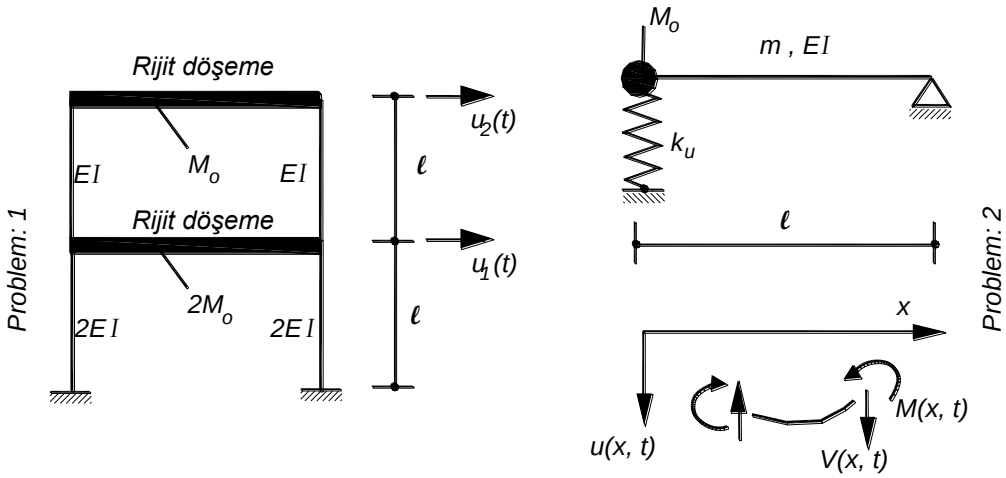
YAPI DİNAMİĞİ / 17 Aralık 2014

Problem 1

(a) Şekilde verilen iki serbestlik dereceli sistemde rijit birinci kat döşemesinin kütlesi $2M_o$ ve rijit ikinci katın kütlesi M_o dir. (a) Her iki katın serbest cisim diyagramını çizerek serbest titreşim hareket denklemlerini yazınız. (b) Bu denklemleri matris şekline getirerek $\mathbf{m}$ kütle matrisini ve $\mathbf{k}$ rijitlik matrisini belirleyiniz. (c) Sistemin frekans denklemini elde ederek ω_i ($i=1,2$) açısal frekansları ve T_i ($i=1,2$) periyotlarını EI, M_o *ve* ℓ parametreleri cinsinden bulunuz. (d) Karşı gelen ϕ_i ($i=1,2$) iki titreşim modunu hesaplayıp, grafik olarak gösteriniz. (e) Modların kütle ve rijitlik matrisine göre $\boldsymbol{\phi}_1^T\,\mathbf{m}\,\boldsymbol{\phi}_2$, and $\boldsymbol{\phi}_1^T\,\mathbf{k}\,\boldsymbol{\phi}_2$. şeklindeki ortogonalliğini gösteriniz. (f). $M_i=\boldsymbol{\phi}_i^T\,\mathbf{m}\,\boldsymbol{\phi}_i$ ve $K_i=\boldsymbol{\phi}_i^T\,\mathbf{k}\,\boldsymbol{\phi}_i$ ($i=1,2$) olarak tanımlanan genelleştirilmiş kütle ve rijitlikleri hesap ediniz. $\omega_i^2=K_i/M_i$ ($i=1,2$). ifadesini kullanarak açısal frekansları kontrol ediniz. (g) M_1^* ve M_2^*, etkili modal kütleleri hesap ederek $M_1^*+M_2^*=3M_o$ eşitliğinin sağlandığınız gösteriniz.



Problem 2:

Şekildeki tek açıklıklı kirişin kesit eğilme rijitliği EI, birim boy kütlesi m ve açıklığı ℓ dir. Kirişin sağ tarafı basit mesnetli olup, sol mesnetindeki M_o kütlesi k_t yay rijitliği ile mesnetlenmiştir. Kirişin mesnet şartlarını kullanarak sistemin serbest titreşim frekanslarını veren ifadeyi $M_o=3m\ell$ ve $k_u=2EI/\ell^3$ kabul ederek sadece $\beta^4=m\ell^4\omega^2/(EI)$ parametresine bağlı olarak elde ediniz.

$$m\ddot{u}+c\dot{u}+ku=-m\ddot{u}_g(t) \qquad \ddot{u}+2\xi\omega\dot{u}+\omega^2u=-\ddot{u}_g(t) \quad \omega_D=\omega\sqrt{(1-\xi^2)}$$

$$u(t,\xi,\omega)=-\frac{1}{\omega_D}\int_o^t\ddot{u}_g(\tau)\exp[-\xi\omega(t-\tau)]\sin[\omega_D(t-\tau)]\,d\tau \qquad \dot{u}(t,\xi,\omega)=-\int_o^t\ddot{u}_g(\tau)\exp[-\xi\omega(t-\tau)]\cos[\omega_D(t-\tau)]\,d\tau-\xi\omega u(t,\xi,\omega)$$

$$\mathbf{m}\,\ddot{\mathbf{u}}(t)+\mathbf{k}\,\mathbf{u}(t)=\mathbf{p}(t) \quad \mathbf{u}(t)=\begin{bmatrix}u_1(t) & u_2(t)\end{bmatrix}^T \quad \mathbf{p}(t)^T=\begin{bmatrix}P_1(t) & P_2(t)\end{bmatrix} \quad \omega_i=2\pi/T_i$$

$$(\mathbf{k}-\omega_i^2\,\mathbf{m})\,\boldsymbol{\phi}_i=0 \quad (\mathbf{I}-\omega_i^2\,\mathbf{d}\,\mathbf{m})\,\boldsymbol{\phi}_i=0 \quad \left|\mathbf{k}-\omega_i^2\,\mathbf{m}\right|=0 \quad \left|\mathbf{I}-\omega_i^2\,\mathbf{d}\,\mathbf{m}\right|=0 \quad M_i=\boldsymbol{\phi}_i^T\,\mathbf{m}\,\boldsymbol{\phi}_i$$

$$K_i=\boldsymbol{\phi}_i^T\mathbf{k}\,\boldsymbol{\phi}_i \quad M_i\,\ddot{Y}_i(t)+K_i\,Y_i(t)=\boldsymbol{\phi}_i^T\mathbf{p}(t) \quad Y_i(t)=\sum_{i=1}^{2}\boldsymbol{\phi}_i^T\,\mathbf{m}\,\mathbf{v}/M_i \quad k=\frac{3EI}{h^3} \quad k=\frac{12EI}{h^3}$$

$$Y_i(t)=\frac{\sin\omega_i t}{M_i\,\omega_i}\left[\boldsymbol{\phi}_i^T\int_o^{t_o}\mathbf{p}(\tau)\,d\tau\right] \qquad L_i=\boldsymbol{\phi}_i^T\mathbf{m}\,\mathbf{1} \quad \Gamma_i=L_i/M_i \quad M_i^*=\Gamma_i\,L_i \quad \mathbf{1}=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}^T \quad V_{bj}=M_j^*\,S_a(T_j)$$

$$u(x,t)=\sum\boldsymbol{\phi}_i(x)\,Y_i(t) \qquad \ddot{Y}_i(t)+\omega_i^2\,Y_i(t)=0 \qquad M(x,t)=-EI\frac{\partial^2u}{\partial x^2} \qquad V(x,t)=-EI\frac{\partial^3u}{\partial x^3} \qquad f_{nj}=V_{bj}\frac{m_n\,\phi_{nj}}{\sum_k m_k\,\phi_{kj}}$$

$$Y_i(t)=\frac{\sin\omega_i t}{M_i\,\omega_i}\left[\boldsymbol{\phi}_i^T\int_o^{t_o}\mathbf{p}(\tau)\,d\tau\right] \quad \mathbf{u}(x,t)=\sum\boldsymbol{\phi}_i(x)\,Y_i(t) \qquad \ddot{Y}_i(t)+\omega_i^2\,Y_i(t)=0$$

$$\phi(x)=A_1\sin ax+A_2\cos ax+A_3\sinh ax+A_4\cosh ax \qquad a^4=\frac{m\,\omega^2}{EI}$$