

Derin Öğrenme Çağında DCT'yi Hatırlamak: Öncül Bir Gürültü Giderme Uygulaması

Revisiting DCT in Deep Learning Era: An Initial Denoising Application

Hasan H. Karaoğlu ve Ender M. Eksioğlu
Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye
{karaoglu16, eksio glue}@itu.edu.tr

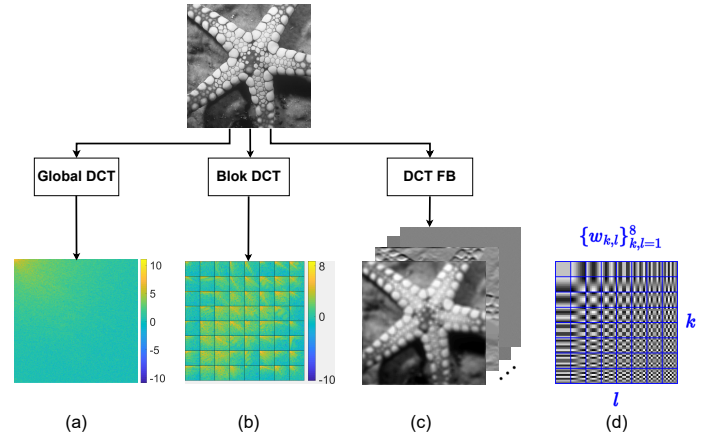
Özetçe—Görüntü gürültü giderme probleminin klasik döneminde dönüşüm bölgesinde çalışan yöntemler yüksek başarımla sonuçlarına erişmiştir. Halbuki son on yıldır önerilen ve daha iyi gürültü giderme başarımı gösteren derin sinir ağlarının bir çoğu gürültüyü piksel bölgesinde gidermeye çalışır. Derin öğrenme literatüründe dönüşüm bölgesinde çalışan az sayıda derin sinir ağı bulunmaktadır. Bunların büyük kısmı ise, çoğu görüntü için oldukça iyi bir gösterim sunduğu bilinen ayrık kosinüs dönüşümünü (DCT) tercih etmemiştir. Bu durum derin ağlarda sıkça kullanılan konvolüsyon katmanının, görüntünün birbiriyle ilintisiz global ve blok DCT katsayılarının komşu değerleri arasında boşuna bir ilişki aramasının sonucudur. Öte yandan örtüşmeli olarak çıkarılan görüntü bloklarının dönüşüm katsayıları ile çalışmanın gürültü gidermede başarımı artırdığı bilinmektedir. Son çalışmalar bir görüntünün 2B DCT taban görüntüleri ile konvolüsyonunun örtüşmeli görüntü bloklarına ait DCT katsayılarının anlamlı bir sıralaması olduğunu göstermiştir. Buradan hareketle, bu bildiride gürültüyü DCT bölgesinde gidermeye çalışan bir derin sinir ağı önerilmiştir. Renkli görüntüler üzerinde yapılan deneyler önerilen ağı gürültü gidermede nicel ve nitel açıdan başarılı olduğunu göstermiştir.

Anahtar Kelimeler—görüntü gürültü giderme, derin öğrenme, ayrık kosinüs dönüşümü.

Abstract—In the classical era of image denoising, the methods working in transform domain have achieved high performance results. However, most of the deep neural networks that have been proposed in the last decade and have shown better noise removal performance try to denoise the noisy image in pixel domain. In deep learning literature, there are few deep neural networks that work in transform domain. Most of them have not chosen the discrete cosine transform (DCT), which is known to provide a very good representation for most images. This is the result of convolution layer, which is often used in deep networks, searching in vain for a relationship between neighboring values of an image's uncorrelated global and block DCT coefficients. On the other hand, it is known that working with transform coefficients of overlapped image blocks improves noise removal performance. Recent studies have shown that the convolution of an image with 2D DCT basis images is a meaningful ordering of the DCT coefficients of overlapping image blocks. Hence, in

Bu çalışma 119E248 numaralı proje kapsamında TÜBİTAK (Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu) tarafından desteklenmektedir.

979-8-3503-8896-1/24/\$31.00 ©2024 IEEE



Şekil 1: Üç tür DCT genlik spektrumu. (a) - (c) Global DCT, blok DCT ve DCT FB spektrumları. (d) 2B DCT taban görüntüleri. Blok DCT spektrumu ve DCT taban görüntülerinde siyah ve mavi çizgiler görselleştirme amaçlıdır. Yüksek dinamik aralık nedeniyle, global ve blok DCT spektrumları logaritmik ölçekle ve renkli olarak gösterilmiştir.

this paper, a deep neural network is proposed to remove noise in the DCT domain. Experiments on color images indicate that the proposed network is quantitatively and qualitatively successful in noise removal.

Keywords—image denoising, deep learning, discrete cosine transform.

I. GİRİŞ

Günümüz sayısal görüntüleri elde edilirken çeşitli gürültü bileşenleri görüntüyü bozarak görüntünün kalitesini düşürür. Görüntü gürültü giderme problemi eldeki düşük kaliteli görüntüden istenmeyen gürültü bileşenlerini kaldırarak temiz görüntüye ulaşmaya çalışır. Gürültü giderme problemi görüntü sınıflandırma ve görüntü bölütleme gibi bilgisayarla görü uygulamalarında bir ön işlem olmasından ötürü önemlidir. Ayrıca, gürültü giderme problemi, tak çalıştır (plug-and-play) ve yayılım (diffusion) tekniklerinde görüldüğü gibi başka görüntü

TABLO I: DCT FB tabanlı gürültü giderme algoritmalarının karşılaştırılması.

Metot	Maliyet	Kullanım	Büzme Fonksiyonu		
			Tür	Sayı	Param.
DCT [6]	-	Yinelemeli	Sert Eşikleme	1	Sabit
MS-DCT [7]	-	Yinelemeli	Sert Eşikleme	1	Sabit
DCT2Net [8]	ℓ_1	Konvolüsyon	Sert Eşikleme	1	Öğrenilebilir
Hel-Or [9]	ℓ_2	Konvolüsyon	Parçalı Lineer	$3n^2$	Öğrenilebilir
CDCTNet	ℓ_2	Konvolüsyon	CNN	1	Öğrenilebilir

işleme problemlerinin çözümünde önemli bir adım olarak işlev görmektedir [1].

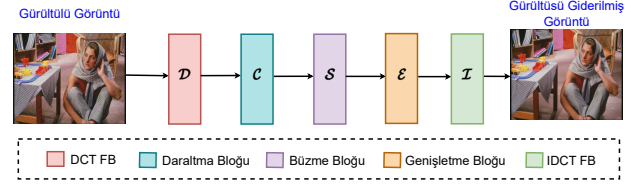
Ölçülen $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{M \times N \times 3}$ görüntüsünden temiz $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{M \times N \times 3}$ görüntüsünü elde etmeyi hedefleyen görüntü gürültü giderme problemine ait gözlem modeli

$$\mathbf{z} = \mathbf{x} + \mathbf{v} \quad (1)$$

şeklinde yazılır. Burada, kirli görüntü $\mathbf{z} = [\mathbf{z}^{(R)}, \mathbf{z}^{(G)}, \mathbf{z}^{(B)}]$ ve temiz görüntü $\mathbf{x} = [\mathbf{x}^{(R)}, \mathbf{x}^{(G)}, \mathbf{x}^{(B)}]$ kırmızı (R), yeşil (G) ve mavi (B) olmak üzere üç kanaldan oluşur. $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{M \times N \times 3}$ sıfır ortalamalı ve σ standart sapmalı toplamsal beyaz Gauss gürültü işaretidir.

Derin öğrenme öncesi klasik dönemin gürültü giderme yöntemlerini temiz görüntü modellerinin tarihi şeklinde okumak tercih edilirse [1], [2] seyreklik (sparsity) modeli yöntemlerin yüksek başarımlarına ulaştığını görürüz. Seyreklik modeline göre bir temiz görüntü Fourier, kosinüs ve dalgacık gibi dönüşümlerin çok az sayıda katsayısı ile yaklaşık olarak elde edilebilmektedir [3]. Bu modelin yardımıyla dönüşüm bölgesinde çalışan bir çok gürültü giderme yöntemi tasarlanmıştır. Üç aşamadan oluşan dönüşüm tabanlı gürültü gidericilerin ilk aşamasında, gürültülü görüntünün uygun bir dönüşüm ile spektrumu elde edilir. Ardından, uygun bir büzme (shrinkage) fonksiyonu ile spektrum katsayılarının düzeltilmesi işlemi yapılır. Bu aşamada gürültünün çoğunlukla yüksek frekanslarda toplandığı varsayılarak bir eşikleme yapılır. Son olarak, ters dönüşüm ile piksel bölgesine dönülerek gürültüsü giderilmiş görüntü elde edilir. Seyreklik modeli sonraki dönemde kullanılan yerel olmayan öz benzerlik (nonlocal self-similarity) modeli ile birleştirilmiş ve derin öğrenme öncesi en yüksek başarımlı BM3D [4] ve WNNM [5] yöntemleri ortaya çıkmıştır.

Son on yılda derin öğrenme teknikleri gürültü gidermede en önde gelen algoritmalar olarak yer almışlardır. DnCNN [10], FFDNet [11] ve DSNet [12] gibi bir çok derin sinir ağı gürültüyü piksel bölgesinde gidermektedir. Öte yandan dönüşüm bölgesinde çalışan sayıca az derin sinir ağının çoğu dalgacık dönüşümünü ayrık kosinüs dönüşümüne (discrete cosine transform, DCT) tercih etmiştir. Bu durumun nedeni derin sinir ağlarında çokça kullanılan konvolüsyon katmanının komşu dönüşüm katsayıları arasında ilişki aramasıdır [13]. Dalgacık katsayıları için böyle bir ilişki aramak makul iken, aynı durum DCT katsayıları için geçerli değildir. Halbuki çoğu görüntü için DCT oldukça iyi bir dönüşümdür [14]. İşaret işleme literatüründe DCT'nin üç tür kullanımına rastlanmaktadır (Şekil 1). Global ve blok DCT kullanımları sırasıyla görüntünün tamamı ve örtüşmeli olmayan görüntü blokları için spektrum üretir. Örtüşmeli olarak çıkarılan bloklara ait tüm DCT katsayılarının uygun bir şekilde dizildiği ve alt bantlar oluşturduğu kullanım türüne ise DCT filtre bankası (DCT



Şekil 2: CDCTNet'in genel mimari yapısı.

filterbank, DCT FB) denilmektedir [15]. DCT'nin filtre bankası kullanımı gürültü giderme başarımını diğer iki kullanıma göre artırmaktadır. Ayrıca, DCT FB spektrumu konvolüsyon katmanının temel fikrine uygun yapıdadır.

Bu bilgilerden hareketle, bu bildiride, DCT FB'yi kullanarak gürültü giderme işlemi yapan bir derin sinir ağı renkli görüntüler için önerilmiştir. Yapılan deneyler önerilen CDCTNet ağına gürültü giderme problemi için nicel ve nitel açıdan başarılı olduğunu göstermiştir.

II. DCT FB

DCT FB kullanımı, dairesel doldurma (circular padding) varsayımı altında DCT taban görüntüleri ile gürültülü görüntünün [15], [16]

$$\tilde{\mathbf{z}}_{k,l}^{(i)} = \frac{1}{n} \left(\mathbf{w}_{k,l}^T \otimes \mathbf{z}^{(i)} \right) \quad (2)$$

şeklindeki konvolüsyonunu ifade eder. Burada, $i \in \{R, G, B\}$ olmak üzere $\mathbf{z}^{(i)} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ renkli görüntünün her bir rengine ait kanalı ve $\otimes$ konvolüsyon işlemi gösterir. Ayrıca, $\mathbf{w}_{k,l} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $1 \leq k \leq n$ ve $1 \leq l \leq n$ indisleri için 2B DCT taban görüntüsünü ve $(\cdot)^T$ matris devirme işlemi simgeler. Bir renk kanalındaki tüm alt bant görüntüleri

$$\tilde{\mathbf{z}}^{(i)} = [\tilde{\mathbf{z}}_{1,1}^{(i)}, \tilde{\mathbf{z}}_{1,2}^{(i)}, \dots, \tilde{\mathbf{z}}_{n,n}^{(i)}] \in \mathbb{R}^{M \times N \times n^2} \quad (3)$$

şeklinde yazılabilir. Üç renk kanalının her birine ait alt bant görüntüleri arka arkaya yığılırsa tüm alt bant görüntüleri $\tilde{\mathbf{z}} = [\tilde{\mathbf{z}}^{(R)}, \tilde{\mathbf{z}}^{(G)}, \tilde{\mathbf{z}}^{(B)}] \in \mathbb{R}^{M \times N \times 3n^2}$ elde edilir. Ters DCT FB (inverse DCT FB, IDCT FB) adımı ise aynı taban görüntülerini kullanarak ters konvolüsyon işlemi ile

$$\hat{\mathbf{x}}^{(i)} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \mathbf{w}_{k,l} \otimes \mathcal{S}(\tilde{\mathbf{z}}^{(i)}) \quad (4)$$

şeklinde gerçekleştirilir. Burada, $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{\mathbf{x}}^{(R)}, \hat{\mathbf{x}}^{(G)}, \hat{\mathbf{x}}^{(B)}] \in \mathbb{R}^{M \times N \times 3}$ gürültüsü giderilmiş görüntüyü ve $\mathcal{S}(\cdot)$ lineer olmayan büzme fonksiyonunu simgeler.

Gürültü giderme problemi için DCT FB kullanımını tercih eden yöntemler Tablo I'de karşılaştırmalı olarak listelenmiştir. Bu tabloda kullanım şeklinin yinelemeli veya konvolüsyon olması DCT katsayılarının dizilmediği yinelemeli durum ile katsayıların dizilerek aynı işlemin konvolüsyon ile yapılabilirdiği durumları ifade eder. Tablodan, DCT [6] ve MS-DCT [7] yöntemlerinin sert eşikleme fonksiyonunu ve buna ait eşikleme parametresini önden seçtiği görülmektedir. DCT2Net [8] yaklaşımı bu ikisinden eşikleme parametresinin öğrenilmesi ile ayrılmaktadır. Hel-Or ve Ben-Artzi [9], her bir alt bant için parçalı lineer karaktere sahip büzme fonksiyonları öğrenmeyi hedeflemiştir. Önerilen CDCTNet ağı ise büzme fonksiyonu olarak derin bir CNN ağına seçmiştir.

TABLO II: CDCTNet mimari detayları. DCT FB ve IDCT FB katmanlarındaki filtreler sabit 2B DCT taban görüntüleridir.

Harf	İsim	Çıkış Şekli	Katman	Filtre Detayı
$\mathcal{D}$	DCT FB	$M \times N \times 3n^2$	Conv	$n \times n, n^2$
$\mathcal{C}$	Daraltma	$M \times N \times n^2$	Conv + BN + ReLU	$3 \times 3, n^2$
$\mathcal{S}$	RB 1	$M \times N \times n^2$	(Conv + BN + ReLU) $\times 4$	$3 \times 3, n^2$
	RB 2	$M \times N \times n^2$	(Conv + BN + ReLU) $\times 4$	$3 \times 3, n^2$
	RB 3	$M \times N \times n^2$	(Conv + BN + ReLU) $\times 4$	$3 \times 3, n^2$
	RB 4	$M \times N \times n^2$	(Conv + BN + ReLU) $\times 4$	$3 \times 3, n^2$
	RB 5	$M \times N \times n^2$	(Conv + BN + ReLU) $\times 4$	$3 \times 3, n^2$
$\mathcal{E}$	Genişletme	$M \times N \times 3n^2$	Conv + BN + ReLU	$3 \times 3, 3n^2$
$\mathcal{I}$	IDCT FB	$M \times N \times 3$	Ters Conv	$n \times n, n^2$

III. CDCTNET

Problem için önerilen ağıın genel yapısı Şekil 2’de ve mimari detayları Tablo II’de gösterilmiştir. 24 katmanlı CDCTNet ağı temelde beş bloktan oluşmaktadır. Bütün bloklarda konvolüsyon (convolution, Conv), yığın normalizasyonu (batch normalization, BN) ve düzeltilmiş doğrusal birim (rectified linear unit, ReLU) katmanları kullanılır. DCT FB bloğu $\mathcal{D}$, gürültülü z görüntüsü üzerinde DCT FB işlemini gerçekleştirerek tüm $\tilde{z}$ alt bant görüntülerini oluşturur. 3 renk kanalına ait alt bantlar arasındaki güçlü ilişkiden ötürü daraltma bloğu $\mathcal{C}$, alt bantların sayısını azaltır. 5 artık bloktan (residual block, RB) oluşan büzme bloğu $\mathcal{S}$, alt bantlardaki katsayıları düzelterek DCT alt bantlarının sayısını artıracak olan $\mathcal{E}$ genişletme bloğuna verir. IDCT FB bloğu $\mathcal{I}$ ise tahmin edilen tüm alt bantları alır, DCT FB bloğundaki aynı sıra ile kanallara yerleştirir ve gürültüsü giderilmiş $\hat{x}$ görüntüsünü üretir.

IV. DENEYSEL ÇALIŞMA

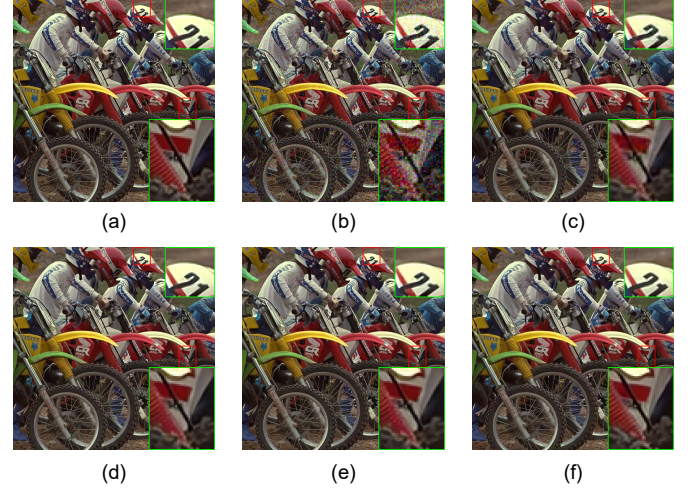
CDCTNet eğitimi ve testi için [10], [11], [17], [18] takip edilerek üç gürültü düzeyi için üç model elde edilmiştir. CDCTNet’in eğitimi için CBSD500 veri kümesindeki her bir görüntüden 60×60 ebatlarında toplam 270K temiz alt görüntü çıkarılmıştır. Bu görüntülere her üç gürültü seviyesi için sentetik olarak üretilmiş rastgele gürültüler eklenerek temiz ve kirli görüntü çiftleri elde edilmiştir. Önerilen ağda, DCT FB ve IDCT FB katmanlarında, $n = 9$ seçilerek 9×9 boyutunda 81 adet DCT taban görüntüsü filtre olarak kullanılmıştır. Büzme bloğu $\mathcal{S}$ ’deki tüm konvolüsyon filtreleri $3 \times 3 \times 81 \times 81$ ebatlarındadır. $\mathcal{C}$, $\mathcal{S}$ ve $\mathcal{E}$ bloklarındaki öğrenilecek katsayılar için Xavier katsayı başlatma yöntemi tercih edilmiştir. Eğitim için seçilen ℓ_2 maliyet fonksiyonu, stokastik gradyen inişi (stochastic gradient descent) aracılığıyla optimize edilmiştir. Mini yığın büyüklüğü 64, momentum parametresi 0.9 ve ağırlık azalması 0.0001 olarak belirlenmiştir. 0.001 olarak başlatılan öğrenme hızı her 30 epokta yarıya düşürülmüştür.

CDCTNet, Intel Core i7-8700k CPU 3.2 GHz, 64 bit işletim sistemi, 16 GB bellek ve Nvidia GeForce RTX2080 Ti GPU’ya sahip bir masaüstü bilgisayarda Matlab (2019a) üzerine kurulu derin öğrenme paketi olan MatConvNet [19] ile eğitilmiş ve test edilmiştir.

Karşılaştırmada kullanılan algoritmalar, BM3D [4], DnCNN [10], IRCNN [20], FFDNet [11], DSNet [12] ve RPCNN [21]’dir. DnCNN, FFDNet ve IRCNN doğrusal bir bağlantı yapısına sahip CNN ağlarıdır. DSNet ağı, genişletilmiş konvolüsyon katmanları ve simetrik atlama bağlantıları kullanmaktadır. Yerel olmayan öz benzerlik modelini esas alan RPCNN sinir ağı, blok eşleştirme işlemi

TABLO III: Farklı gürültü giderme yöntemlerinin CBSD68, Kodak24 ve McMaster veri kümelerindeki ortalama PSNR (dB) sonuçları. En iyi sonuçlar kalın yapılarak vurgulanmıştır.

Test Kümesi	σ	BM3D [4]	DnCNN [10]	IRCNN [20]	FFDNet [11]	DSNet [12]	RPCNN [21]	CDCTNet
CBSD68	15	33.52	33.90	33.86	33.87	33.91	-	34.14
	25	30.71	31.24	31.16	31.21	31.28	31.24	31.46
	50	27.38	27.95	27.86	27.96	28.05	28.06	28.10
Kodak24	15	34.28	34.60	34.69	34.63	34.63	-	34.89
	25	32.15	32.14	32.18	32.13	32.16	32.34	32.39
	50	28.46	28.95	28.93	28.98	29.05	29.25	29.12
McMaster	15	34.06	33.45	34.58	34.66	34.67	-	34.59
	25	31.66	31.52	32.18	32.35	32.40	32.33	32.23
	50	28.51	28.62	28.91	29.18	29.28	29.33	29.11

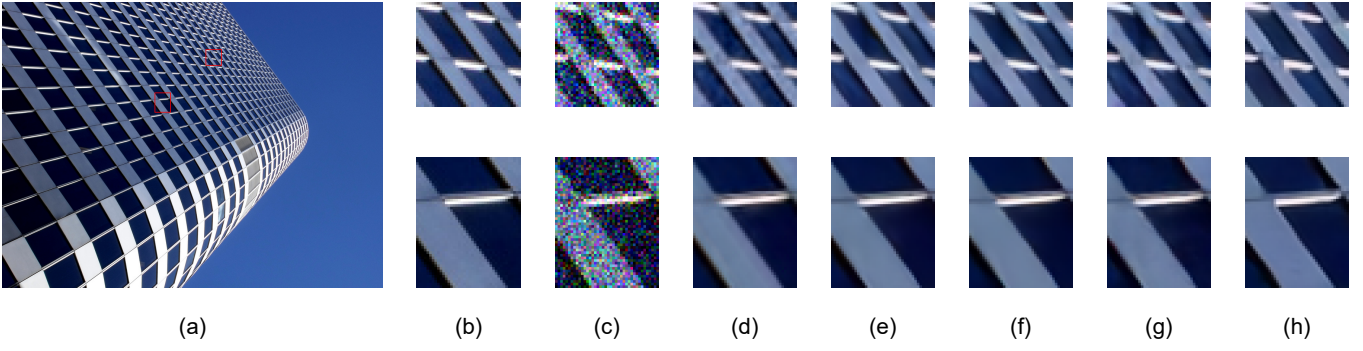


Şekil 3: Kodak24’ten "kodim05" test görüntüsü için $\sigma = 25$ gürültü düzeyinde gürültü giderme sonuçları. (a) Orijinal. (b) Gürültülü / 20.55dB. (c) BM3D / 29.40dB. (d) DnCNN / 30.21dB. (e) FFDNet / 30.03dB. (f) CDCTNet / 30.47dB.

için ayrı bir sinir ağı kullanır. Karşılaştırılan yöntemlerin tümü için erişime açık kaynak kodlar kullanılmıştır. Karşılaştırmada başarımlı ölçütü olarak dB cinsinden ölçülen tepe işaret gürültü oranı (peak signal-to-noise ratio, PSNR) seçilmiştir.

CBSD68, Kodak24 ve McMaster test kümeleri için ortalama PSNR sonuçları Tablo III’te listelenmiştir. McMaster dışındaki tüm test kümelerinde, CDCTNet daha üstün gürültü giderme sonuçları vermektedir. CDCTNet’in McMaster test kümesindeki görece düşük başarımlının sebebi bu test kümesinin daha yüksek kontrastlı görüntüler barındırmasıdır. Bir başka deyişle, CDCTNet ağıının eğitimi için kullanılan CBSD500 veri kümesi ile McMaster veri kümesi arasındaki veri üretim sürecinin farklı olmasıdır. Aynı argüman, CBSD500 ile eğitilen DnCNN için de geçerlidir. Kodak24, CBSD500 ile benzer veri üretim sürecine sahip olduğundan başarımlı sonuçları CBSD68 ile paralellik gösterir. Algoritmaların karşılaştırmalı görsel sonuçlarının verildiği Şekil 3’te CDCTNet’in üstünlüğü görülmektedir. Örneğin, motosikletin boğumlarında ve kaskın üzerindeki rakamların kenar bölgelerinde gürültüyü giderirken CDCTNet’in pikselleri daha iyi koruduğu görülmektedir.

CDCTNet ağıının önemli bir kısıtlaması için Şekil 4’te verilen ve bol miktarda tekrarlı görüntü blokları içeren bir test görüntüsü için farklı algoritmaların gürültü giderme sonuçlarına bakmak gerekir. Bu şekilden, DnCNN, FFDNet ve CDCT-



Şekil 4: Bol miktarda benzer görüntü blokları içeren örnek bir test görüntüsü ve $\sigma = 50$ gürültü seviyesi için farklı yöntemlerin gürültü giderme sonuçları. (a) Orijinal görüntü. (b) Orijinal. (c) Gürültülü / 15.21dB. (d) BM3D / 31.22dB. (e) DnCNN / 31.25dB. (f) FFDNet / 31.03dB. (g) IRCNN / 30.21dB. (h) CDCTNet / 31.24dB.

Net ağırları ile BM3D'nin nerdeyse aynı PSNR sonucunu verdiği görülmektedir. Yakınlaştırılmış görüntülere bakıldığında daha küçük detaylarda CDCTNet'in biraz daha iyi olduğu görülmektedir (üstteki görüntü blokları). Öte yandan, alttaki bloklarda bütün yöntemler benzer görsel kalitede sonuçlar üretmiştir. Burada CDCTNet'in başarımlı düşüklüğünün temel nedeni, CDCTNet'in yerel olmayan öz benzerlik modelini kullanmıyor oluşudur. Sonraki çalışmalarda yerel olmayan öz benzerlik modelinin CDCTNet ağına eklenmesi düşünülmektedir.

V. SONUÇ

Bu çalışmada, klasik dönemin yüksek başarımlı sonuçlarına sahip dönüşüm bölgesi gürültü gidericilerinden esinlenilerek DCT bölgesinde çalışan bir derin sinir ağı önerilmiştir. Ağı inşa ederken global ve blok DCT spektrumlarını kullanmanın makul olmadığı tartışılmış ve bunların yerine DCT filtre bankası kullanımı tercih edilmiştir. DCT filtre bankası, bir görüntünün örtüşmeli olarak çıkarılan bloklarına ait DCT spektrumlarının tamamını alt bantlar oluşturacak şekilde sıralamaktadır. Bu işlem, 2B DCT taban görüntüleri ile aynı görüntünün konvolüsyonu sonucu etkili bir şekilde yapılabilmektedir. Bu sayede, önerilen derin sinir ağının DCT bölgesinde etkin bir eğitimi mümkün olmuştur. Renkli görüntüler üzerinde yapılan deneyler önerilen ağı gürültü gidermede nicel ve nitel açıdan başarılı olduğunu göstermiştir.

KAYNAKLAR

- [1] M. Elad, B. Kowar, and G. Vaksman, "Image Denoising: The Deep Learning Revolution and Beyond — A Survey Paper," *SIAM Journal on Imaging Sciences*, vol. 16, no. 3, pp. 1594–1654, 2023.
- [2] B. K. Gunturk and X. Li, *Image Restoration: Fundamentals and Advances*, 1st ed. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, Inc., 2017.
- [3] M. Elad, *Sparse and Redundant Representations: From Theory to Applications in Signal and Image Processing*. Springer, vol. 2, no. 1.
- [4] K. Dabov, A. Foi, V. Katkovnik, and K. Egiazarian, "Image Denoising by Sparse 3-D Transform-Domain Collaborative Filtering," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 16, no. 8, pp. 2080–2095, aug 2007.
- [5] S. Gu, L. Zhang, W. Zuo, and X. Feng, "Weighted Nuclear Norm Minimization with Application to Image Denoising," in *2014 IEEE Conf. on Comput. Vis. and Pattern Recognit.*, 2014, pp. 2862–2869.
- [6] G. Yu and G. Sapiro, "DCT Image Denoising: A Simple and Effective Image Denoising Algorithm," *Image Processing On Line*, vol. 1, pp. 292–296, 2011.
- [7] N. Pierazzo, J.-M. Morel, and G. Facciolo, "Multi-scale DCT Denoising," *Image Processing On Line*, vol. 7, pp. 288–308, 2017.
- [8] S. Herbreteau and C. Kervrann, "DCT2net: An Interpretable Shallow CNN for Image Denoising," *IEEE Transactions on Image Processing*, 2022.
- [9] Y. Hel-Or and G. Ben-Artzi, "The Role of Redundant Bases and Shrinkage Functions in Image Denoising," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 30, pp. 3778–3792, 2021.
- [10] K. Zhang, W. Zuo, Y. Chen, D. Meng, and L. Zhang, "Beyond a Gaussian Denoiser: Residual Learning of Deep CNN for Image Denoising," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 26, no. 7, pp. 3142–3155, 2017.
- [11] K. Zhang, W. Zuo, and L. Zhang, "FFDNet: Toward a Fast and Flexible Solution for CNN-Based Image Denoising," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 27, no. 9, pp. 4608–4622, 2018.
- [12] Y. Peng, L. Zhang, S. Liu, X. Wu, Y. Zhang, and X. Wang, "Dilated Residual Networks with Symmetric Skip Connection for Image Denoising," *Neurocomputing*, vol. 345, pp. 67–76, 2019.
- [13] A. H. Sayed, *Inference and Learning from Data: Learning*. Cambridge University Press, 2022, vol. 3.
- [14] A. K. Jain, *Fundamentals of Digital Image Processing*. Prentice-Hall, Inc., 1989.
- [15] H. H. Karaoglu and E. M. Eksioğlu, "DCTNet: Deep Shrinkage Denoising via DCT Filterbanks," *Signal, Image and Video Processing*, vol. 17, no. 7, pp. 3665–3676, 2023.
- [16] Y. Hel-Or and D. Shaked, "A Discriminative Approach for Wavelet Denoising," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 17, no. 4, pp. 443–457, 2008.
- [17] Y. Chen and T. Pock, "Trainable Nonlinear Reaction Diffusion: A Flexible Framework for Fast and Effective Image Restoration," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 39, no. 6, pp. 1256–1272, 2016.
- [18] H. C. Burger, C. J. Schuler, and S. Harmeling, "Image Denoising: Can Plain Neural Networks Compete with BM3D?" in *Proc. of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE, 2012, pp. 2392–2399.
- [19] A. Vedaldi and K. Lenc, "MatConvNet: Convolutional Neural Networks for Matlab," in *Proc. of the 23rd ACM International Conference on Multimedia*, 2015, pp. 689–692.
- [20] K. Zhang, W. Zuo, S. Gu, and L. Zhang, "Learning Deep CNN Denoiser Prior for Image Restoration," in *Proceedings - 30th IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2017.
- [21] Z. Xia and A. Chakrabarti, "Identifying Recurring Patterns with Deep Neural Networks for Natural Image Denoising," in *Proc. of the IEEE/CVF Winter Conf. on Appl. of Comput. Vis.*, 2020, pp. 2426–2434.