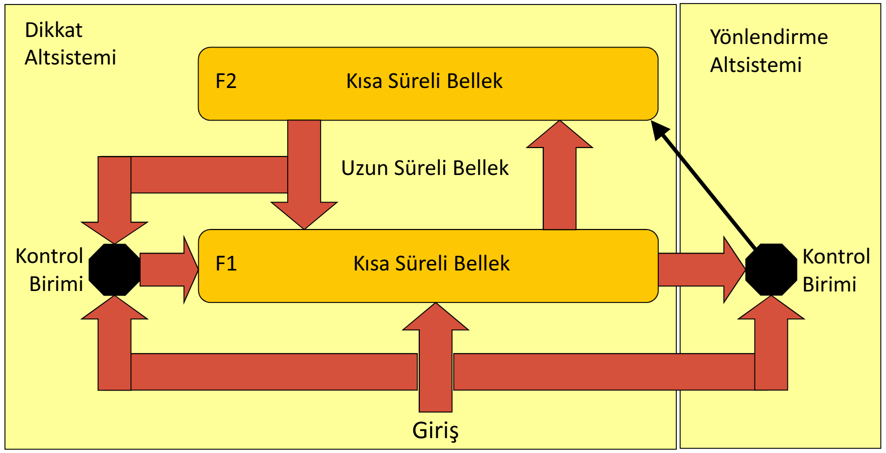
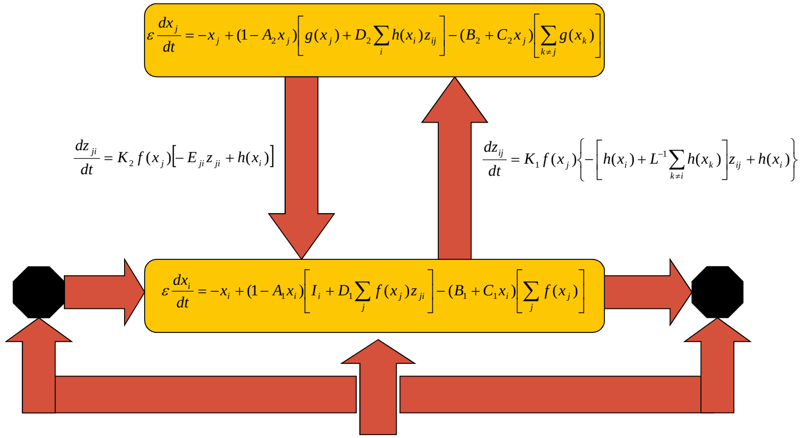
Hatırlatma

ART nasıl çalışıyor?



Mete Balcı, 2005-2007
Nevroz Aslan, Bitirme Ödevi, 2003

Tüm bunlar nasıl yapılıyor?



$$\varepsilon \frac{dx_j}{dt} = -x_j + (1 - A_2 x_j)\left[g(x_j) + D_2 \sum_i h(x_i) z_{ij} \right] - (B_2 + C_2 x_j)\left[\sum_{k \neq j} g(x_k) \right]$$

$$\frac{dz_{ji}}{dt} = K_2 f(x_j)\left[-E_{ji} z_{ji} + h(x_i) \right]$$

$$\frac{dz_{ij}}{dt} = K_1 f(x_j)\left\{ -\left[h(x_i) + L^{-1} \sum_{k \neq i} h(x_k) \right] z_{ij} + h(x_i) \right\}$$

$$\varepsilon \frac{dx_i}{dt} = -x_i + (1 - A_1 x_i)\left[I_i + D_1 \sum_j f(x_j) z_{ji} \right] - (B_1 + C_1 x_i)\left[\sum_j f(x_j) \right]$$

Mete Balcı, 2005-2007
Nevroz Aslan, Bitirme Ödevi, 2003

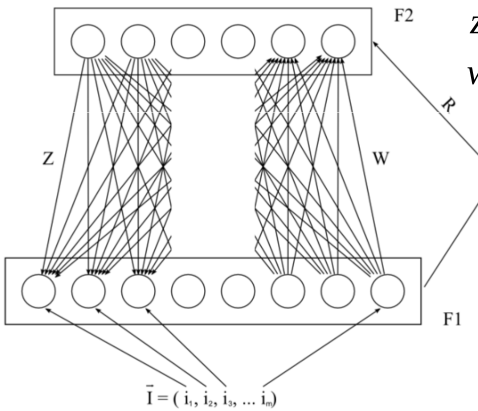
ART -1

Amaç: Verilen örüntüleri önceden belirlenmiş benzerlik kıstasına göre öbekleme, gerekirse yeni öbekler oluşturma

Verilenler: n boyutlu p tane vektör benzerlik kıstası "uyanıklık" katsayısı

$x_i \in \{0,1\}^n \qquad \{x_k\}\Big|_{k=1}^{p} \qquad \rho$

Ağ Yapısı:



z_{ij} yukarıdan aşağı bağlantılar

w_{ji} aşağıdan yukarı bağlantılar

$i = 1,\dots,n$

$j = 1,\dots,m$

ilk ağırlıklar

$w_{ji}(0) = \dfrac{1}{1+n} \qquad z_{ij}(0) = 1$

http://en.wikipedia.org/wiki/File:ART.png

Öğrenme Kuralı:

x için *kazananı belirle*

$$y_j = w_j^T x \qquad j = 1,\dots,m$$

$$y^* = \max_j (y_j)$$

F_1 katmanındaki gösterim (w) ile veri (x) 'nin benzerliğinin ölçüsüne "uyanıklık" (ρ) değerine göre karar veriliyor.

$\dfrac{z^T x}{\|x\|} > \rho$ ise kazanan aşağıdan yukarıya ağırlık (w) güncelleniyor

Kazananı belirlemek için hangi ağırlık kullanılıyor? Hangi ağırlık güncelleniyor?

Ağırlıkların Güncellenmesi:

$$z_{ij}(k+1) = z_{ij}^*(k) x_j$$

$$w_{ji}(k+1) = \frac{z_{ij}^*(k) x_j}{0.5 + z_{ij}^*(k) x_j}$$

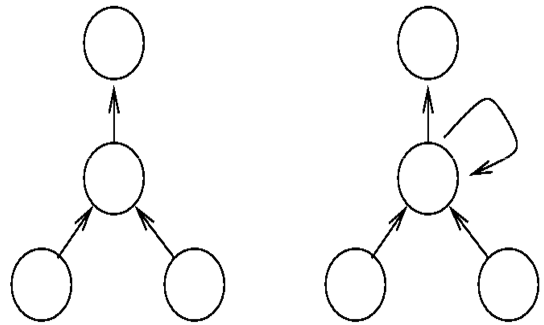
Kazanan uyanıklık koşulunu sağlamıyorsa ne olacak?

F_2 katmanına yeni örüntü yerleştirilecek
İlgili aşağıdan yukarı ağırlıklar, ilk ağırlık güncellenmesinde gibi belirlenecek, yukarıdan aşağı ağırlıklar yeni örüntünün değerleri olaral alınacak

Örnek :

$$T=\{\begin{bmatrix}1\\1\\0\\0\\0\\0\\1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\0\\1\\1\\1\\1\\0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1\\0\\1\\1\\1\\1\\0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\\1\\1\\0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1\\1\\0\\1\\1\\1\\0\end{bmatrix}\},\quad \rho=0.7$$

Dinamik Yapay Sinir Ağı Modelleri
Yinelemeli Ağlar
(recurrent networks)



İleri yol

Geri besleme

http://www.willamette.edu/~gorr/classes/cs449/rnn1.html

Dinamik Sistem

Önce lineer dinamik sistemler hakkında bildiklerimizi hatırlayalım...

durum değişkeni

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t),\qquad x(t_o)=x_o$$

ilk koşul

$$y(t)=Cx(t)+Du(t)$$

çıkış değişkeni

giriş değişkeni

Bu değişkenlere ilişkin başka neyi belirtmemiz gerek........

$x\in$........ $y\in$........ $u\in$........

Bu sistemin çözümü.....

$$x(t)=e^{A(t-t_o)}x(t_o)+\int_{t_o}^{t}e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$$

Bir özel hal: $\dot{x}(t)=Ax(t)$ ⟵ Otonom sistem

Çözümü bir daha yazarsak

özvektörler

$$x(t)=e^{\lambda_1(t-t_o)}S_1x_1(t_0)+e^{\lambda_2(t-t_o)}S_2x_2(t_0)+.....e^{\lambda_n(t-t_o)}S_nx_n(t_0)$$

özdeğerler

Çözüm, özvektörler ve özdeğerler ile nasıl değişir

....

Özvektörleri aynı özdeğerleri farklı iki sistem

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \qquad A_2 = \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_{11} = -1 - 2i \qquad \lambda_{21} = -3 - 2i$$
$$\lambda_{12} = -1 + 2i \qquad \lambda_{22} = -3 + 2i$$

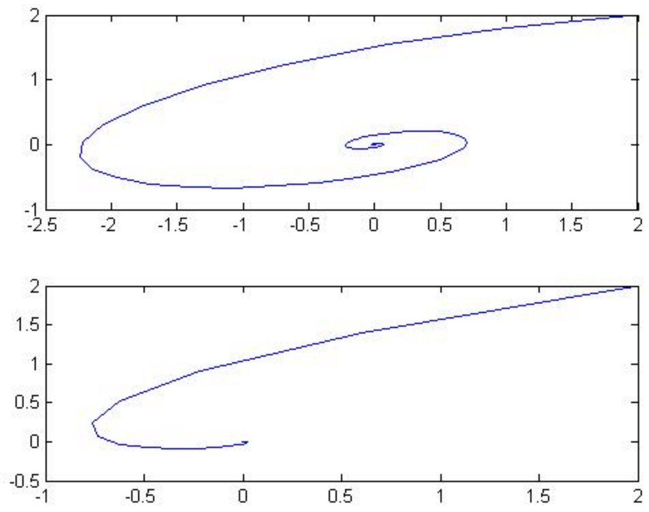
$$S_{11} = \begin{bmatrix} 0.9129 \\ -0.1826 - 0.3651\,i \end{bmatrix} \quad S_{21} = \begin{bmatrix} 0.9129 \\ -0.1826 - 0.3651\,i \end{bmatrix}$$

$$S_{12} = \begin{bmatrix} 0.9129 \\ -0.1826 + 0.3651\,i \end{bmatrix} \quad S_{22} = \begin{bmatrix} 0.9129 \\ -0.1826 + 0.3651\,i \end{bmatrix}$$

Hangisi daha hızlı sıfıra yaklaşıyor ?

A1 sistemi

A2 sistemi



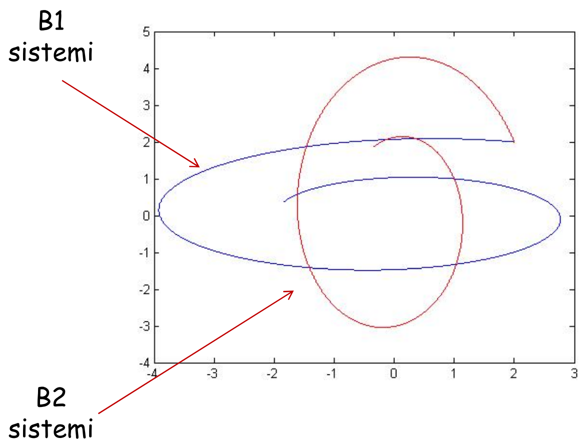
Özdeğerleri aynı özvektörleri farklı iki sistem

$$B_1 = \begin{bmatrix} -0.2 & -5 \\ 1 & -0.3 \end{bmatrix} \qquad B_2 = \begin{bmatrix} -0.2 & -1 \\ 5 & -0.3 \end{bmatrix}$$

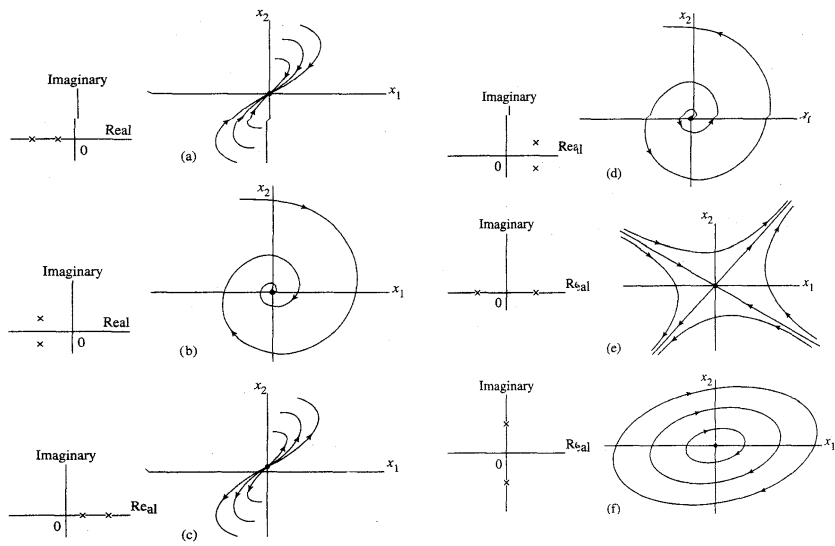
$$\lambda_{11} = -0.25 + 2.235\,i \qquad \lambda_{21} = -0.25 + 2.235\,i$$
$$\lambda_{12} = -0.25 - 2.235\,i \qquad \lambda_{22} = -0.25 - 2.235\,i$$

$$S_{11} = \begin{bmatrix} 0.9125 \\ 0.0051 + 0.4081\,i \end{bmatrix} \quad S_{21} = \begin{bmatrix} 0.0051 + 0.4081\,i \\ 0.9125 \end{bmatrix}$$

$$S_{12} = \begin{bmatrix} 0.9125 \\ 0.0051 - 0.4081\,i \end{bmatrix} \quad S_{22} = \begin{bmatrix} 0.0051 - 0.4081\,i \\ 0.9125 \end{bmatrix}$$



Bu durumda lineer sistemin çözümleri neler olabilir?



Tüm bu durum portrelerinde ortak bir şey var, ne?

Dinamik sistemin özel bir çözümü: Denge noktası

$$\dot{x}(t) = Ax(t) \;\Rightarrow\; 0 = Ax_d$$
$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \;\Rightarrow\; 0 = f(x_d)$$

Kaç tane denge noktası olabilir?

Sistemin davranışını incelemenin bir yolu kararlılığını incelemektir.

<u>Tanım:</u> Lyapunov anlamında kararlılık

$\dot{x}(t) = f(x(t))$ sistemine ilişkin bir denge noktası x_d olsun. Verilen herhangi bir $\varepsilon > 0$ için

$$\|x(0) - x_d\| < \delta(\varepsilon)$$

eşitsizliği

$$\|x(t) - x_d\| < \varepsilon$$

eşitsizliğini gerektirecek şekilde bir $\delta(\varepsilon)$ bulunabiliyorsa x_d denge noktası Lyapunov anlamında kararlıdır.

Lineer sistemlerde denge noktasının Lyapunov anlamında kararlılığını incelemek için ne yapılınılıyor?
Denge noktasının kararlılığı neye denk, neden?

Lineer sistem modeli neden yetersiz?

"Virtually, all physical systems are nonlinear in nature."

M. Vidyasagar

sonlu kaçış zamanı
çoklu yalıtılmış denge noktası
limit çevrim
altharmonik, harmonik ve neredeyse periyodik çözümler
kaos
çoklu davranış

Neden hep lineer sistemler ele alınıyor?

". . . not to produce the most comprehensive
descriptive model
but
to produce the simplest possible model that
incorporates the major features of the
phenomenon of interest."

Howard Emmons

Lyapunov anlamında kararlılığı incelemenin bir yöntemi nedir?

2. Yöntem
(Dolaysız)

1. Yöntem
(Dolaylı)

<u>Lyapunov'un 2. yöntemi</u>

<u>Tanım:</u> Lyapunov Fonksiyonu

$$V(x) \text{ Lyapunov Fonksiyonudur} \Leftrightarrow \begin{cases} V(x) > 0, \quad \forall x \in B_r(x_d) \\ V(x) \in C^1 \\ V(x_d) = 0 \end{cases}$$