

1. $a = -ksv$ ivmesi ile doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın $s = 0$ konumunda iken hızı $v = 1$ olup $s = 1$ iken $v = 5$ olduğuna göre $k = ?$

$$a = v \frac{dv}{ds} = -ksv$$

$$\frac{dv}{ds} = -ks \rightarrow \int s ds = -\frac{1}{k} \int dv$$

$$\frac{1}{2}s^2 = -\frac{1}{k}(v + c)$$

$$s = 0 \text{ konumunda } v = 1 \rightarrow c = -1$$

$$\frac{1}{2}s^2 = -\frac{1}{k}(v - 1)$$

$$s = 1 \text{ konumunda } v = 5 \rightarrow k = -8$$

2. $v = 2ts$ hızı ile doğrusal hareket eden bir maddesel noktanın $t = 0$ anında konumu $s = 1$ olduğuna göre $s(t) = ?$
 $\ln e = 1.$

$$v = \frac{ds}{dt} = kts$$

$$\frac{ds}{s} = ktdt$$

$$\int \frac{ds}{s} = k \int t dt$$

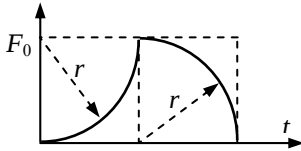
$$\ln s = \frac{k}{2}t^2 + c$$

$$t = 0 \text{ anında } s = 1 \rightarrow c = 0$$

$$\ln s = t^2 \rightarrow s = e^{t^2}$$

3. Çarpışan iki cisim arasındaki etki-tepki kuvveti zamanla şekilde verildiği gibi değişebilir mi? Değişebilirse çarpışma katsayısı $e = ?$

değişmez



$e = R/P \leq 1$ olmalıdır. Grafikten $e > 1$.

4. Bir maddesel nokta $y = x^2$ parabolü üzerinde $\vec{v}$ hızı ile hareket etmektedir. $dc/dt = 0$ ve $v_x = c$ ise maddesel noktanın ivmesi $\vec{a} = ?$

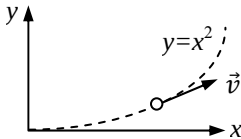
a) 0

b) $2c^2\vec{i}$

c) $2c^2\vec{j}$

d) $c^2\vec{j}$

e) $c\vec{j}$



$$\vec{r} = x\vec{i} + x^2\vec{j}$$

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + 2x\dot{x}\vec{j} \rightarrow v_x = \dot{x} = c$$

$$\vec{a} = 2\dot{x}\vec{j} \rightarrow \vec{a} = 2c^2\vec{j}$$

5. Kütlesi m ve uzunluğu L olan çubuğun açısal hızı $\omega = 0$ olduğu anda F kuvveti etkilimaktadır. Çubuk üzerinde ivmesi $a = 0$ olan noktanın konumu $x = ?$
 $I_G = mL^2/12.$



D'Alembert:

$$F = ma_G \rightarrow a_G = \frac{F}{m}$$

$$\frac{FL}{2} = I\alpha \rightarrow \alpha = \frac{6F}{mL}$$

Kinematik:

$$\vec{a} = \vec{a}_G + \vec{a} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$$

Açısal hız $\omega = 0$ olduğuna göre

$$a = a_G + \alpha r' \uparrow$$

$$0 = \frac{F}{m} + \frac{6F}{mL} r' \uparrow$$

$$r' = -\frac{L}{6}$$

$$x = \frac{L}{2} + r' \rightarrow x = \frac{L}{3}$$

6. $\vec{F} = Ayz\vec{i} + Bxz\vec{j} + Cxy\vec{k}$ kuvveti konservatif ise sabitler ne olmalıdır?

Kuvvetin konservatif olma koşulu:

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_j} = \frac{\partial F_j}{\partial x_i}$$

$$F_x = Ayz, F_y = Bxz, F_z = Cxy$$

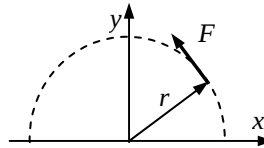
$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x} \rightarrow Az = Bz \rightarrow A = B$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial x} \rightarrow Ay = Cy \rightarrow A = C$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial y} \rightarrow Bx = Cx \rightarrow B = C$$

$$\rightarrow A = B = C \neq 0$$

7. Kuvvetin doğrultusu r yarıçaplı çembere teğet olup şiddeti $F = c^2 - r^2$ dir. $c^2 > 0$ olduğuna göre yarı çember üzerinde yapılan işin maksimum olması için $(r/c)^2 = ?$

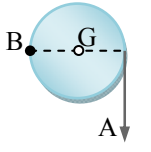


$$U_{0 \rightarrow \pi} = \pi r(c^2 - r^2)$$

$$\frac{d}{dr} U_{0 \rightarrow \pi} = \pi(c^2 - 3r^2) = 0$$

$$\rightarrow \left(\frac{r}{c}\right)^2 = \frac{1}{3}$$

8. G etrafında döneabilen ve yarıçapı $r = 3$ m olan makaraya sarılı ipin A ucu $a_A = 4 \text{ m/s}^2$ sabit ivme ile çekiliyor. $t = 0$ anında B noktasının toplam ivmesi $a_B = 5 \text{ m/s}^2$ olduğuna göre $v_B = ?$



$$a_B^2 = a_t^2 + a_n^2 = a_t^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2$$

$$5^2 = 4^2 + \left(\frac{v^2}{3}\right)^2 \rightarrow v_B = 3$$

9. Önceki soruda makaranın kütlesi $m = 500 \text{ kg}$ ve atalet momenti $I_G = mr^2/4$ olduğuna göre A ucuna uygulanan kuvvet T_A kaç kN dur.

D'Alembert:

$$T_A r = I_G \alpha \rightarrow T_A = \frac{mr}{4} \alpha = \frac{500 \times 3}{4} \alpha$$

Kinematik:

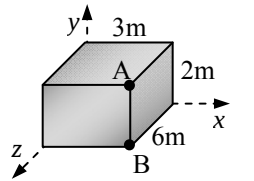
$$a_A = \alpha r \rightarrow \alpha = \frac{4}{3} \text{ rad/s}^2$$

$$T_A = \frac{1500}{4} \frac{4}{3} = 500 \text{ N} = \frac{1}{2} \text{ kN}$$

10. D'Alembert ilkesi der ki:

Dış kuvvetlerden oluşan takım, efektif kuvvetlere denktir.

11. Şekilde görülen rijit cisim, OA doğrultusundaki birim vektör $\vec{e}_{OA}$ olmak üzere sabit $\vec{\omega} = 7\vec{e}_{OA}$ rad/s açısal hızı ile dönüyor. B noktasının ivmesi $a_B = ?$



$$\vec{e}_{OA} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$$

$$E_{OA}^2 = 9 + 4 + 36 = 49 \rightarrow E_{OA} = 7$$

$$\vec{e}_{OA} = \frac{3}{7}\vec{i} + \frac{2}{7}\vec{j} + \frac{6}{7}\vec{k}$$

$$\vec{\omega} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$$

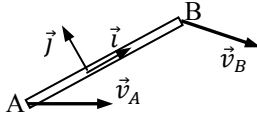
$$\vec{r} = 3\vec{i} + 0\vec{j} + 6\vec{k}$$

$$\vec{v}_B = \vec{\omega} \times \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 2 & 6 \\ 3 & 0 & 6 \end{vmatrix}$$

$$\vec{v} = 12\vec{i} + 0\vec{j} - 6\vec{k} \rightarrow v_B = 6\sqrt{5} \text{ m/s}$$

$$a_B = \omega v_B = 7 \times 6\sqrt{5} = 42\sqrt{5} \text{ m/s}^2$$

12. Uzunluğu L olan rijit çubuğun B ucunun hızı $\vec{v}_B$ bilindiğine göre A noktasının mümkün olan en küçük hızı *genel olarak* hangisi ile ifade edilebilir?



$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega} \times \vec{r}_{BA}$
 $\vec{v}_B$ vektörünü $\vec{i}$ ve $\vec{j}$ doğrultularında bileşenlerine ayırılım:

$$\vec{v}_A = (\vec{i} \cdot \vec{v}_B)\vec{i} + (\vec{j} \cdot \vec{v}_B)\vec{j} + \omega \vec{k} \times (-L\vec{i})$$

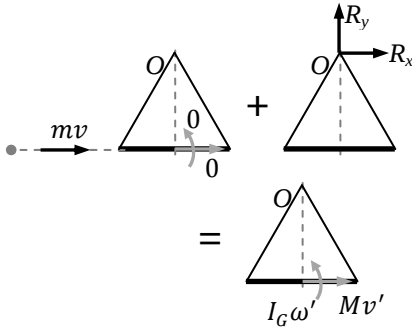
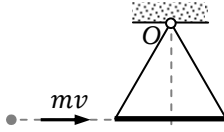
$$\vec{v}_A = (\vec{i} \cdot \vec{v}_B)\vec{i} + (\vec{j} \cdot \vec{v}_B)\vec{j} - \omega L\vec{j}$$

$$\vec{v}_A = (\vec{i} \cdot \vec{v}_B)\vec{i} + (\vec{j} \cdot \vec{v}_B - \omega L)\vec{j}$$

$$v_A^2 = (\vec{i} \cdot \vec{v}_B)^2 + (\vec{j} \cdot \vec{v}_B - \omega L)^2$$

$(\vec{j} \cdot \vec{v}_B - \omega L)^2 = 0$ olduğunda v_A^2 minimum olur. Dolayısıyla:
 $(v_A)_{min} = \vec{i} \cdot \vec{v}_B$ bulunur.

13. Şekildeki sistemde yatay çubuğun kütlesi M , diğerlerininki sıfırdır. Eşkenar üçgenin kenar uzunluğu $\sqrt{3}L$ dir. Parçacığın çarpışma sonrası momentumu göz ardı edilirse, tam plastik çarpışma sona erdiğinde açısal hız $\omega' = ?$
H: $I = ML^2/12$



O noktasının yatay çubuğun kütle merkezine uzaklığı:

$$b = \frac{3}{2}L$$

O noktasına göre atalet momenti:

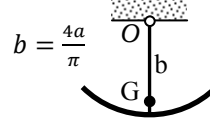
$$I_O = \frac{M(\sqrt{3}L)^2}{12} + M\left(\frac{3L}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}ML^2$$

Açısal İmpuls-momentum:

$$mvb = I_O\omega' \rightarrow \omega' = \frac{mvb}{I_O}$$

$$\omega' = \frac{3mv}{5ML}$$

14. Kütlesi m , yarıçapı $r = \sqrt{2}a$ olan çeyrek (1/4) çember parçası, kütlesi olmayan rijit çubuğa simetrik şekilde bağlıdır. Çemberin merkezi O noktasıdır. Sarkacın açısal frekansının karesi $p^2 = ?$
Tam çember için: $I_0 = mr^2$



Atalet momenti:

$$I_O = \frac{mr^2}{4}$$

D'Alembert:

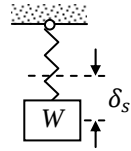
$$-Wb\theta = I_O\ddot{\theta}$$

$$I_O\ddot{\theta} + mgb\theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + mg\frac{b}{I_O}\theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + \frac{8\sqrt{2}g}{\pi r}\theta = 0 \rightarrow p^2 = \frac{8g}{\pi a}$$

15. katsayısı k olan lineer elastik bir yay, W ağırlığı statik olarak asıldığında δ_{st} kadar uzuyorsa, titreşim yapması halinde sistemin açısal frekansının karesi $p^2 = ?$



$$p^2 = \frac{k}{m} = \frac{gk}{W} = \frac{g}{W/k} = \frac{g}{\delta_{st}}$$