

## **BÖLÜM 8**

### **İNCE PROFİL TEORİSİ**

- 8.1- İnce profil yaklaşımı
- 8.2- İnce profil için matematik model
- 8.3- Taşıma ve yunuslamanın girdap dağılımıyla ilişkisi
- 8.4- Sınır şartları, ince profil için integro-diferansiyel denklem
- 8.5- Direkt problem. Özel çözümler
- 8.6- İnce profiller için genel çözüm
- 8.7- Flaplı profil

## 8.1- İnce profil yaklaşımı:

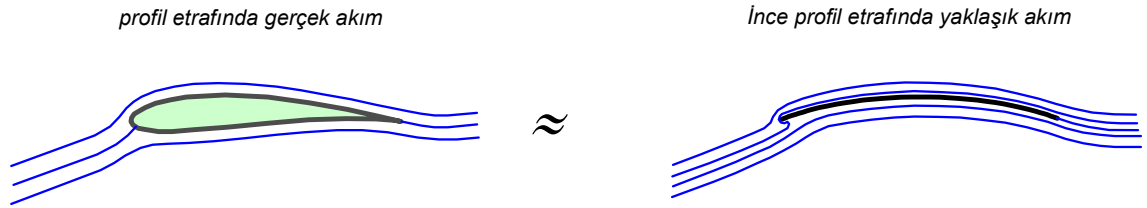
Üniform paralel akım içerisinde yer alan bir kanat profiline etkiyen  $L$  taşıma kuvveti; akışkanın yoğunluğu  $\rho_\infty$  ve serbest akımın hızı  $V_\infty$  olmak üzere profil etrafında oluşan  $\Gamma$  sirkülasyon şiddetine,

$$L = \rho_\infty V_\infty \Gamma$$

şeklinde bağlanabilir. Kanat profili etrafında sirkülasyon ancak simetrik olmayan bir akış halinde oluşabilir. Akıştaki simetriyi bozan unsurların profilin hücum açısı ve kamburluğu olduğu bilinmektedir. Taşıma üzerinde profil kalınlığının etkisi ise ikinci mertebededir.

Yunuslama momenti de daha ziyade taşımanın veter boyunca dağılımıdan kaynaklanan bir aerodinamik karakteristik olup, aynı şekilde profilin kamburluğuna ve hücum açısına bağlı olduğu, kalınlığın yunuslama üzerindeki etkisinin yine ikinci mertebeden olduğu söylenebilir.

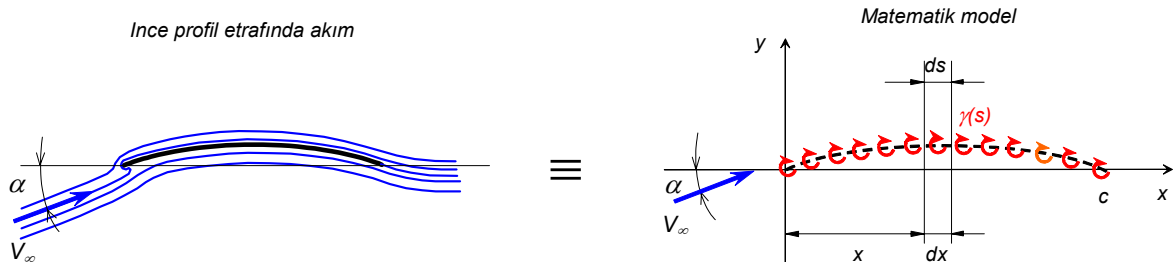
Buna göre, bir kanat profilinin taşıma ve yunuslama karakteristikleri elde edilmek istenildiğinde doğrudan bu kanat profili etrafındaki akımı çözmek yerine, bu profilin sadece kamburluk eğrisi esas alınarak tanımlanacak kamburluk yayı şeklindeki bir profil etrafında aynı hücum açısındaki akımı incelemek, birinci mertebeden bir yaklaşımla yeterli olacaktır



Ancak böyle bir yaklaşım yapılırken, profilin çok kalın olmaması, kamburluğunun ve hücum açısının çok büyük olmaması gerekmektedir. Aksi takdirde kalınlık dağılımının, büyük kamburluğun ve yüksek hücum açısının sınır tabaka gelişimi nedeniyle yaratacağı dolaylı etkiler önemli hataya yol açacaktır.

## 8.2- İnce profil için matematik model

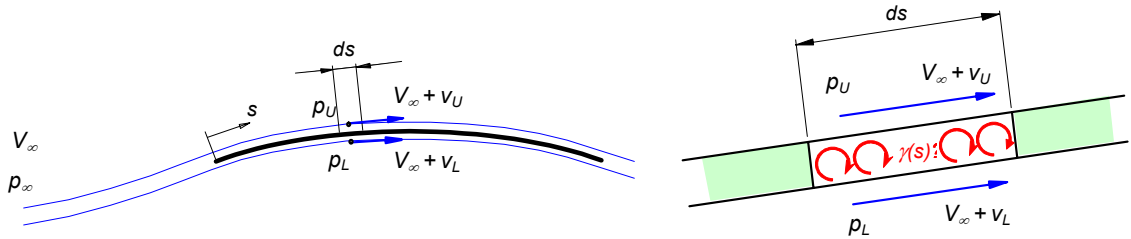
Üniform akımda yer alan kamburluk eğrisi şeklindeki bir profilin yarattığı akım alanı daimi, sıkıştırılmaz ve potansiyel kabul edilerek, üniform akımla bu kamburluk eğrisi boyunca yer alan bir girdap dağılımının süperpozisyonu şeklinde modellenebilir.



Bu model akımın gerçek akımı temsil edebilmesi için girdap şiddetinin veter boyunca dağılımının uygun seçilmesi gereklidir. Girdap şiddetleri yüzey üzerindeki sınır şartı ve Kutta şartı birlikte kullanılarak hesaplanır.

### 8.3. Taşıma ve yunuslamanın girdap dağılımıyla ilişkisi

Kamburluk eğrisinin sonsuz küçük boydaki bir kısmını ve bunu temsil eden girdap dağılımını birlikte ele alalım. Bu elemanın hemen üzerinde ve hemen altındaki statik basınçlar sırasıyla  $p_U$  ve  $p_L$  olsun. Hızları ise, serbest akım hızıyla cismin varlığından (veya bunun karşılığı olarak girdap dağılımından) kaynaklanan bozuntu hızlarının toplamı olarak sırasıyla  $(V_\infty + v_U)$  ve  $(V_\infty + v_L)$  şeklinde düşünmek mümkündür.



Bu durumda profile etkiyen taşıma kuvveti ve hücum kenarı etrafındaki yunuslama momenti eğrinin alt yüzü ile üst yüzü arasındaki basınç farkının veter boyunca

$$L = \int_0^c (p_L - p_U) dx$$

$$M_{HK} = - \int_0^c x \cdot (p_L - p_U) dx$$

şeklinde integralleri alınarak yaklaşık biçimde hesaplanabilir.

Diğer taraftan, kamburluk eğrisinin hemen üstünden ve hemen altından geçen birer akım çizgisi boyunca Bernoulli denklemi uygulanırsa basınç farkları için

$$p_\infty + \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 = p_U + \frac{1}{2} \rho (V_\infty + v_U)^2$$

$$p_\infty + \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 = p_L + \frac{1}{2} \rho (V_\infty + v_L)^2$$

$$\Delta p = p_L - p_U = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 \left[ 1 + 2 \frac{v_U}{V_\infty} + \left( \frac{v_U}{V_\infty} \right)^2 - 1 - 2 \frac{v_L}{V_\infty} - \left( \frac{v_L}{V_\infty} \right)^2 \right]$$

$$\Delta p \cong \rho V_\infty (v_U - v_L)$$

bulunur. Ayrıca hızlarla girdap şiddeti arasında

$$\gamma \cdot \delta s = (V_\infty + v_U) \cdot \delta s - (V_\infty + v_L) \cdot \delta s \quad \rightarrow \quad \gamma(s) \cong \gamma(x) = v_U - v_L$$

şeklinde bir ilişki kurulabilir. Hızlarla girdap şiddeti arasındaki ilişki için daha kapsamlı bir inceleme **Ek-8.1** 'de yer almaktadır.

Son iki bağıntı birleştirilerek basınç farkları girdap şiddetlerine

$$\Delta p(x) = p_L - p_U \cong \rho V_\infty \gamma(x)$$

şeklinde bağlanır. Böylece taşıma ve yunuslama momenti için verilen bağıntılar sırasıyla

$$L \cong \rho V_\infty \int_0^c \gamma(x) dx$$

$$M_{HK} \cong -\rho V_\infty \int_0^c x \cdot \gamma(x) dx$$

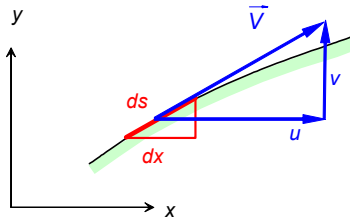
şekline gelir.

## 8.4- Sınır şartları, ince profil için integro-diferansiyel denklem

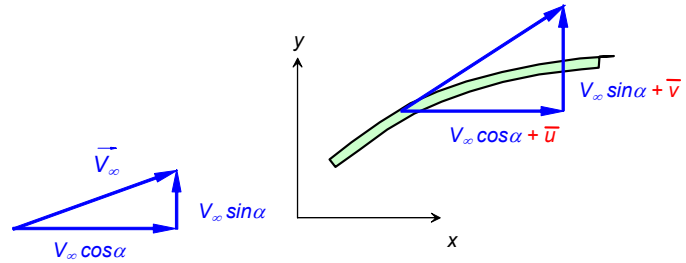
### 8.4.1. Yüzey sınır şartı

Potansiyel akım problemlerinde yüzey üzerindeki sınır şartı "*akımın yüzeye teğet olması*" şeklinde ifade edilebilir. Buna göre, akım hızının  $x$  ve  $y$  eksenini boyunca bileşenleri sırasıyla  $u$  ve  $v$  olmak ve yüzey eğrisi de  $y_w(x)$  olmak üzere sınır şartı

$$\frac{dy_w}{dx} = \frac{v}{u}$$



Potansiyel akımda sınır şartı



İnce profil için sınır şartı

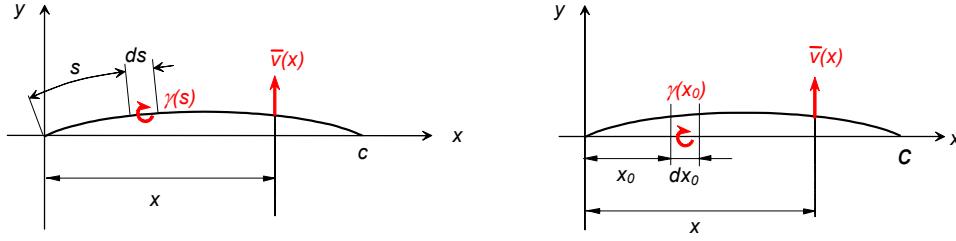
şeklinde ifade edilebilir: Bu sınır şartı ince bir profile için yaklaşık olarak yazılabilir:

$$\begin{aligned} \frac{dy_w}{dx} &= \frac{V_\infty \sin \alpha + \bar{v}}{V_\infty \cos \alpha + \bar{u}} \cong \frac{V_\infty \alpha + \bar{v}}{V_\infty + \bar{u}} = \left( \alpha + \frac{\bar{v}}{V_\infty} \right) \cdot \left( 1 + \frac{\bar{u}}{V_\infty} \right)^{-1} = \left( \alpha + \frac{\bar{v}}{V_\infty} \right) \cdot \left( 1 - \frac{\bar{u}}{V_\infty} + \dots \right) \\ &= \alpha + \frac{\bar{v}}{V_\infty} - \alpha \frac{\bar{u}}{V_\infty} - \frac{\bar{u}\bar{v}}{V_\infty^2} + \dots \end{aligned}$$

$$\frac{dy_w}{dx} \cong \alpha + \frac{\bar{v}}{V_\infty}$$

Buradaki  $\bar{v}$  büyüklüğü, kamburluk eğrisi üzerindeki girdap dağılımının, sınır şartının uygulandığı noktada indüklediği bozuntu hızının düşey bileşeni temsil etmektedir.

İnce profil yaklaşımı dahilinde kamburluk eğrisi boyunca yer alan girdap dağılımının indüklemeleri yerine bunların veter boyunca izdüşümü gibi düşünülen bir girdap dağılımının indüklemelerini almak mümkündür.



Buna göre, girdapla ilgili bilgiler hatırlanarak

$$\bar{v}(x) = \frac{I}{2\pi} \int_0^c \frac{\gamma(x_0) dx_0}{x_0 - x}$$

elde edilir. Bu bağıntı da sınır şartı için bulunan ifadede kullanılarak, sonuçta

$$V_\infty \left( \frac{dy_w}{dx} - \alpha \right) = \frac{I}{2\pi} \int_0^c \frac{\gamma(x_0) dx_0}{x_0 - x}$$

şeklinde bir bağıntıya gelinir. Bu son bağıntı, aslında, ince profil yerine alınan kamburluk eğrisinin geometrik şekli ile üzerindeki girdap dağılımı arasında ilişki kuran bir denklemdir.

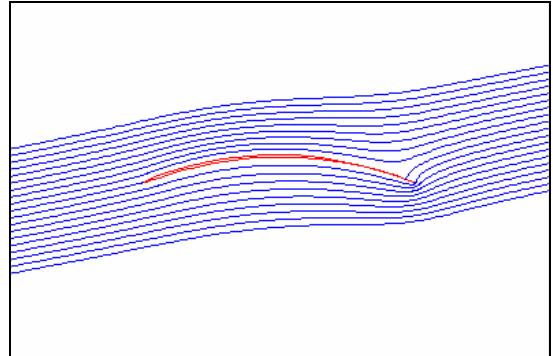
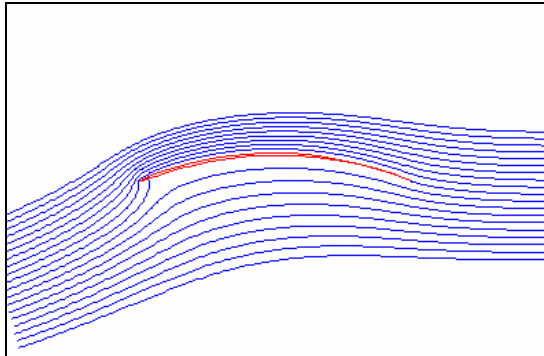
Pratikte karşılaşılan problemleri başlıca iki sınıfta toplamak mümkündür:

- *Direkt problem* : Kamburluk eğrisi verildiğinde girdap dağılımın, taşıma kuvvetinin ve yunuslama momentinin hesaplanması
- *Ters problem* : İstenilen taşıma kuvveti ve yunuslama momentini veya girdap dağılımını sağlayacak kamburluk eğrisinin bulunması

Yukarıdaki denklem direkt problem halinde  $\gamma(x)$  için, ters problem halinde ise  $y(x)$  için çözülür.

#### 8.4.2. Kutta şartı

İnce profil için integro-diferansiyel denklemin Kutta şartı da dikkate alınarak çözülmesi gereklidir. Kutta şartı akımın kanat profilini firar kenarından düzgün bir biçimde terk etmesi şeklinde ifade edilir. Aşağıdaki şekilde Kutta şartının sağlanmadığı ve sağlandığı akımlar arasındaki fark gösterilmektedir.



İnce profil problemlerinde Kutta şartı girdap şiddetinin firar kenarında sıfır olması şeklinde yorumlanarak uygulanır:

$$\gamma(c) = 0$$

### 8.5. Direkt problem. Özel çözümler

İnce profil için elde edilen integro-diferansiyel denklemin genel bir çözüm tekniğinin bulunması amacıyla bazı özel çözümlerin incelenmesinde yarar vardır. Bunlardan birisi hücum açısı etkisini içeren en basit ince profil olan düz levha hali, bir diğeri ise en basit kamburluk eğrisi olan bir dairesel yay profili halidir.

#### 8.5.1. Düz levha için çözüm:

Düz bir levhanın kamburluğu bulunmadığı için kamburluk eğrisi eğimi sıfır olup, integro-diferansiyel denklem

$$\frac{dy_w}{dx} = 0 \quad \rightarrow \quad -V_\infty \alpha = \frac{1}{2\pi} \int_0^c \frac{\gamma(x_0) dx_0}{x_0 - x}$$

şeklini alır. Burada problem denklemin  $\gamma(x_0)$  için çözümünden ibarettir.

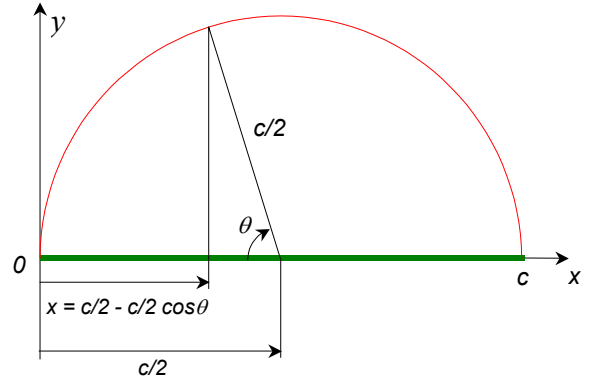
Düz levha için problemin çözümünü, bu denklem yerine doğrudan Joukowski dönüşümü yardımıyla yapmak mümkündür. Dönüşümle çözümün nasıl elde edilebileceği **Ek-8.2** 'de izah edilmekte olup, burada çözüm tekniği üzerinde ayrıca durulmayarak sadece bu yolla elde edilmiş çözümün doğruluğu kontrol edilecektir.

Düz levha için Joukowski dönüşümüyle elde edilen girdap dağılımı, bir açısal koordinat sisteminde

$$\gamma(\theta) \cong 2V_\infty \alpha \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$$

şeklinde verilmektedir. Buradaki açısal koordinat, şekilden de görülebileceği gibi

$$x = \frac{c}{2}(1 - \cos \theta)$$



olarak tanımlanmaktadır.

Verilen çözüm yukarıdaki denklemin sağ tarafında kullanılarak integral hesaplanırsa

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2\pi} \int_0^c \frac{\gamma(x_0) dx_0}{x_0 - x} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{2V_\infty \alpha \frac{1 + \cos \theta_0}{\sin \theta_0} \frac{c}{2} \sin \theta_0 d\theta_0}{\frac{c}{2}(1 - \cos \theta_0) - \frac{c}{2}(1 - \cos \theta)} \\ &= -\frac{V_\infty \alpha}{\pi} \int_0^\pi \frac{(1 + \cos \theta_0) d\theta_0}{\cos \theta_0 - \cos \theta} = -\frac{V_\infty \alpha}{\pi} \left[ \int_0^\pi \frac{d\theta_0}{\cos \theta_0 - \cos \theta} + \int_0^\pi \frac{\cos \theta_0 d\theta_0}{\cos \theta_0 - \cos \theta} \right] \end{aligned}$$

Buradaki integraller birbirine benzemekte olup, literatürde *Galvert integralleri* olarak bilinmektedir. Bu tip integraller için genel çözüm

$$G_n = \int_0^\pi \frac{\cos(n\theta_0) d\theta_0}{\cos\theta_0 - \cos\theta} = \frac{\sin(n\theta)}{\sin\theta} \pi$$

şeklinde olup, genel çözümün elde edildiği **Ek-8.3** 'de izah edilmiştir. Buna göre yukarıdaki ifadede yer alan integraller sırasıyla  $G_0$  ve  $G_1$  integralleri olup, bunların çözümleri kullanılarak

$$I = -\frac{V_\infty \alpha}{\pi} [G_1 + G_2] = -\frac{V_\infty \alpha}{\pi} [0 + \pi] \rightarrow I = -V_\infty \alpha$$

elde edilir. Görüldüğü gibi düz levha üzerindeki girdap dağılımı için verilen çözüm integro-diferansiyel denklemi sağlamaktadır.

Verilen girdap dağılımının Kutta şartını sağladığını görmek için  $x$  koordinatı  $c$  'ye, yani  $\theta$  açisal koordinatı  $\pi$  'ye giderken limit alınırsa, firar kenarında girdap şiddetinin

$$\lim_{\theta \rightarrow \pi} \gamma(\theta) = 2V_\infty \alpha \lim_{\theta \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta} = \frac{0}{0} = 2V_\infty \alpha \lim_{\theta \rightarrow \pi} \frac{-\sin\theta}{\cos\theta} = 2V_\infty \alpha \frac{0}{-1} = 0$$

şeklinde sıfıra gittiği görülür.

Önerilen girdap dağılımı kullanılarak düz levhanın taşıma katsayısı için

$$L = \rho V_\infty \int_0^c \gamma(x) dx = \rho V_\infty \int_0^\pi 2V_\infty \alpha \frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta} \frac{c}{2} \sin\theta d\theta \rightarrow L = \rho V_\infty^2 \alpha c \pi$$

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2 c} \rightarrow C_L = 2\pi \alpha$$

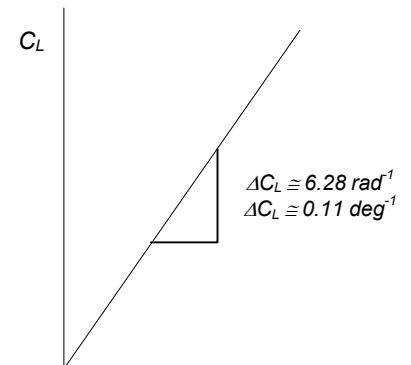
elde edilir. Bu son bağıntı kanat profilleri için son derecede önemli olup, simetrik ince bir profilin taşıma katsayısının hücum açısı ile lineer olarak değiştiğini göstermektedir. Bu bağıntıya göre taşıma eğrisi eğimi

$$\frac{dC_L}{d\alpha} = 2\pi \cong 6.28 \text{ rad}^{-1}$$

mertebesindedir.  $1 \text{ rad}$  büyüklüğünün yaklaşık  $57 \text{ derece}$  civarında olduğu ve pratikte profillerinin hücum açılarının, özellikle ince profil teorisi çerçevesinde çok küçük (en fazla  $7-8 \text{ derece}$  gibi) olduğu hatırlanırsa, taşıma için bulunan bağıntının, açılar derece ile belirtilmek üzere

$$C_L = \frac{\pi^2}{90} \alpha_d$$

$$\frac{dC_L}{d\alpha} = \frac{\pi^2}{90} \approx 0.11 \text{ deg}^{-1}$$



şeklinde düzenlenmesi uygun olur.

Hücum kenarı etrafındaki yunuslama katsayısı için benzeri işlemlerle

$$M_{HK} = -\rho V_{\infty} \int_0^c \gamma(x) x dx = \rho V_{\infty} \int_0^{\pi} 2V_{\infty} \alpha \frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta} \frac{c}{2} (1 - \cos\theta) \frac{c}{2} \sin\theta d\theta$$

$$M_{HK} = -\frac{1}{4} \rho V_{\infty}^2 \alpha c^2 \pi$$

$$C_{M_{HK}} = \frac{2M_{HK}}{\frac{1}{2} \rho V_{\infty}^2 c^2} \rightarrow \boxed{C_{M_{HK}} = -\frac{\pi}{2} \alpha}$$

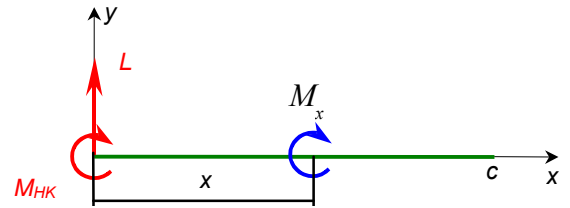
elde edilir. Bu bağıntı da hücum kenarı etrafındaki yunuslama katsayısının negatif değerli (burun aşağı) olduğunu ve hücum açısı ile lineer olarak değiştiğini göstermektedir.

Veter boyunca herhangi bir noktaya göre yunuslama momenti

$$C_{M_x} = C_{M_{HK}} + C_L \frac{x}{c} = -\frac{\pi}{2} \alpha + 2\pi \alpha \frac{x}{c}$$

$$\boxed{C_{M_x} = 2\pi \alpha \left( -\frac{1}{4} + \frac{x}{c} \right)}$$

$$\boxed{C_{M_x} = C_L \left( -\frac{1}{4} + \frac{x}{c} \right)}$$



olup, buna göre aerodinamik merkez ve basınç merkezi için sırasıyla

$$\frac{dC_{Mac}}{dC_L} = 0 \rightarrow \boxed{\frac{x_{ac}}{c} = \frac{1}{4}}$$

$$C_{Mcp} = 0 \rightarrow \boxed{\frac{x_{cp}}{c} = \frac{1}{4}}$$

elde edilir. Aerodinamik merkez etrafındaki yunuslama katsayısı ise

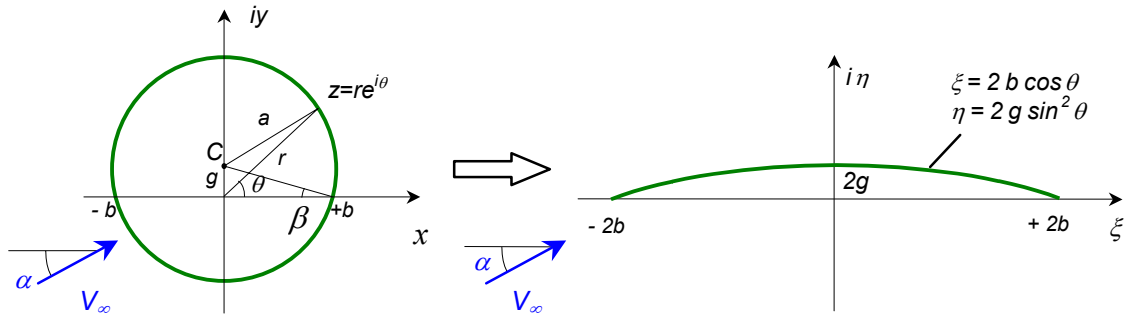
$$C_{M_{ac}} = C_L \left( -\frac{1}{4} + \frac{x_{ac}}{c} \right) = C_L \left( -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) \rightarrow \boxed{C_{M_{ac}} = 0}$$

olarak bulunabilir. Bu son bağıntılar da son derecede önemli olup, simetrik ince profiller için aerodinamik merkez ve basınç merkezinin çeyrek veter noktasında olduğunu ve aerodinamik merkez etrafındaki yunuslamanın sıfır olduğunu göstermektedir.

### 8.5.2. Dairesel yay profili için çözüm:

z kompleks düzleminde, merkezi imajiner eksen üzerinde başlangıç noktasından  $g$  uzaklığında yer alan ve  $z = \pm b$  tekil noktalarından geçen  $a$  yarıçaplı daireye Joukowski dönüşümü uygulandığında  $\zeta$  düzleminde  $4b$  boyunda ve maksimum kamburluğu  $2g$  olan **dairesel yay şeklinde** bir profil elde edileceği bilinmektedir.





Bu dairesel yay profilini ince profil teorisi çerçevesinde temsil edecek girdap dağılımını **Ek-8.4** 'de izah edildiği gibi

$$\gamma(\theta) \cong 2V_{\infty} \left( 2\beta \sin \theta + \alpha \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} \right)$$

şeklinde elde etmek mümkündür. Bu dağılımın da ince profiller için verilen genel integro-diferansiyel denklemi ve Kutta şartını sağladığı gösterilebilir.

Dairesel yay profilinin taşıma katsayısı ve sıfır taşıma hücum açısı

$$L = \rho V_{\infty} \int_0^{\pi} 2V_{\infty} \left( 2\beta \sin \theta + \alpha \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} \right) \cdot \frac{c}{2} \sin \theta d\theta = \rho V_{\infty}^2 c \pi (\alpha + \beta)$$

$$\boxed{C_L = 2\pi(\alpha + \beta)} \quad \rightarrow \quad C_L = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\alpha_0 = -\beta}$$

şeklinde hesaplanabilir. Joukowski dönüşüm tekniği incelenirse aslında bu bağıntılardaki  $\beta$  parametresinin, dairesel yay profilinin  $\gamma$  kamburluk oranına  $\beta = 2\gamma$  şeklinde bağlı olduğu görülür. Yani taşıma katsayısı ve sıfır taşıma hücum açısı için kamburluk oranı cinsinden

$$\boxed{C_L = 2\pi\alpha + 4\pi\gamma} \quad \rightarrow \quad \boxed{\alpha_0 = -\frac{\gamma}{2}}$$

yazılabilir. Bu bağıntılar taşıma üzerinde kamburluğun etkisinin ne kadar önemli olduğunu göstermektedir. Ayrıca kamburluk, taşıma eğrisi eğimini etkilememektedir.

ve hücum kenarı etrafında yunuslama katsayısı

$$M_{HK} = -\rho V_{\infty} \int_0^{\pi} 2V_{\infty} \left( 2\beta \sin \theta + \alpha \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} \right) \frac{c}{2} (1 - \cos \theta) \frac{c}{2} \sin \theta d\theta$$

$$M_{HK} = -\frac{1}{2} \rho V_{\infty}^2 c^2 \left( \beta + \frac{\alpha}{2} \right) \quad \rightarrow \quad \boxed{C_{M_{HK}} = -\frac{\pi}{2}(\alpha + 4\gamma)}$$

Bu durumda veter boyunca herhangi bir x noktasına göre yunuslama katsayısı

$$C_{M_x} = C_{M_{HK}} + C_L \frac{x}{c} = -\frac{\pi}{2}(\alpha + 4\gamma) + 2\pi(\alpha + 2\gamma) \frac{x}{c}$$

$$C_{M_x} = 2\pi(\alpha + 2\gamma) \left[ -\frac{l}{4} + \frac{x}{c} \right] - \pi\gamma \quad \rightarrow \quad C_{M_x} = C_L \left[ -\frac{l}{4} + \frac{x}{c} \right] - \pi\gamma$$

olup, yay profilinin basınç merkezi, aerodinamik merkezi, aerodinamik merkez etrafındaki yunuslama katsayısı için sırasıyla

$$C_{Mcp} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{x_{cp}}{c} = \frac{l}{4} + \frac{2\gamma}{4(\alpha + 2\gamma)} = \frac{l}{4} + \frac{\pi\gamma}{C_L}$$

$$\frac{dC_{Mac}}{dC_L} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{x_{ac}}{c} = \frac{l}{4}$$

$$C_{Mac} = -\pi\gamma$$

bulunur.

## 8.6. İnce profiller için genel çözüm

Yukarıda özel haller için yapılan incelemeler göstermiştir ki, taşıma ve yunuslama üzerinde sadece hücum açısı etkisinin bulunduğu hali temsil eden düz levha için bulunan girdap dağılımına, kamburluk etkisini içeren sinüs fonksiyonu şeklindeki bir terimin ilave edilmesiyle dairesel yay profili halindeki girdap dağılımı elde edilmektedir. Yani dairesel yay profili, düz levhanın daha genelleştirilmiş bir halidir.

Bu çözümlerden hareketle en genel halde bir ince profil üzerindeki girdap dağılımının, hücum açısını içeren düz levha halindeki girdap dağılımına, kamburluk etkisini temsilen sinüs fonksiyonlarından oluşan bir Fourier serisi ilavesiyle temsil edilebileceğini söylemek mümkündür:

$$\gamma(\theta) = 2V_\infty \left[ A_0 \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\theta) \right]$$

Bu girdap dağılımı ince profillerin genel denkleminde kullanılarak

$$V_\infty \left( \frac{dy_w}{dx} - \alpha \right) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{2V_\infty \left[ A_0 \frac{1 + \cos \theta_0}{\sin \theta_0} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\theta_0) \right] \frac{c}{2} \sin \theta_0 d\theta_0}{\frac{c}{2}(1 - \cos \theta_0) - \frac{c}{2}(1 + \cos \theta)}$$

veya düzenlenerek

$$\frac{dy_w}{dx} - \alpha = -\frac{l}{\pi} \int_\pi^0 \left[ A_0 \frac{1 + \cos \theta_0}{\cos \theta_0 - \cos \theta} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\sin n\theta_0 \sin \theta_0}{\cos \theta_0 - \cos \theta} \right] d\theta_0$$

ya da ilk terimde  $G_0$  ve  $G_1$  Glauert integralleri olduğu hatırlanarak ve ikinci terim için

$$\sin n\theta \cdot \sin \theta = \frac{l}{2} [\cos(n-1)\theta - \cos(n+1)\theta]$$

dönüşümü yapılarak

$$\frac{dy_w}{dx} - \alpha = -\frac{A_0}{\pi} (G_0 + G_1) - \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left[ \int_0^{\pi} \frac{\cos(n-1)\theta_0 d\theta_0}{\cos\theta_0 - \cos\theta} - \int_0^{\pi} \frac{\cos(n+1)\theta_0 d\theta_0}{\cos\theta_0 - \cos\theta} \right]$$

ve son iki terimin de yine sırasıyla  $G_{n-1}$  ve  $G_{n+1}$  Glauert integralleri olduğu hatırlanarak

$$\frac{dy_w}{dx} - \alpha = -\frac{A_0}{\pi} (G_0 + G_1) - \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left[ \frac{\sin(n-1)\theta}{\sin\theta} - \frac{\sin(n+1)\theta}{\sin\theta} \right] \pi$$

elde edilir. Ayrıca

$$\sin(n-1)\theta - \sin(n+1)\theta = -2\sin\theta \cos(n\theta)$$

olup bu bağıntı

$$\frac{dy_w}{dx} = \alpha - A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\theta)$$

şeklinde düzenlenebilir. Bu son eşitlik kamburluk eğrisinin eğimi ile Fourier serisinin katsayıları arasındaki ilişkiyi vermektedir. Bu denklemden Fourier katsayılarını elde etmek için:

**1°)** Her iki tarafının  $0-\pi$  aralığında integrali alınarak

$$\int_0^{\pi} \frac{dy_w}{dx} d\theta = (\alpha - A_0) \int_0^{\pi} d\theta + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \int_0^{\pi} \cos(n\theta) d\theta$$

$$A_0 = \alpha - \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dy_w}{dx} d\theta$$

**2°)** Her iki tarafın  $\cos(k\theta)$  ile çarpımının  $0-\pi$  aralığında integrali alınarak

$$\int_0^{\pi} \frac{dy_w}{dx} \cos(k\theta) d\theta = (\alpha - A_0) \int_0^{\pi} \cos(k\theta) d\theta + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \int_0^{\pi} \cos(k\theta) \cdot \cos(n\theta) d\theta$$

$$A_k = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dy_w}{dx} \cos(k\theta) d\theta$$

bulunur.

İnce profilin taşıma katsayısı

$$L = \rho V_{\infty}^c \int_0^c \gamma(x) dx = \rho V_{\infty}^c \int_0^{\pi} 2V_{\infty} \left[ A_0 \frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\theta) \right] \frac{c}{2} \sin\theta d\theta$$

$$\frac{2L}{\rho V_{\infty}^2 c} = C_L = 2 \left[ A_0 \left( \int_0^{\pi} d\theta + \int_0^{\pi} \cos\theta d\theta \right) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \int_0^{\pi} \sin(n\theta) \sin\theta d\theta \right]$$

$$C_L = 2 \left[ A_0 \pi + \frac{A_1}{2} \pi \right] \quad \rightarrow \quad C_L = 2\pi \left( A_0 + \frac{A_1}{2} \right)$$

sıfır taşıma hücum açısı

$$C_L = 0 \quad \rightarrow \quad A_0 = -\frac{A_1}{2} \quad \rightarrow \quad \alpha - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dy_w}{dx} d\theta = -\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dy_w}{dx} \cos \theta d\theta$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dy_w}{dx} (1 - \cos \theta) d\theta$$

hücum kenarı etrafında yunuslama katsayısı

$$M_{HK} = \rho V_\infty \int_0^c \gamma(x) x dx = -\rho V_\infty \int_0^\pi 2V_\infty \left[ A_0 \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} + \sum_{n=1}^\infty A_n \sin(n\theta) \right] \frac{c}{2} (1 - \cos \theta) \frac{c}{2} \sin \theta d\theta$$

$$\frac{2M_{HK}}{\rho V_\infty^2 c^2} = C_{M_{HK}} = - \left\{ A_0 \int_0^\pi (1 - \cos^2 \theta) d\theta + \sum_{n=1}^\infty A_n \left[ \int_0^\pi \sin(n\theta) \sin \theta d\theta - \int_0^\pi \sin(n\theta) \sin \theta \cos \theta d\theta \right] \right\}$$

$$C_{M_{HK}} = - \left\{ A_0 \int_0^\pi \frac{1 - \cos(2\theta)}{2} d\theta + \sum_{n=1}^\infty A_n \left[ \int_0^\pi \sin(n\theta) \sin \theta d\theta - \int_0^\pi \sin(n\theta) \frac{\sin(2\theta)}{2} d\theta \right] \right\}$$

$$C_{M_{HK}} = - \left\{ A_0 \frac{\pi}{2} + A_1 \frac{\pi}{2} - \frac{A_2}{2} \frac{\pi}{2} \right\} \quad \rightarrow \quad C_{M_{HK}} = -\frac{\pi}{2} \left( A_0 + A_1 - \frac{A_2}{2} \right)$$

şeklinde elde edilir. Yunuslama katsayısı taşıma katsayısı cinsinden

$$C_{M_{HK}} = - \left[ \frac{C_L}{4} + \frac{\pi}{4} (A_1 - A_2) \right]$$

şeklinde de düzenlenebilir. Bu durumda veter boyunca herhangi bir  $x$  noktasına göre yunuslama katsayısı

$$C_{M_x} = C_{M_{HK}} + C_L \frac{x}{c} = -\frac{C_L}{4} - \frac{\pi}{4} (A_1 - A_2) + C_L \frac{x}{c}$$

$$C_{M_x} = C_L \left( -\frac{1}{4} + \frac{x}{c} \right) - \frac{\pi}{4} (A_1 - A_2)$$

olup, böylece ince profilin basınç merkezi ve aerodinamik merkezi için

$$C_{M_{cp}} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{x_{cp}}{c} = \frac{1}{4} + \frac{\pi(A_1 - A_2)}{4C_L}$$

$$\frac{dC_{Mac}}{dC_L} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{x_{ac}}{c} = \frac{1}{4}$$

ve aerodinamik merkez etrafındaki yunuslama katsayısı için de

$$C_{Mac} = -\frac{\pi}{4}(A_1 - A_2)$$

elde edilir.

### Örnek 4.1

Genel çözüm yöntemini düz levha ve dairesel yay profilleri için uygulayınız.

### Çözüm:

Düz levha için kamburluk eğrisi eğimi sıfır olup Fourier katsayıları

$$\frac{dy_w}{dx} = 0 \quad \rightarrow \quad A_0 = \alpha, \quad A_1 = 0, \quad A_2 = 0$$

olarak bulunur. Buna göre elde edilen profil karakteristikleri, daha önce bulunan değerlerle aynıdır.

Dairesel yay profilinin koordinatları açısal koordinat sisteminde

$$x = 2b \cos \theta, \quad y = 2g \sin^2 \theta$$

olup, kamburluk eğrisi eğimi

$$\frac{dy_w}{dx} = \frac{dy_w / d\theta}{dx / d\theta} = \frac{2g2 \sin \theta \cos \theta}{-2b \sin \theta} = -2\frac{g}{b} \cos \theta = -2\beta \cos \theta = -4\gamma \cos \theta$$

olur. Buna göre Fourier katsayıları

$$A_0 = \alpha, \quad A_1 = 4\gamma, \quad A_2 = 0$$

şeklinde elde edilir ki, bu katsayılarla bulunan profil karakteristikleri daha önce bulunanları doğrular.

### Örnek 4.2

2. dereceden polinom şeklinde öyle bir kamburluk eğrisi bulunuz ki bu kamburluk eğrisine sahip ince profilin taşıması  $\alpha_0 = -1$  derece hücum açısında sıfır olsun. Profilin aerodinamik merkez etrafındaki yunuslama katsayısını hesaplayınız.

### Çözüm:

2. dereceden polinom şeklindeki kamburluk eğrisi boyutsuz bir koordinat sisteminde tanımlanırsa:

$$\bar{y} = a_0 + a_1 \bar{x} + a_2 \bar{x}^2, \quad \left( \bar{y} = \frac{y}{c}, \quad \bar{x} = \frac{x}{c} \right)$$



Uç şartlarından:  $\bar{x} = 0$  da  $\bar{y} = 0$   $\rightarrow$   $a_0 = 0$

$$\bar{x} = 1 \quad \text{de} \quad \bar{y} = 0 \quad \rightarrow \quad 0 = a_1 + a_2 \quad \rightarrow \quad \boxed{a_2 = -a_1}$$

Böylece

$$\boxed{\bar{y} = a_3(\bar{x} - \bar{x}^2)}$$

Türev alınarak

$$\frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} = a_3(1 - 2\bar{x})$$

Açısal koordinatla

$$\bar{x} = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta) \quad \rightarrow \quad 2\bar{x} - 1 = -\cos \theta$$

olup

$$\frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} = a_3 \cos \theta$$

Buna göre Fourier katsayıları:

$$A_0 = \alpha - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{dy_w}{dx} d\theta = \alpha - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi a_1 \cos \theta d\theta \quad \rightarrow \quad \boxed{A_0 = \alpha}$$

$$A_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{dy_w}{dx} \cos(k\theta) d\theta = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi a_1 \cos \theta \cos \theta d\theta = \frac{2}{\pi} a_1 \int_0^\pi \frac{1 - 2\cos \theta}{2} d\theta \quad \rightarrow \quad \boxed{A_1 = a_1}$$

$$A_2 = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{dy_w}{dx} \cos(2\theta) d\theta = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi a_1 \cos \theta \cos(2\theta) d\theta \quad \rightarrow \quad \boxed{A_2 = 0}$$

Taşıma katsayısı

$$C_L = 2\pi \left( A_0 + \frac{A_1}{2} \right) = 2\pi \left( \alpha + \frac{a_1}{2} \right)$$

Sıfır taşıma hücum açısı

$$\alpha_0 = -\frac{a_1}{2} \quad \rightarrow \quad a_1 = -2\alpha_0$$

$\alpha_0 = -1^\circ$  için

$$a_1 = -2 \times \left( -1^\circ \frac{\pi}{180} \right) \quad \rightarrow \quad \boxed{a_1 = 0.0349}$$

Buna göre kamburluk eğrisi

$$\boxed{\bar{y} = 0.0349(\bar{x} - \bar{x}^2)}$$

Aerodinamik merkez etrafındaki yunuslama katsayısı

$$C_{Mac} = -\frac{\pi}{4}(A_1 - A_2) = -\frac{\pi}{4} \times 0.0349 \quad \rightarrow \quad \boxed{C_{Mac} = -0.0274}$$

### Örnek 4.2

$\bar{y} = a_0 + a_1\bar{x} + a_2\bar{x}^2 + a_3\bar{x}^3$ , ( $\bar{y} = y/c$ ,  $\bar{x} = x/c$ ) şeklinde öyle bir kamburluk eğrisi bulunuz ki, bu kamburluk eğrisine sahip ince profilin sıfır taşıma hücum açısı  $-1^\circ$  ve aerodinamik merkez etrafındaki yunuslama momenti de  $-0.02$  olsun.

### Cözüm:

Uç şartlarından

$$\bar{x} = 0 \quad \text{da} \quad \bar{y} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{a_0 = 0}$$

$$\bar{x} = 1 \quad \text{de} \quad \bar{y} = 0 \quad \rightarrow \quad 0 = a_1 + a_2 + a_3 \quad \rightarrow \quad \boxed{a_1 = -(a_2 + a_3)}$$

Buna göre

$$\boxed{\bar{y} = -(a_2 + a_3) \cdot \bar{x} + a_2 \cdot \bar{x}^2 + a_3 \cdot \bar{x}^3}$$

Türev alınarak

$$\frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} = -(a_2 + a_3) + 2a_2 \cdot \bar{x} + 3a_3 \cdot \bar{x}^2$$

Açısal koordinatla

$$\bar{x} = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta)$$

$$\bar{x}^2 = \frac{1}{4}(1 - \cos \theta)^2 = \frac{1}{4}(1 - 2\cos \theta + \cos^2 \theta) = \frac{1}{4}\left(\frac{3}{2} - 2\cos \theta + \frac{1}{2}\cos 2\theta\right)$$

Böylece türev

$$\boxed{\frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} = \frac{a_3}{8} - \frac{2a_2 + 3a_3}{2}\cos \theta + \frac{3a_3}{8}\cos 2\theta}$$

Fourier katsayıları hesaplanarak:

$$A_0 = \alpha - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} d\theta = \alpha - \frac{1}{\pi} \frac{a_3}{8} \int_0^\pi d\theta \quad \rightarrow \quad \boxed{A_0 = \alpha - \frac{a_3}{8}}$$

$$A_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} \cos \theta d\theta = \frac{2}{\pi} \left( -\frac{2a_2 + 3a_3}{2} \right) \int_0^\pi \cos^2 \theta d\theta \quad \rightarrow \quad \boxed{A_1 = -\frac{2a_2 + 3a_3}{2}}$$

$$A_2 = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{d\bar{y}}{d\bar{x}} \cos 2\theta d\theta = \frac{2}{\pi} \left( \frac{3a_3}{8} \right) \int_0^\pi \cos^2 2\theta d\theta \quad \rightarrow \quad \boxed{A_2 = \frac{3a_3}{8}}$$

Fourier katsayıları kullanılarak taşıma ve aerodinamik merkez etrafındaki yunuslama katsayıları için sırayla

$$C_L = 2\pi \left( A_0 + \frac{A_1}{2} \right) = 2\pi \left( \alpha - \frac{a_3}{8} - \frac{2a_2 + 3a_3}{4} \right) \quad \rightarrow \quad \boxed{C_L = 2\pi \left( \alpha - \frac{4a_2 + 7a_3}{8} \right)}$$

$$C_{M_{ac}} = -\frac{\pi}{4} (A_1 - A_2) = -\frac{\pi}{2} \left( -\frac{2a_2 + 3a_3}{2} - \frac{3a_3}{8} \right) \quad \rightarrow \quad \boxed{C_{M_{ac}} = \frac{\pi}{2} \left( \frac{8a_2 + 15a_3}{16} \right)}$$

Bu ifadelerde sıfır taşıma hücum açısı için  $-1$  derecenin radyan değeri ve aerodinamik merkez etrafındaki yunuslama katsayısı için  $-0.02$  değeri kullanılarak

$$0 = 2\pi \left( -1 \cdot \frac{\pi}{180} - \frac{4a_2 + 7a_3}{8} \right) \quad \rightarrow \quad \boxed{4a_2 + 7a_3 = -\frac{2\pi}{45} = -0.1396}$$

$$-0.02 = \frac{\pi}{2} \left( \frac{8a_2 + 15a_3}{16} \right) \quad \rightarrow \quad \boxed{8a_2 + 15a_3 = -\frac{0.64}{\pi} = -0.2037}$$

Denklemlerin çözümünden

$$\boxed{a_2 = -0.1671 \quad ; \quad a_3 = 0.0755}$$

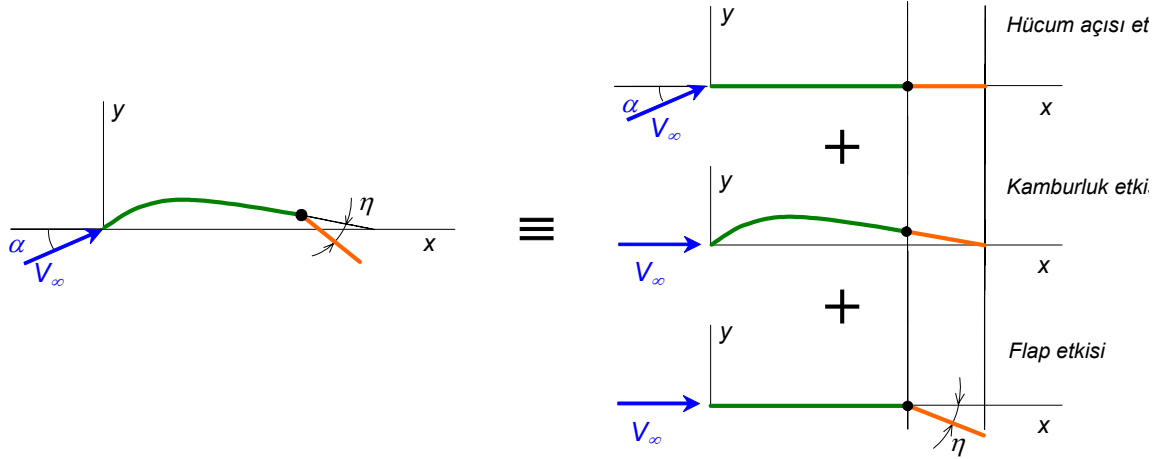
$$\boxed{a_1 = -(a_2 + a_3) = 0.0916}$$

Böylece kamburluk eğrisi

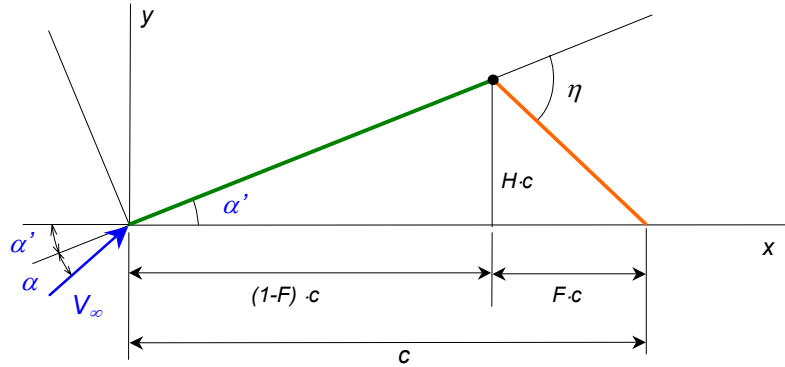
$$\bar{y} = 0.0916 \cdot \bar{x} - 0.1671 \cdot \bar{x}^2 + 0.0755 \cdot \bar{x}^3$$

## 8.7. Flaplı profil

Flaplı bir ince profili temsil eden girdap dağılımı, hücum açılı halde düz levha üzerindeki girdap dağılımına, kamburluk eğrisi üzerinde hücum açısız halde elde edilen girdap dağılımı ve flap açısının etkisinin ilavesiyle elde edilebilir. Flap açısı etkisi, şekilde görüldüğü gibi hücum açısız halde düz levhanın flaba karşılık gelen kısmının döndürülmesiyle bulunur.



Flap, aslında profilin kamburluğunu değiştirmektedir. Bu ilave kamburluğun etkisini görmek için, profilin kamburluğunu bir kenara bırakarak, şekilde görüldüğü gibi iki düz levhanın birleştirilmesi suretiyle elde edilen özel bir kamburluk eğrisini incelemek yararlı olur.



Gözönüne alınan bu yeni profilin veteri hücum kenarını flap firar kenarına bağlayan doğrudur. Bu vetere göre etkin hücum açısı  $\alpha_e = \alpha + \alpha'$  olup, kamburluk eğrisi eğimi de

$$0 \leq x \leq (1-F)c \quad (\text{veya } 0 \leq \theta \leq \theta_F) \text{ aralığında}$$

$$\frac{dy_w}{dx} = \frac{H}{1-F}$$

$$(1-F)c \leq x \leq c \quad (\text{veya } \theta_F \leq \theta \leq \pi) \text{ aralığında}$$

$$\frac{dy_w}{dx} = -\frac{H}{F}$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada  $\theta = \theta_F$  ile flabın mesnet noktasının açısal koordinattaki konumu belirtilmektedir.



Bu bilgiler ince profil için yapılan genel çözümün sonuçlarına uygulanarak Fourier katsayıları elde edilebilir:

$$A_0 = \alpha_e - \frac{1}{\pi} \int_0^{\theta_F} \frac{dy_w}{dx} d\theta = \alpha + \alpha' - \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\theta_F} \frac{H}{1-F} d\theta + \int_{\theta_F}^{\pi} \left( -\frac{H}{F} \right) d\theta \right]$$

$$= \alpha + \alpha' - \frac{1}{\pi} \left[ \frac{H}{1-F} \theta_F - \frac{H}{F} (\pi - \theta_F) \right] = \alpha + \left( \alpha' + \frac{H}{F} \right) - \frac{\theta_F}{\pi} \left( \frac{H}{1-F} + \frac{H}{F} \right)$$

$$A_0 \cong \alpha + \eta \left( 1 - \frac{\theta_F}{\pi} \right)$$

$$A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\theta_F} \frac{dy_w}{dx} \cos(n\theta) d\theta = \frac{2}{\pi} \left[ \int_0^{\theta_F} \frac{H}{1-F} \cos(n\theta) d\theta + \int_{\theta_F}^{\pi} \left( -\frac{H}{F} \right) \cos(n\theta) d\theta \right]$$

$$A_n = \frac{2}{\pi n} \left[ \frac{H}{1-F} \sin(n\theta_F) - \frac{H}{F} [\sin(n\pi) - \sin(n\theta_F)] \right] = \frac{2}{\pi n} \sin(n\theta_F) \left[ \frac{H}{1-F} + \frac{H}{F} \right]$$

$$A_n \cong \frac{2 \sin(n\theta_F)}{\pi n} \eta$$

$$A_1 = \frac{2 \sin \theta_F}{\pi} \eta, \quad A_2 = \frac{\sin(2\theta_F)}{\pi} \eta$$

elde edilir. Böylece flaplı profilin taşıma ve yunuslama katsayıları sırasıyla:

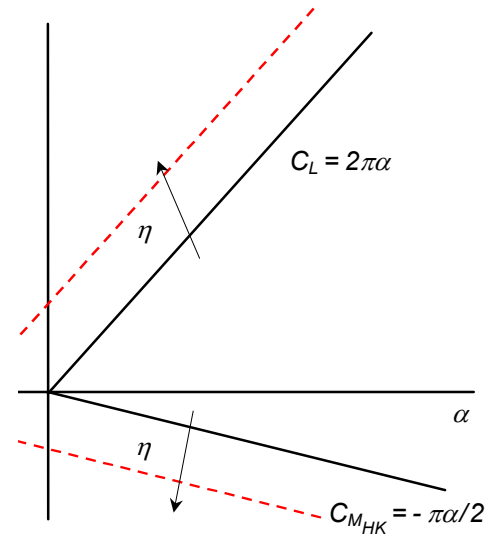
$$C_L = 2\pi \left[ A_0 + \frac{A_1}{2} \right] = 2\pi \left[ \alpha + \eta \left( 1 - \frac{\theta_F}{\pi} \right) - \frac{\sin \theta_F}{\pi} \eta \right]$$

$$C_L = 2\pi\alpha + 2(\pi - \theta_F - \sin \theta_F) \eta$$

$$C_{M_{HK}} = -\frac{\pi}{2} \left[ A_0 + A_1 - \frac{A_2}{2} \right]$$

$$C_{M_{HK}} = -\frac{\pi}{2} \left[ \alpha + \eta \left( 1 - \frac{\theta_F}{\pi} \right) + \frac{2 \sin \theta_F}{\pi} \eta - \frac{\sin(2\theta_F)}{2\pi} \eta \right]$$

$$C_{M_{HK}} = -\frac{\pi}{2} \alpha - \frac{1}{2} [\pi - \theta_F + \sin \theta_F (2 - \cos \theta_F)] \eta$$



olarak elde edilir.

Şekilde de görüldüğü gibi flap açısının taşıma üzerindeki etkisi taşımayı her hücum açısında aynı miktarda artırıcı yöndedir. Yunuslama üzerindeki etkisi ise her hücum açısında yunuslamayı negatif yönde artırıcı tarzdadır.

Flaplı profilin aerodinamik merkezi yine çeyrek veter noktası olup, aerodinamik merkez etrafındaki yunuslama katsayısı için

$$C_{M_{ac}} = -\frac{\pi}{4} [A_1 - A_2]$$

$$C_{M_{ac}} = -\frac{\pi}{4} \left[ \frac{2 \sin \theta_F}{\pi} \eta - \frac{\sin(2\theta_F)}{\pi} \eta \right] = -\frac{2 \sin \theta_F - 2 \sin \theta_F \cos \theta_F}{4} \eta$$

$$C_{M_{ac}} = -\frac{1}{2} \sin \theta_F (1 - \cos \theta_F) \eta$$

bulunur. Görüldüğü gibi aerodinamik merkez etrafındaki yunuslama katsayısı sabit bir flap pozisyonu için flap açısıyla orantılı olarak burun aşağı yönde artmaktadır.

### Örnek 4.2

Veter boyunun %20 si oranında flap boyuna sahip olan bir profilin 10 derece flap açısındaki performansını hesaplayınız

### Cözüm:

$$\text{Açısal koordinat} \quad x = \frac{c}{2} (1 - \cos \theta) \quad \rightarrow \quad \cos \theta = 1 - 2 \frac{x}{c}$$

$$F = 0.20 \text{ için} \quad 1 - F = 1 - 0.2 = 0.8 \quad \rightarrow \quad \cos \theta_F = 1 - 2 \times 0.8 = -0.6 \quad \rightarrow \quad \theta_F = 126.7^\circ$$

$$\sin \theta_F = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_F} = 0.8$$

$$\text{Taşıma katsayısı} \quad C_L = 2\pi\alpha + 2(\pi - \theta_F - \sin \theta_F)\eta = 2\pi\alpha + 2\left(\pi - 126.7 \times \frac{\pi}{180} - 0.8\right)\eta$$

$$C_L = 2\pi\alpha + 3.46 \eta$$

$$\text{HK etrafında yunuslama} \quad C_{M_{HK}} = -\frac{\pi}{2}\alpha - \frac{1}{2}[\pi - \theta_F + \sin \theta_F (2 - \cos \theta_F)]\eta$$

$$C_{M_{HK}} = -\frac{\pi}{2}\alpha - \frac{1}{2}\left[\pi - 126.7 \times \frac{\pi}{180} + 0.8 \times (2 + 0.6)\right]\eta$$

$$C_{M_{HK}} = -\frac{\pi}{2}\alpha - 1.505 \eta$$

$$\text{AC etrafında yunuslama} \quad C_{M_{ac}} = -\frac{1}{2} \sin \theta_F (1 - \cos \theta_F) \eta = -\frac{1}{2} 0.8 \times (1 + 0.6) \eta$$

$$C_{M_{ac}} = -0.64 \eta$$

$$\eta = 10^\circ \times \pi/180 = 0.175 \text{ için}$$

$$C_L = 2\pi\alpha + 0.606$$

$$C_{M_{ac}} = -0.112$$

## Örnek Sorular

**1)** a) İnce profil yaklaşımında yapılan kabuller nelerdir? İnce bir profil matematiksel olarak nasıl modellenir?

b) Sıkıştırılmaz iki boyutlu potansiyel akımlar için yüzey sınır şartını yazarak ince profiller için yaklaşık sınır şartını çıkartınız.

c) Bu sınır şartını kullanarak ince bir profilin kamburluk eğrisi ile yük dağılımını birbirine bağlayan integro-diferansiyel denklemi çıkartınız.

**2)** Veter boyunca girdap dağılımı  $\gamma(x)$  şeklinde verildiğinde ince bir profile etkiyen taşıma kuvveti ve hücum kenarına göre yunuslama momentinin sırasıyla aşağıdaki gibi hesaplanabileceğini gösteriniz.

$$L = \rho_{\infty} V_{\infty} \int_0^c \gamma(x) \cdot dx, \quad M_{HK} = -\rho_{\infty} V_{\infty} \int_0^c x \cdot \gamma(x) \cdot dx$$

**3)** İnce bir profilin kamburluk eğrisinin geometrisi, serbest akım şartları ve veter boyunca girdap dağılımı arasında

$$\left( \frac{dy_w}{dx} - \alpha \right) \cdot V_{\infty} = \frac{1}{2\pi} \int_0^c \frac{\gamma(x_0) \cdot dx_0}{x_0 - x}$$

şeklinde bir integro-diferansiyel denklem yazmak mümkündür. İnce profilin veter boyunca yük dağılımı  $x = \frac{c}{2}(1 - \cos \theta)$  değişken dönüşümü ile geçilen bir açısız koordinat sisteminde

$$\gamma(\theta) = 2V_{\infty} \left[ A_0 \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\theta) \right]$$

şeklindeki bir Fourier serisi ile tanımlandığı takdirde bu serinin katsayılarının kamburluk eğrisinin eğimi cinsinden

$$A_0 = \alpha - \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dy}{dx} d\theta, \quad A_k = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dy}{dx} \cos(k\theta) d\theta, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

şeklinde hesaplanabileceğini gösteriniz. **Not** : Glauert integralleri için aşağıdaki bağıntı verilmiştir.

$$G_n = \int_0^{\pi} \frac{\cos(n\theta_0)}{\cos \theta_0 - \cos \theta} d\theta_0 = \frac{\sin(n\theta)}{\sin \theta} \pi$$

**4)** İnce bir profilin veteri boyunca girdap dağılımı  $x = (c/2) \cdot (1 - \cos \theta)$  değişken dönüşümü ile tanımlanan bir açısız koordinat sisteminde

$$\gamma(\theta) = 2V_{\infty} \left[ A_0 \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\theta) \right]$$

şeklindeki bir Fourier serisi ile tanımlandığı takdirde profile etkiyen taşıma katsayısı ve hücum kenarına göre yunuslama katsayısının

$$C_l = 2\pi \left( A_0 + \frac{A_1}{2} \right) \quad C_{M_{HK}} = -\frac{\pi}{2} \left( A_0 + A_1 - \frac{A_2}{2} \right)$$

şeklinde hesaplanabileceğini gösteriniz.

**5)** İnce bir profilin veteri boyunca girdap dağılımı bir Fourier serisi ile tanımlandığı taktirde profile etkiyen taşıma katsayısı ve hücum kenarına göre yunuslama katsayısının Fourier katsayıları cinsinden sırasıyla

$$C_l = 2\pi \left( A_0 + \frac{A_1}{2} \right) \quad C_{M_{HK}} = -\frac{\pi}{2} \left( A_0 + A_1 - \frac{A_2}{2} \right)$$

şeklinde hesaplanabileceği bilinmektedir. Buna göre:

- Veter boyunca herhangi bir noktadaki yunuslama katsayısının hesabı için bir formül yazınız.
- Basınç merkezinin yerini Fourier katsayıları cinsinden veren bir formül çıkartınız.
- Aerodinamik merkezin yerini bulunuz.
- Aerodinamik merkez etrafındaki yunuslama katsayısını Fourier katsayıları cinsinden veren bir formül bulunuz.

**6-** Maksimum kamburluğu  $e$  olan öyle bir kübik kamburluk eğrisi bulunuz ki, basınç merkezi çeyrek veter noktasında bulunsun ve taşıma ile yer değiştirmesin. Bu profilin aerodinamik karakteristiklerini hesaplayınız.

**7-** İnce bir profilin kamburluk eğrisi  $\bar{y} = k \bar{x}(\bar{x} - 1)(\bar{x} - 2)$ , ( $\bar{x} = x/c$ ,  $\bar{y} = y/c$ ) şeklinde verilmiştir. Profilin kamburluk oranı  $0.02$  olduğuna göre  $3^\circ$  hücum açısındaki taşıma katsayısını ve çeyrek veter noktasına göre yunuslama momenti katsayısını hesaplayınız.

**8-** İnce bir profilin kamburluk eğrisi  $\bar{y} = 4h \bar{x}(1 - \bar{x})$ , ( $\bar{x} = x/c$ ,  $\bar{y} = y/c$ ) şeklinde verilmiştir.  $\alpha$  hücum açısındaki girdap dağılımını bulunuz. Sıfır taşıma hücum açısının  $\alpha_0 = -2h$  olduğunu gösteriniz. Bu hücum açısındaki girdap dağılımını, hücum açısı etkisini ve kamburluk etkisini ayırarak çiziniz. Bu profilin taşıma eğrisini doğru parçası şeklindeki profille karşılaştırınız.

**9-** Kamburluk eğrisi  $\bar{y} = h \bar{x}(1 - \bar{x})(1 - \lambda \bar{x})$ , ( $\bar{x} = x/c$ ,  $\bar{y} = y/c$ ) şeklindeki bir analitik ifade ile verilen bir ince profilin aerodinamik karakteristiklerini hesaplayınız.

**10-** Kamburluk eğrisi  $y = 0.052 \cdot x^3 - 0.156 \cdot x^2 + 0.104 \cdot x$  şeklinde verilen bir ince profilin  $0^\circ$ ,  $5^\circ$  ve  $10^\circ$  hücum açılarındaki taşıma ve yunuslama katsayılarını ve basınç merkezinin veter boyunca konumunu hesaplayınız.