

# İKİ BOYUTLU SAYISAL BUZUL AKIŞ MODELİ: ESKİ BUZUL KAYITLARINDAN PALEOKİKLİMİ ANLAMAYA YÖNELİK YENİ BİR YAKLAŞIM

TWO DIMENSIONAL NUMERICAL ICE FLOW MODELING: A NEW APPROACH TO RECONSTRUCT THE PALEOCLIMATE FROM GLACIAL RECORDS

Adem Candaş<sup>1</sup>, M. Akif Sankaya<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Istanbul Teknik Üniversitesi, Avrasya Yer Bilimleri Enstitüsü, Maslak, 34469 Türkiye  
candas@itu.edu.tr



## GİRİŞ

Bu çalışmada, dağlık bölgelerde buzul yayılım alanlarını modellemek için, yeni bir iki boyutlu (2D) sayısal buzul akış modeli üretilmiştir. Model sayesinde geniş bir yelpazede iklim koşulları değiştirilerek kararlı bir buzul için yayılım alanları oluşturulmaktadır. Bu modelleme çalışmasında herhangi bir vadi buzulunun yıllık kütle dengesi tarafından sağlanan buz akışı hesaplanmaktadır. Yıllık kütle dengesi kar ve (veya) buz için net birikim ile ablasyon arasındaki farktan hesaplanmaktadır. Önceden belirlenmiş iklim koşullarında oluşturulan modelden elde edilen buzul yayılımı ile saha gözlemlerinden elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak, eski iklim şartları yeniden üretilmeye çalışılmaktadır. Herhangi bir topoğrafya üzerinde iki boyutlu buzul şekil ve dağılımını modellemek için, zamana bağlı kısmi diferansiyel denklem (PDE) kullanılmıştır. 2D buzul akış modeli kodu MATLAB'da oluşturulmuş ve sonlu farklar yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Ayrıca bu çalışmada modeli test etmek için, Dedegöl Dağları'ndaki (GB Türkiye) Geç Kuvaterner'de gelişikleri bilinen vadi buzulları tekrar oluşturulmuş ve paleoiklim koşulları kestirilmeye çalışılmıştır. Bu çalışma TÜBİTAK 114Y548 projesi tarafından desteklenmektedir.

## ABSTRACT

A new two dimensional (2D) numerical ice flow model is generated to simulate the steady-state glacier extent for a wide range of climate conditions. The simulation includes the flow of ice enforced by the annual mass balance gradient of a valley glacier. The annual mass balance is calculated by the difference of the net accumulation and ablation of snow and (or) ice. The generated model lets the user compare the simulated and field observed ice extent of glacier. As a result, model results provide the conditions about the past climates since simulated ice extent is a function of predefined climatic conditions. To predict the glacier shape and distribution in two dimension, time dependent partial differential equation (PDE) is solved. Thus, a 2D glacier flow model code is constructed in MATLAB and a finite difference method is used to solve this equation. We have applied the initial model code to the Mount Dedegöl (SW Turkey), where we have observed extensive paleoglaciers during the Late Quaternary. This study is supported by TÜBİTAK 114Y548 project.

## 2 BOYUTLU SAYISAL AKIŞ MODELİ

Geç Kuvaterner buzullarının modellenmesinde kullanılan standart modeller genellikle yalnızca kar ve buz için net birikim ile ablasyon arasındaki farkı kullanarak buzulun gelişim sürecini modellemeyi amaçlamaktadır. Bu çalışmada buzul kütlelerinin, yoğunluk, buzul kalınlığı gibi özgül değişkenlerinin yanısıra, bulunduğu topoğrafyanın değişken eğimlerinden de etkilenecek kayması ve plastik deformasyona uğraması modellenmeye çalışılmıştır. Bu amaçla ASTER GDEM'den alınan 30 m çözünürlüklü Dedegöl Dağları yükseklik verileri MATLAB programına aktarılmış, bu sayede kullanılan topoğrafyanın sayısal değerleri elde edilmiştir.

Buzul akışını modelleyen temel denklem (süreklilik denklemi) Fastook ve Chapman (1989) ve Plummer (2003 ve 2014) tarafından sunulmuştur. Aşağıdaki denklem buzul yüksekliğinin zamana bağlı değişiminin x ve y yönlerindeki akışın değişimine bağlı olduğunu gösterir.

$$\frac{\partial h}{\partial t} = M(x, y) - \frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} \quad (1)$$

Burada,  $h$  indisi buzulun alt taban noktadan yüksekliğini;  $t$  zamanı;  $x$  ve  $y$  düzlemdeki eksenleri;  $q_x$  ve  $q_y$  buzul akısını;  $M$  kar veya buz için yıllık net birikim ile ablasyon arasındaki farkı ifade etmektedir.

Fastook ve Chapman (1988) bir düzlemdeki  $(x, y)$  noktasındaki akının, ilgili noktadaki düşey doğrultudaki ortalama hızı ile buzul kalınlığının çarpımı olduğunu ifade etmişlerdir.

$$q(x, y) = uH = -k(x, y)\nabla h(x, y) \quad (2)$$

Burada  $q$  buzul akısını;  $u$  düşey doğrultudaki ortalama hızı;  $H$  buzul kalınlığını;  $k$  ise doğrusal olmayan bir katsayısı belirtmektedir. Plummer (2003) tarafından sadeleştirilen buzulun kayma gerilmelerinin iç deformasyon ve kayma hızını kontrol ettiği, buzul ortalama hız formülü aşağıdaki gibidir. Aşağıdaki hız ifadeleri kullanılarak iki boyutlu bir buzul akış modeli kurulabilmektedir.

$$u = u_d + u_s = (1 - f)H^2 A \tau^3 + f \tau^2 \quad (3)$$

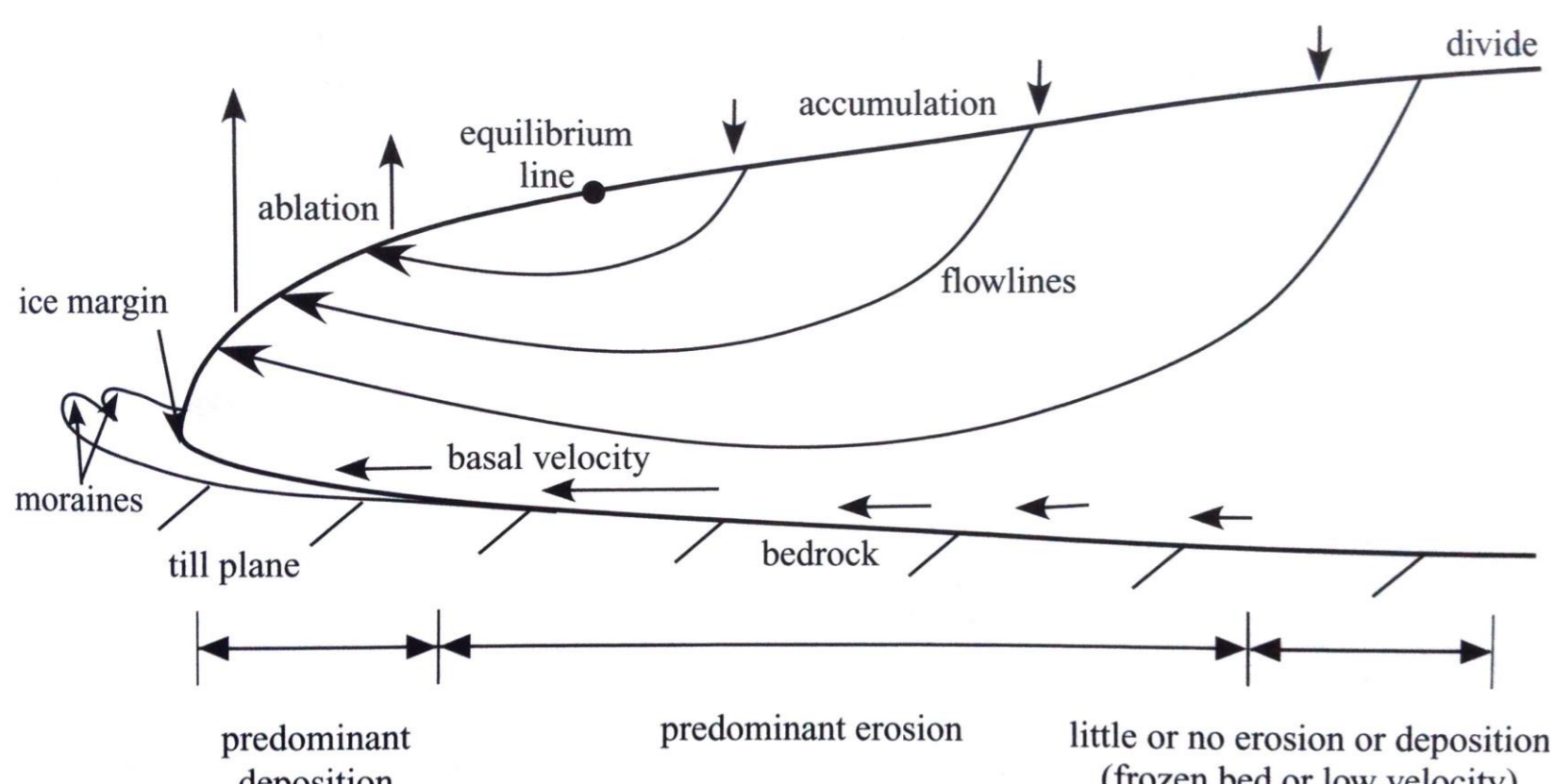
Burada,  $d$  ve  $s$  indisleri sırasıyla deformasyon ve kaymayı;  $\tau$  kayma gerilmesini;  $A$  ve  $B$  ise buzul tipine bağlı kayma ve akmayı kontrol eden katsayıları;  $f$  ise hızın iç deformasyon ve kaymaya bağlı olmasını ifade etmektedir. (2) ve (3) nolu denklemlerden hareketle  $k(x, y)$  iletim katsayısı aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$k(x, y) = - \left[ (1 - f) \frac{2}{5} A (g\rho)^3 H^5 (\nabla h)^2 + f B (g\rho)^2 H^3 (\nabla h) \right] \quad (4)$$

Bu doğrusal olmayan problem ancak iteratif yöntemlerle çözülebilmektedir. Buna göre, başlangıçta  $k(x, y)$  katsayısı tüm alanda eş alınarak her bir adımda  $H$ , buzul kalınlığı ve  $h$ , buzul yüksekliği (topoğrafya ile ilişkili) bulunarak çözümün yakınsaması sağlanabilir. Bu yakınsama için buzul kalınlığının değişiminin azalması kullanılabilir (Fastook ve Chapman, 1988). Doğrusal olmayan  $k(x, y)$  katsayısı ile akış denklemi, iteratif yöntemler çözülebilmektedir.

$$\frac{\partial h}{\partial t} = M - \frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) \quad (5)$$

## BUZUL AKIŞI



Şekil 1: Hareket halindeki Buzul kesiti. Morenler, iç gerilmeler, birikim ve buharlaşma alanları ve hareket vektörleri gösterilmiştir (Pelletier, 2008).

## DURAĞAN OLMAYAN 2 BOYUTLU İLETİM DENKLEMİ AYRIKLAŞTIRMASI

(5) nolu denklemin iteratif yöntemlerle çözümü amacıyla zaman ve konumlar üzerinde ayrıklaştırma yapılması gerekmektedir. Patankar'ın (1980) ayrıklaştırmasına göre Şekil 1'de, yatay eksen  $x$  eksenini, düşey eksen  $y$  eksenini temsil etmek üzere, ortadaki  $P$  noktası hesaplanan noktayı;  $N$ ,  $S$ ,  $W$  ve  $E$  noktaları sırasıyla kuzey, güney, doğu ve batıda kalan komşu ayrılcı noktaları göstermektedir.  $P$ , orta noktadaki  $h$  değeri  $t+\Delta t$  zamanındaki değeri;  $h^0$  ise  $t$  zamanındaki değeri belirtmektedir. İşlem kolaylığı açısından denklem tek boyutta ele alınır,

$$\int_w^e \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial h}{\partial t} dt dx = \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial h}{\partial x} \right) dx dt \quad (6)$$

Denklemin sol tarafının integrali alınır;

$$\int_w^e \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial h}{\partial t} dt dx = \Delta x (h^1_p - h^0_p) \quad (7)$$

Sağ tarafın integrali sonucunda;

$$\Delta x (h^1_p - h^0_p) = \int_t^{t+\Delta t} \left( \frac{k_e(h_E - h_P)}{(\delta x)_e} - \frac{k_w(h_P - h_W)}{(\delta x)_w} \right) dt \quad (8)$$

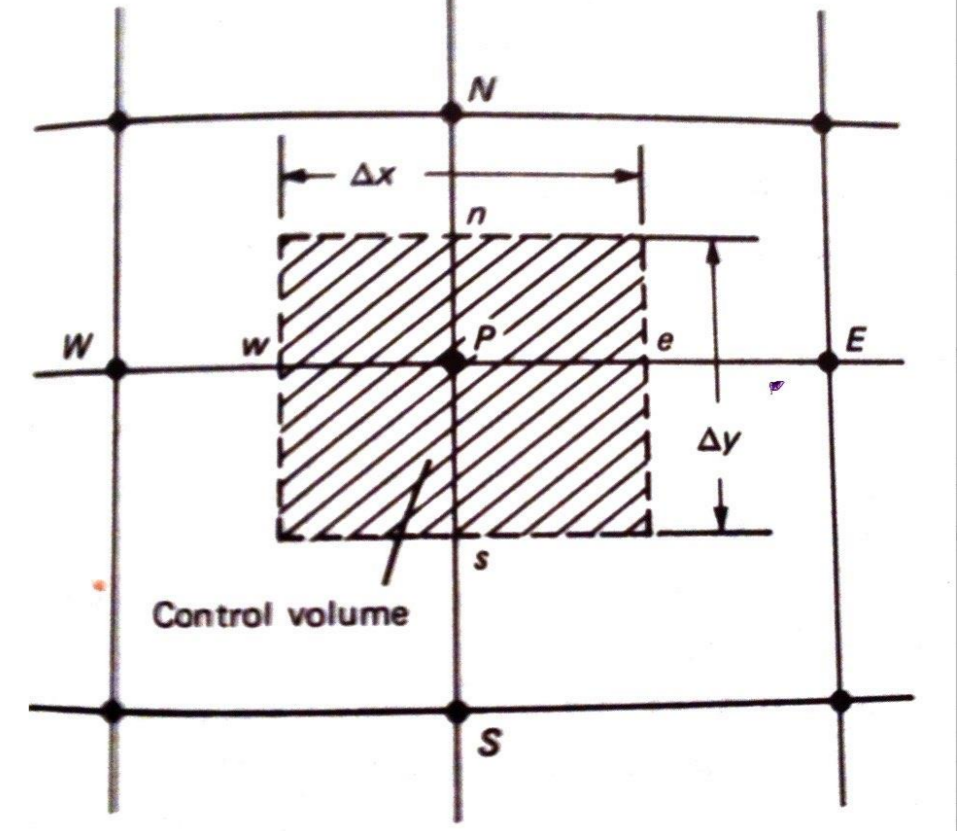
Üstteki integralin alınmasında  $h_P$ ,  $h_E$  ve  $h_W$  değerlerinin zamandaki değişimi üzerine bir varsayım yapılması gerekmektedir. Açık (explicit) çözüm varsayımında  $h^0$  zaman aralığı boyunca devam edip ani bir değişimle  $h^1$  olmaktadır. Buna göre integralin son hali;

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} (h^1_p - h^0_p) = \left( \frac{k_e(h^0_E - h^0_P)}{(\delta x)_e} - \frac{k_w(h^0_P - h^0_W)}{(\delta x)_w} \right) \quad (9)$$

Denklem iki boyutlu hale getirilir ve Tablo 1'deki katsayılarla düzenlenirse;

$$a_P h_P = a_E h^0_E + a_W h^0_W + a_N h^0_N + a_S h^0_S + b \quad (10)$$

Formül,  $t+\Delta t$  zamanındaki  $h$  değeri,  $t$  zamanında, kontrol hacminde başlangıç değeri verilmiş komşu noktalar ile hesaplanabilmektedir.

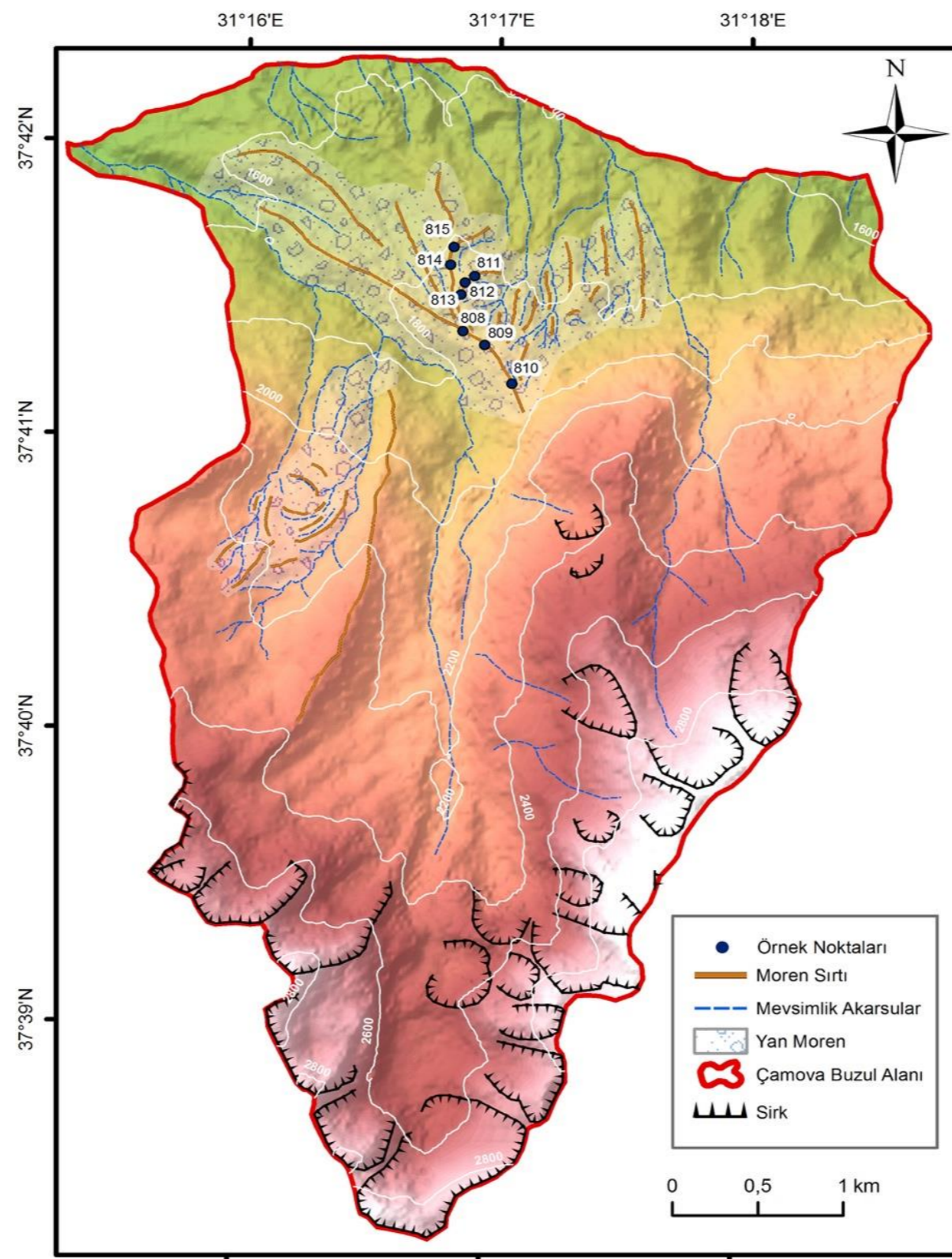


Şekil 2: 2 Boyutlu çözüm düzleminde P noktası etrafındaki kontrol hacmi (Patankar, 1980)

Tablo 1: 2 Boyutlu çözümde kullanılan katsayılar

$a_E = \frac{k_e \Delta y}{(\delta x)_e}$	$a_W = \frac{k_w \Delta y}{(\delta x)_w}$	$a^0_P = \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t}$
$a_N = \frac{k_n \Delta x}{(\delta y)_n}$	$a_S = \frac{k_s \Delta x}{(\delta y)_s}$	$M = M_c + M_p h_P$
$b = M_c \Delta x \Delta y + a^0_P h^0_P$		
$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a^0_P - M_P \Delta x \Delta y$		

## ARAZİ VERİLERİ VE BİLGİSAYAR MODELLEMESİ

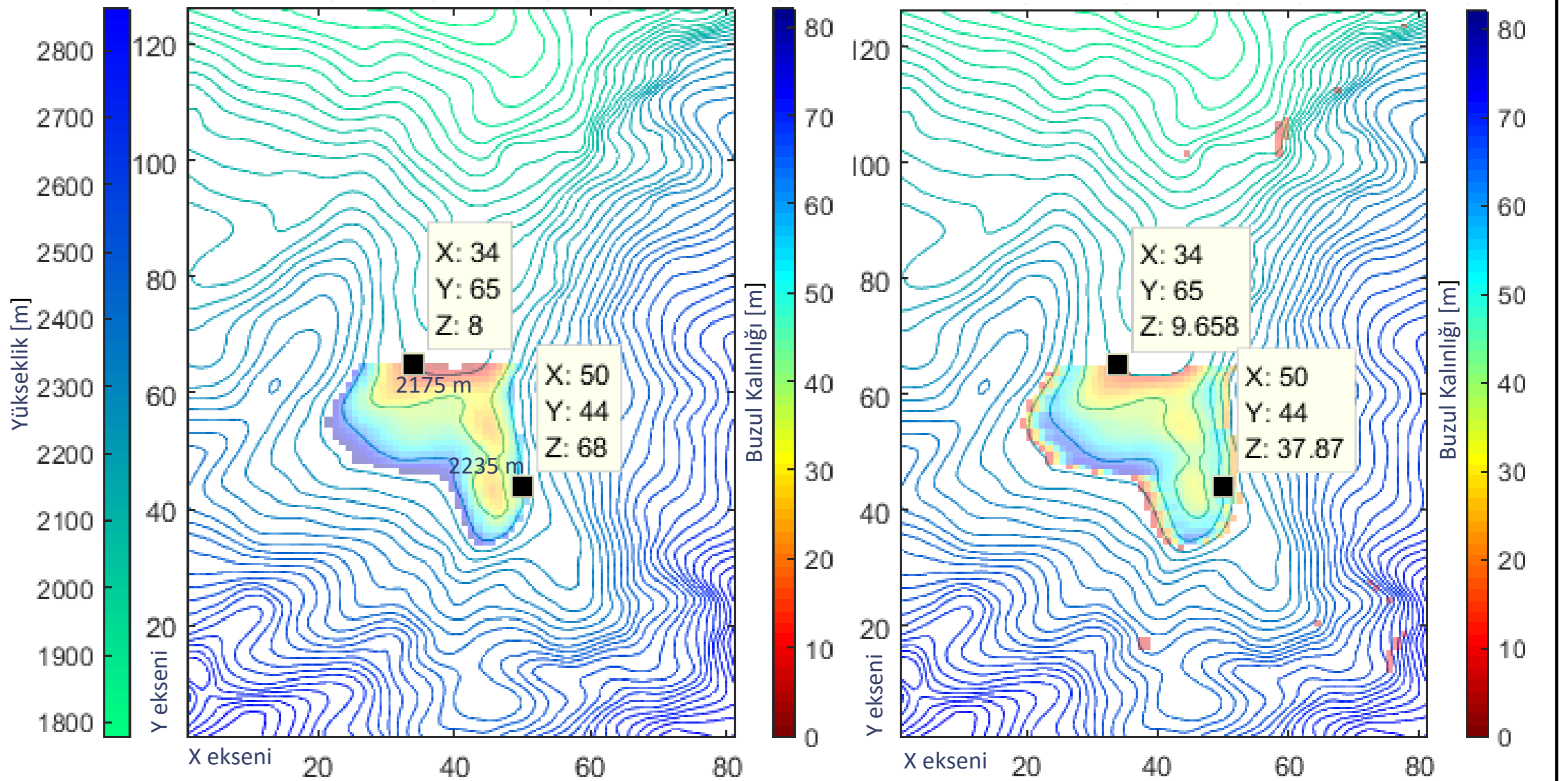


Şekil 3: Batı Toroslar Kuşağında Kuzey-Güney doğrultuda uzanan Dedegöl Dağları, Sayacak Buzul Vadisi moren sirtları ve örnek noktaları



Şekil 4: U Şekli Buzul Vadisi Tierra Del Fuego, Patagonya, Arjantin

Şekil 4'te görülen U şeklindeki buzul vadisi ile benzer şekilli Sayacak Buzul Vadisi'nin yükseklik verileri MATLAB programında işlenmiş ve buzul hareketi geliştirilen yöntemler modellenmiştir. Şekil 5'te sınırları tanımlanmış buzul kütlelerinin zamanla kalınlığındaki değişim gösterilmektedir. Buzul akışını kontrol eden iç gerilmeler ve kayma faktörleri, topoğrafyanın eğimine, buzulun başlangıç kalınlığına ve yıllık buharlaşma ve birikim arasındaki farka ve dolayısıyla sıcaklık ve yağış değişimlerine bağlıdır. Bu çalışma kapsamında geliştirilen 2 boyutlu sayısal akış modellemesi kodu, bu faktörlerin değişimini kontrol ederek, geçmişe yönelik farklı iklim senaryolarının sonuçlarıyla, günümüzde yapılan saha gözlemlerinin verilerini karşılaştırma olanağı sağlamaktadır.



Şekil 4: Dedegöl Dağları, Sayacak Dere Buzul Vadisi, a) Simülasyon öncesi tanımlanmış sınırları tanımlanmış buzul alanı. b) Simülasyonun ardından buzul kalınlığındaki değişim. X ve Y Kartezyen koordinatları; Z metre cinsinden buzul kalınlığını belirtmektedir. Sol renk skalası topoğrafya yüksekliğini, sağ renk skalası (0-80) buzul kalınlığını ifade etmektedir.

## KAYNAKLAR

- Fastook, J. L., & Chapman, J. E. (1989). A map-plane finite-element model: three modeling experiments. *Journal of Glaciology*, 35(119), 48-52.
- Pelletier, J. D. (2008). *Quantitative modeling of earth surface processes* (Vol. 304): Cambridge University Press Cambridge.
- Patankar, S. (1980). *Numerical heat transfer and fluid flow*: CRC press.
- Plummer, M. A., & Phillips, F. M. (2003). A 2-D numerical model of snow/ice energy balance and ice flow for paleoclimatic interpretation of glacial geomorphic features. *Quaternary Science Reviews*, 22(14), 1389-1406.

Bu çalışma TÜBİTAK 114Y548 Projesi tarafından desteklenmektedir.

