

1. Hangisi doğru?

- a) Bir levhanın ani dönme merkezi herhangi iki noktasının hız vektörlerinin kesiştiği noktadır.
 b) Dış kuvvet takımı ile efektif kuvvet takımı bazen denktir.
 c) Merkezsel kuvvet etkisinde hareket eden bir maddesel noktanın açısal momentumu sabittir.
 d) Sürtünme kuvveti konservatiftir.
 e) Dış kuvvetlerin etkemediği bir maddesel noktalar sisteminde iç kuvvetlerin bir kısmı konservatif olmasın. Başlangıçta göreceli hareket eden bu maddesel noktalar, göreceli hareketlerini sonsuza değin sürdürebilirler.

2. Doğrusal hareket yapan bir maddesel noktanın ivme, hız ve konum arasındaki bağıntısı $a = -k(s/v)^2$ şeklinde veriliyor. $s = 0$ konumunda $v = 2$ ve $s = 3$ konumunda $v = 0$ olduğuna göre $k = ?$

- a) 9 b) 1/3 c) 3 d) 4/9 e) 0

$$a = v \frac{dv}{ds} = -k \left(\frac{s}{v} \right)^2$$

$$\frac{dv}{ds} = -\frac{ks^2}{v^3}$$

$$-k \int s^2 ds = \int v^3 dv$$

$$-\frac{k}{3} s^3 = \frac{v^4}{4} + c$$

$$s = 0 \text{ konumunda } v = 2:$$

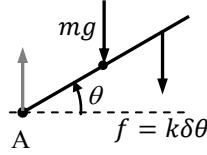
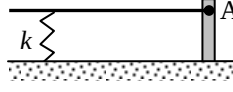
$$\rightarrow 0 = 4 + c \rightarrow c = -4$$

$$s = 3 \text{ konumunda } v = 0:$$

$$\rightarrow k = \frac{4}{9}$$

3. Uzunluğu L ve ağırlığı W olan homojen çubuk A noktasında mafsallı ve δ kadar uzaktaki k yayına bağlıdır. Çubuk yatay halde iken yay kuvveti yoktur. Toplam potansiyel enerjinin minimum olduğu anda çubuk eksenini ile yatay doğrultu arasındaki açı $\theta = ?$ $0 < \theta \ll \pi$.

- a) $WL/2k\delta^2$
 b) $WL/k\delta^2$
 c) $WL/k\delta$
 d) $WL/2k\delta$
 e) hiçbirisi.



Ağırlık ve yay kuvvetlerinin potansiyel enerjileri

$$V_g = mg \frac{\theta L}{2}$$

$$V_e = \frac{k}{2} (\theta \delta)^2$$

Toplam

$$2V = mg\theta L + k\delta^2 \theta^2$$

Minimum

$$2 \frac{dV}{d\theta} = mgL + 2k\delta^2 \theta = 0$$

$$\rightarrow \theta = -\frac{mgL}{2k\delta^2} = -\frac{WL}{2k\delta^2}$$

4. Bir maddesel noktanın hareketi $a = -p^2 s$ bağıntısı ile veriliyor. $t = 0$ anında $s = 0$ ve $v = v_0$ olduğuna göre bu parçacığın başlangıç konumundan en fazla ne kadar uzaklaşır? Burada p bir sabit ve g yerçekimi ivmesidir.

- a) v_0/p b) $p v_0$ c) $p^2 v_0$
 d) v_0^2/g e) p/v_0

$$a = -p^2 s$$

$$a = v \frac{dv}{ds} = -p^2 s \rightarrow v dv = -p^2 s ds$$

$$\int v dv = -p^2 \int s ds$$

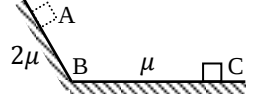
$$v^2 = c - p^2 s^2$$

$$t = 0 : s = 0 : v = v_0 \rightarrow c = v_0^2$$

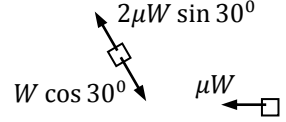
$$v^2 = v_0^2 - p^2 s^2 \geq 0 \rightarrow s \leq v_0/p$$

5. Sürtünme katsayısı μ , B–C aralığı yatay, $AB = BC$ ve $\angle ABC = 120^\circ$ dir. Durağan halde iken A'dan serbest bırakılan blok C'de durduğuna göre sürtünme katsayısı $\mu = ?$

- a) $4/\sqrt{3}$ d) 2
 b) $\sqrt{3}/4$ e) 3
 c) 0



İş-Enerji:



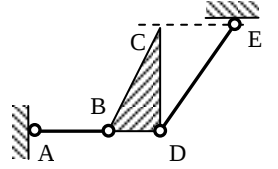
$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2$$

$$0 + (\cos 30^\circ - 2\mu \sin 30^\circ - \mu)WL = 0$$

$$\cos 30^\circ - 2\mu = 0 \rightarrow \mu = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

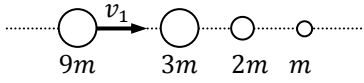
6. Hangi nokta BCD levhasının ani dönme merkezidir?

- a) A d) B
 b) C e) D
 c) E



$\vec{v}_B \perp AB$ ve $\vec{v}_D \perp DE$ olduğundan AB ve DE doğrultularının kesişme noktası D ani dönme merkezi olur.

7. Sürtünmesiz yatay düzlemde bir doğru üzerindeki misketlerden ilkinin hızı v_1 iken diğerleri durağan haldedir. İlk çarpışmanın katsayısı $e = 1$, diğerleri $e = 0$ ve son misketin çarpışma sonrası hızı v'_4 , olduğuna göre $v_1/v'_4 = ?$



- a) 4/3 b) 2/3 c) 1/3 d) 1/4 e) 0

ilk çarpışma :

Momentumun korunumu:

$$9mv_1 + 0 = 9mv'_1 + 3mv'_2$$

$$(1) \rightarrow 3v_1 = 3v'_1 + v'_2$$

Çarpışma katsayısı :

$$e = \frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - 0} = 1$$

$$(2) \rightarrow v_1 = -v'_1 + v'_2$$

İkincinin 3 katı ile birinci toplanırsa:

$$3v_1 = 2v'_2$$

Diğer çarpışmalar:

Tam plastik $e = 0$ olduğu için 3 misket

çarpışmalar sonrasında eşit hıza sahip olurlar. Momentumun korunumu:

$$3mv'_2 = (3 + 2 + 1)mv'_4$$

Sonuç olarak:

$$\frac{v'_2}{v'_4} = 2 \rightarrow \frac{v_1}{v'_4} = \frac{4}{3}$$

8. Bir maddesel nokta düzlemde bir yörünge üzerinde hareket etmektedir. Yörünge dik koordinatlarda $y = R \cos^2 x$ ve $v_x = c$ sabit olduğuna göre $x = \pi/3$ de $v_y = ?$ $R = sbt$.

- a) $-\sqrt{3}cR/2$ d) $-cR$
b) $-2c/\sqrt{3}R$ e) cR
c) R/c

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(R \cos^2 x)$$

$$v_y = -2R \cos x \sin x \frac{dx}{dt}$$

$$v_y = -2cR \cos x \sin x$$

$$v_y = -2cR \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{3}$$

$$v_y = -\frac{\sqrt{3}}{2}cR$$

9. $F \neq 0$ olmak üzere, $\vec{F}$ kuvveti konservatif ise hangisi doğrudur?

$$\vec{F} = (x + Ay + z)\vec{i} + (Bx + y + z)\vec{j} + (x + y + z)\vec{k}$$

- a) $A \neq 0, B = 0$ d) $A/B = A + B$
b) $A/B = A - B$ e) $A = -B$
c) $A = B$

Kuvvetin konservatif olma koşulu:

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_j} = \frac{\partial F_j}{\partial x_i}$$

$$F_x = x + Ay + z$$

$$F_y = Bx + y + z$$

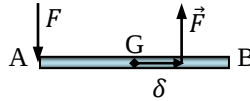
$$F_z = x + y + z$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x} \rightarrow A = B$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial x} \rightarrow 1 = 1$$

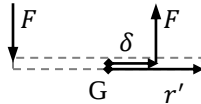
$$\frac{\partial F_y}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial y} \rightarrow 1 = 1$$

10. Kütlesi m ve uzunluğu L olan çubuğun açısal hızı $\omega = 0$ olduğu anda şekildeki kuvvetler etkimektedir. $\delta = L/4$ olduğuna göre çubuğun B ucunda ivme $\vec{a}_B = ?$ $I_G = mL^2/12$.



- a) $-9\vec{F}/2m$ b) $9\vec{F}/2m$ c) $\vec{F}/2m$
d) $F\vec{i}/9m$ e) 0

Kinetik:



$$\sum \vec{F}_{dis} = 0 \rightarrow \vec{a}_G = 0$$

$$\sum \vec{M}_G^{dis} = I_G \vec{\alpha}$$

$$\left(\delta + \frac{L}{2}\right)F = I_G \alpha$$

$$\rightarrow \alpha = \left(\delta + \frac{L}{2}\right)\frac{F}{I_G}$$

Kinematik:

$$\vec{a} = \vec{a}_G + \vec{\alpha} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$$

Açısal hız $\omega = 0$ olduğuna göre

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}' = \alpha r' \vec{k} \times \vec{i}$$

$$\vec{a} = \left(\delta + \frac{L}{2}\right)\frac{F}{I_G} r' \vec{j} = \frac{3L}{4} \frac{12F}{mL^2} r' \vec{j} = \frac{9}{2m} \vec{F}$$

11. Bir araç dorusal ve yatay bir yolda v hızı ile ilerlemektedir. Bu sırada rüzgar hızı v_w olup rüzgar yönü araç ile aynıdır. Rüzgar kuvveti, rüzgarın araca göre hızının karesi ile doğru orantılıdır. Rüzgardan en fazla fayda sağlamak için $v_w/v = ?$

- a) 0 b) 1/3 c) 2 d) 1/2 e) 3

$$G = Fv$$

$$G = c_d(v - v_w)^2 \times v$$

$$\frac{dG}{dv} = 2c_d(v - v_w) \times v + c_d(v - v_w)^2 = 0$$

$$2c_d(v - v_w) \times v + c_d(v - v_w)^2 = 0$$

$$2v(v - v_w) + (v - v_w)^2 = 0$$

$$2v^2 - 2v_w v + v^2 - 2v_w v + v_w^2 = 0$$

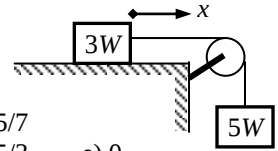
$$3v^2 - 4v_w v + v_w^2 = 0$$

$$v = \frac{1}{3}(2 \pm 1)v_w$$

$$v = v_w \rightarrow G = 0$$

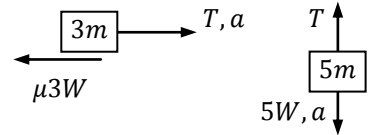
$$v = \frac{v_w}{3} \rightarrow G = 4c_d \left(\frac{v_w}{3}\right)^3$$

12. Yerçekimi kuvveti ile hareket etmekte olan sistemde yatay düzlem ile blok arasındaki sürtünme katsayısı μ ve makara ile ip sürtünmesizdir. İpteki kuvvet T ve $T/W = 3$ olduğuna göre $\mu = ?$



- a) 7/5 b) 5/7
c) 3/5 d) 5/3 e) 0

d'Alembert ilkesine göre:



İlk serbest cisim diyagramından:

$$T - 3\mu W = 3ma$$

İkinci serbest cisim diyagramından:

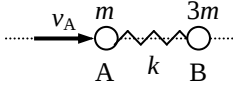
$$5W - T = 5ma$$

Ortak çözüm:

$$\frac{T}{W} = (1 + \mu) \frac{15}{8} = 3 \rightarrow \mu = \frac{3}{5}$$

13. A ve B maddesel noktalarının hızları $t = 0$ anında sırasıyla $v_A = v$ ve $v_B = 0$ olup yay kuvveti sıfırdır. Kütlesi olmayan bu elastik yayın boy değişiminin en büyük değeri δ ise $(\delta p/v)^2 = ?$
 $f_{max} = k\delta$, $p^2 = k/m$

- a) 0
b) 1/3 d) 1/4
c) 3/4 e) 4/3



Maddesel noktalar sisteminin kinetik enerjisi:

$$T = T_G + T' = \frac{1}{2}(\Sigma m)v_G^2 + \frac{1}{2}\Sigma mv'^2$$

Kütle merkezinin hızı:

$$\Sigma mv = (\Sigma m)v_G$$

$$4mv_G = mv + 0$$

$$v_G = \frac{v}{4} = sbt \rightarrow T_G = sbt$$

Kinematik:

$$v'_A = v_A - v_G \rightarrow v'_A = v - \frac{v}{4} = \frac{3v}{4}$$

$$v'_B = v_B - v_G \rightarrow v'_B = -\frac{v}{4}$$

Enerjinin korunumu:

$$(T_G + T'_1) + V_1 = (T_G + T'_2) + V_2$$

ya da

$$T'_1 + V_1 = T'_2 + V_2$$

Verilenlerden (yay kuvveti sıfır):

$$V_1 = 0$$

Yay potansiyel enerjisi en büyük değeri alabilmesi için kinetik enerji sıfır olmalıdır:

$$T'_2 = 0$$

Sonuç olarak enerjinin korunumu:

$$T'_1 + 0 = 0 + V_2$$

ya da

$$T'_1 = V_2$$

Buradan:

$$\frac{1}{2}mv_A'^2 + \frac{1}{2}3mv_B'^2 = \frac{1}{2}k\delta^2$$

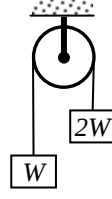
$$\frac{1}{2}m\left(\frac{3v}{4}\right)^2 + \frac{1}{2}3m\left(-\frac{v}{4}\right)^2 = \frac{1}{2}k\delta^2$$

$$\frac{3}{4}v^2 = \frac{k}{m}\delta^2 \rightarrow \left(\frac{\delta p}{v}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

H: Titreşim konusundan $v_{max} = px_{max}$ bağıntısını hatırlayınız.

14. Durağan halde iken serbest kalınca yerçekimi etkisi ile hareket eden bloklar arası mesafe $32r$ kadar değiştiği anda makaranın açısal hızının karesi $\omega^2 = ?$
Makaranın $m = W/g$ ve $I_G = 3mr^2/4$

- a) gr
b) $127g/17r$
c) $128g/15r$
d) $r/15g$
e) $r/17g$



Durağan halde iken kinetik enerji yoktur. Blokların potansiyel enerjileri toplamı da sıfır olsun. Bu durumda toplam enerji de sıfır olur.

Bloklar arası mesafe $32r$ kadar değiştiği anda makaranın açısal hızı ω olursa kinetik enerjisi

$$T = \frac{I_G\omega^2}{2} = \frac{3}{8}m\omega^2r^2$$

ve blokların hızları eşit olup

$$v = \omega r$$

kinetik enerjileri toplamı ise

$$T = \frac{3mv^2}{2} = \frac{3}{2}m\omega^2r^2$$

Ağırlığı W olan blok $16r$ kadar yukarı ve $2W$ olan blok da $16r$ kadar aşağı yönde hareket eder. Potansiyel enerjideki değişim miktarı da

$$V = W16r - 2W16r = -16mgr$$

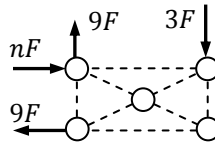
Enerjinin korunumu ilkesinden

$$0 = \left(\frac{3}{8} + \frac{3}{2}\right)m\omega^2r^2 - 16mgr$$

$$\omega^2 = \frac{128g}{15r}$$

15. Kütleleri toplamı m olan maddesel noktalar katsayısı k olan orantılı yaylar ile bağlıdır. $F = mg$ ve sistemin kütle merkezinin ivmesi $a_G = 10g$ olduğuna göre $n = ?$

- a) Bilinemez
b) 1
c) 2
d) 1/2
e) hiçbirisi



d'Alembert ilkesine göre:

$$\Sigma \vec{F}_{dış} = \Sigma \vec{F}_{ef} = (\Sigma m)\vec{a}_G$$

$$\sqrt{6^2 + (9-n)^2}F = m10g$$

$$36 + (9-n)^2 = 100 \rightarrow n = 1$$