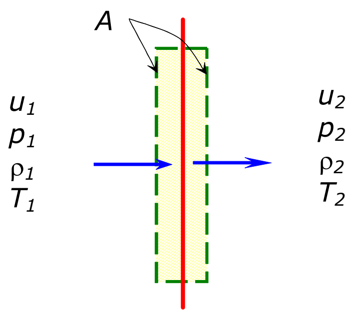
Bir dalga yüzeyini geçen akımın incelenmesi

Düzlemsel bir dalgayı geçen akımı incelemek için şekildeki gibi dalga yüzeyine çok yakın iki paralel yüzey ile akım çizgileri arasında kalan kontrol hacmini ele alalım.



Kontrol hacmi giriş ve çıkışındaki kesit alanlarının aynı olduğu kabul edilebilir. Bu durumda

süreklilik denklemi $\boxed{\rho \cdot V = Sb}$

olur.

Euler denklemi $dp + (\rho \cdot V) \cdot dV = 0$

İntegre edilerek $\int dp + (\rho \cdot V) \cdot \int dV = Sb$

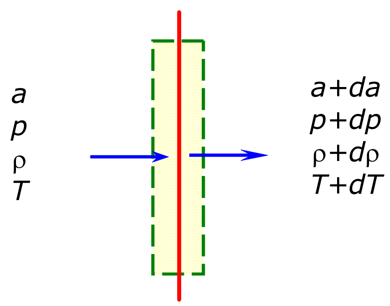
$$p + (\rho \cdot V) \cdot V = Sb$$

$$\boxed{p + \rho \cdot V^2 = Sb}$$

Ses hızı:

Ses dalgası zayıf şiddette bir basınç dalgasıdır. Ses dalgasını geçmekte olan akım bir-boyutlu kabul edilebilir.

Şekildeki gibi bir kontrol hacmi için



Süreklilik denklemi uygulanarak $\rho \cdot a = (\rho + d\rho) \cdot (a + da)$

$$= \rho \cdot a + \rho \cdot da + a \cdot d\rho + d\rho \cdot da$$

İkinci mertebeden terimler ihmal edilerek $a = -\rho \cdot \dfrac{da}{d\rho}$

Momentum denklemi uygulanarak $p + \rho \cdot a^2 = (p + dp) + (\rho + d\rho) \cdot (a + da)^2$

$$= (p + dp) + (\rho + d\rho) \cdot (a^2 + 2a \cdot da + da^2)$$

İkinci mertebeden terimler ihmal edilerek $dp = -2\rho \cdot a \cdot da - a^2 d\rho$

$$da = \frac{dp + a^2 d\rho}{-2\rho \cdot a}$$

$$\frac{da}{d\rho} = \frac{1}{-2\rho \cdot a}\left(\frac{dp}{d\rho} + a^2\right)$$

a için yukarıda bulunan bağıntı kullanılarak

$$-\frac{a}{\rho} = \frac{1}{-2\rho \cdot a}\left(\frac{dp}{d\rho} + a^2\right)$$

$$a^2 = \frac{dp}{d\rho}$$

<u>Ses dalgası hareketinde</u>

- çevreyle ısı alışverişi yoktur (adyabatik olay)
- dissipasyon yoktur (tersinir olay)

$\Rightarrow$ **İzantropik olay**

$$\boxed{a^2 = \left(\frac{dp}{d\rho}\right)_s}$$

Ses hızı ile elastiklik modulü ilişkisi:

Ses hızının elastiklik modülü cinsinden bir tanımı aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$a^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} = \frac{\partial p}{\partial(1/\upsilon)} = \frac{\partial p}{-(1/\upsilon^2)\partial\upsilon} = \upsilon\frac{\partial p}{-\partial\upsilon/\upsilon} \quad \rightarrow \quad \boxed{a^2 = \frac{K}{\rho}}$$

Ses hızı için diğer bağıntılar:

İzantropik akımlar için $\quad K = \frac{p}{\rho^\gamma} = p\rho^{-\gamma} = Sb$

Diferansiyel alınarak $\quad dp \cdot \rho^{-\gamma} - \gamma \cdot p \cdot \rho^{-\gamma-1} d\rho = 0$

Düzenleme ile $\quad \frac{dp}{d\rho} = \frac{\gamma \cdot p}{\rho}$

Ses hızı tanımı gereği $\quad a^2 = \left(\frac{dp}{d\rho}\right)_s \quad \rightarrow \quad \boxed{a^2 = \frac{\gamma \cdot p}{\rho}}$

Hal denklemi kullanılarak $\quad a^2 = \frac{\gamma \cdot \rho RT}{\rho} \quad \rightarrow \quad \boxed{a^2 = \gamma \cdot R \cdot T}$