.
e) Dış kuvvetlerin etkilemediği bir maddesel noktalar sisteminde iç kuvvetlerin bir kısmı konservatif olmasın. Başlangıçta göreceli hareket eden bu maddesel noktalar, göreceli hareketlerini sonsuza değin sürdürebilirler.