

BÖLÜM 4

DAİMİ, BİR-BOYUTLU, SÜRTÜNMESİZ AKIMLAR

4.1- Bir boyutlu akım yaklaşımı

4.2- Daimi, bir-boyutlu, sürtünmesiz akım denklemleri

4.2.1- Bir-boyutlu süreklilik denklemi

4.2.2- Bir-boyutlu momentum denklemi (Euler denklemi)

4.3- Sıkıştırılmaz halde bir-boyutlu akım denklemleri

4.3.1- Bir-boyutlu sıkıştırılmaz süreklilik denklemi

4.3.2- Bir-boyutlu sıkıştırılmaz momentum denklemi (Bernoulli denklemi)

4.3.3- Sıkıştırılmaz akımda basınç katsayısı

4.3.4- Bir-boyutlu sıkıştırılmaz akım denklemlerinin uygulamaları

- Üniform-paralel akım hızının ölçülmesi

- Rüzgar tünelleri

4.4- Sıkıştırılabilir halde bir-boyutlu akım denklemleri

4.4.1- Bir-boyutlu sıkıştırılabilir süreklilik denklemi (Hugoniot denklemi)

4.4.2- Bir-boyutlu sıkıştırılabilir momentum denklemi (İzantropik akım denklemleri)

4.4.3- Sıkıştırılabilir akımda basınç katsayısı

4.4.4- Sıkıştırılmaz akım kabulü

4.4.5- Bir-boyutlu, sıkıştırılabilir akım denklemlerinin uygulamaları

4.1- Bir boyutlu akım yaklaşımı:

Tabiatta karşımıza çıkan aerodinamik olaylarının hemen hemen hepsinde az veya çok üç boyutluluk söz konusudur. Yani uzayda birbirinden farklı doğrultularda gidildiğinde akım özellikleri değişimler gösterir. Ancak bazı akımlarda bazı doğrultulardaki değişimler, diğer doğrultulardaki değişimler yanında ihmal edilebilir mertebelerde kalabilir. Bu durumda akıma, akım özelliklerinin önemli değişimler gösterdiği doğrultu sayısına göre 1-boyutlu, 2-boyutlu veya 3-boyutlu gibi isimler verilir.

Örneğin, bir otomobil gibi veya komple bir uçak gibi karmaşık şekilli cisimler etrafındaki akım genel olarak her doğrultuda değişen özelliklere sahip karmaşık bir yapıda olup 3-boyutlu bir akım olarak nitelendirilir. Buna karşılık açıklık oranı büyük, dikdörtgen planformlu bir kanadın simetri düzlemi üzerinde olduğu gibi, birbirine paralel düzlemler içindeki akımların birbirinin aynı olması ve bu düzlemlere dik doğrultuda akım bulunmaması halinde akım alanı 2-boyutlu olarak nitelendirilir. Akım karakteristiklerinin sadece bir tek doğrultuda önemli değişim gösterdiği akımlar ise 1-boyutlu olarak nitelendirilir. Örneğin uçak motoru, rüzgar tüneli ve benzeri gibi kanal tipindeki yapılarda duvarların birbirine paralel olduğu bölgelerde akım bir-boyutluya oldukça yakındır. Yine, bir akım çizgisi boyunca akımın lokal olarak bir boyutluya yakın olduğu düşünülür.

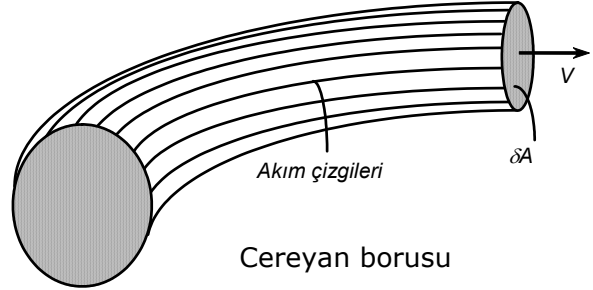
Gerçekte hiç bir zaman mükemmel olarak 1-boyutlu veya 2-boyutlu akımlar yoktur. Ancak bu nitelendirmeler birer *kabul*, birer *model*' dir. Bu bakımdan gerçekte 1-boyutlu veya 2-boyutlu olmayan akımlar, inceleme kolaylığı bakımından, 1- veya 2-boyutlu kabul edilerek incelenirler ve elde edilen sonuçlar çeşitli yollarla 3-boyutlu gerçek akım için düzeltilerek kullanılırlar. Bir boyutlu akım yaklaşımı ayrıca akım alanlarının tabiatı hakkında kısa yoldan önemli ve faydalı bazı bilgilerin elde edilmesini de sağlar.

Bu bölümde bir-boyutlu akım denklemleri, akışkan akımının genel denklemlerinden hareketle çıkartılarak bazı uygulamalarda nasıl kullanılacağı gösterilecektir. Bu yapılırken akımın daimi ve sürtünmesiz olduğu varsayılacaktır.

4.2- Daimi, bir-boyutlu, sürtünmesiz akım denklemleri

4.2.1- Bir-boyutlu süreklilik denklemi:

En basit 1-boyutlu akım kabulü cereyan borusu içerisindeki akım için yapılır. Cereyan borusu, son derece küçük bir dA alanına sahip bir düzlemsel yüzeyi sınırları üzerinde dik olarak kesen sonsuz sayıdaki cereyan (akım) çizgisinin oluşturduğu hayali bir borudur



Cereyan borusunun herhangi bir dik kesit düzleminde geçen bütün akışkan partiküllerinin aynı hıza sahip oldukları kabul edilir.

Cereyan borusu akım çizgileri tarafından çevrelendiği için boru cidarından, içeriden dışarıya doğru veya tersine dışarıdan içeriye doğru akışkan geçemeyeceği aşıkardır. Buna göre, daimi akımlar halinde cereyan borusu içerisinde akmakta olan akışkanın miktarı sabittir. Yani cereyan borusunun herhangi bir kesitinden birim zamanda ne kadar akışkan geçmişse diğer bütün kesitlerinden de birim zamanda aynı miktarda akışkan geçecektir. Bu husus matematiksel olarak ifade edildiğinde akışkan hareketlerinin incelenmesinde kullanılan temel denklemlerden birisi olan [süreklilik denklemi](#) elde edilir.

Cereyan borusunun herhangi bir dik kesitinin alanı A , kesitten geçen akışkanın yoğunluğu ρ ve hızı da U olmak üzere bu kesitten geçen kütleli debi

$$\dot{m} = \rho \cdot V \cdot A \quad [ML^{-1}][LT^{-1}][L^2] = [MT^{-1}] : \frac{\text{Kütle}}{\text{Zaman}}$$

şeklinde ifade edilebilir

Süreklilik denklemi cereyan borusunun bütün kesitlerinden geçen kütleli debinin aynı olduğunu ifade ettiğine göre, cereyan borusunun A_1, A_2, \dots gibi birçok kesiti ele alınırsa

$$\text{süreklilik denklemi} \quad \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = Sb \rightarrow \boxed{\rho_1 \cdot V_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot V_2 \cdot A_2 = Sb}$$

veya daha genel bir biçimde

$$\boxed{\rho \cdot V \cdot A = Sb}$$

Süreklilik denklemi, bir cereyan borusu boyunca **akım hızları - yoğunluklar - kesit alanları** arasında ilişki kurmaktadır. Ancak, **bir tek bağıntı** ile **üç parametre** arasında ilişki kurulması akımın nitelikleri hakkında bilgi edinmek açısından fazla yarar getirmez.

Bu bağıntı içerisinde yoğunluğu bir şekilde yok ederek hızlarla kesit alanları arasında bir ilişki kurmak mümkündür.

4.2.2- Bir-boyutlu momentum denklemi (Euler denklemi)

Daimi, sürtünmesiz akımlar için, bünye kuvvetlerinin ihmal halinde bir (x,y,z) kartezyen koordinat sisteminde

x momentum denklemi

$$u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x}$$

Her iki taraf dx ile çarpılarak

$$u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dx + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \cdot dx + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \cdot dx = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx$$

Akım çizgilerinin denklemi

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} \rightarrow \begin{aligned} w \cdot dx &= u \cdot dz \\ v \cdot dx &= u \cdot dy \end{aligned}$$

Yukarıda kullanılarak

$$u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dx + u \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \cdot dy + u \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \cdot dz = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx$$

Veya

$$u \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot dz \right) = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx$$

$u(x,y,z)$ fonksiyonun tam diferansiyeli

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot dz$$

Yukarıda kullanılarak

$$u \cdot du = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx$$

Veya

$$\frac{1}{2} \cdot d(u^2) = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx$$

Benzeri işlemlerle y momentum denklemi

$$\frac{1}{2} \cdot d(v^2) = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} \cdot dy$$

Benzeri işlemlerle z momentum denklemi

$$\frac{1}{2} \cdot d(w^2) = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dz$$

Bu son üç denklem birleştirilerek $\frac{1}{2} \cdot d(u^2 + v^2 + w^2) = -\frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial p}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dz \right)$

$p(x,y,z)$ için yine tam diferansiyel kavramı hatırlanarak

$$\frac{1}{2} \cdot d(V^2) = -\frac{dp}{\rho}$$

$$V dV = -\frac{dp}{\rho}$$

veya

$$dp = -\rho \cdot V \cdot dV$$

Bu denklem literatürde **Euler denklemi** olarak bilinir.

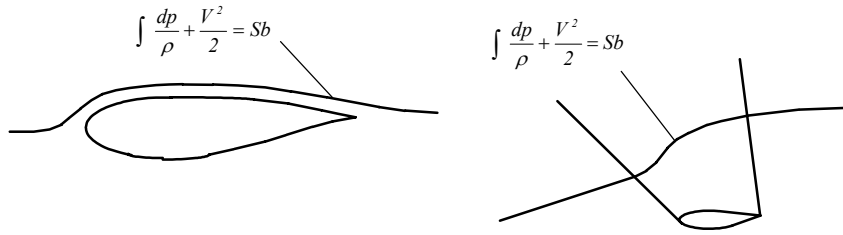
Euler denklemleri bir akım çizgisi boyunca **basınçlar - yoğunluklar - hızlar** arasında ilişki kurmaktadır. Ancak yine belirtmek gerekir ki, **bir tek bağıntı** ile **üç parametre** arasında ilişki kurmanın akımın tabiatı hakkında bilgi edinmek açısından fazla bir yararı bulunmamaktadır.

Bununla birlikte basınçla yoğunluk arasında termodinamik bir ilişki kurmak ve bu şekilde yoğunluğu denklemden çıkartmak mümkündür.

Euler denklemleri akım çizgisi boyunca integre edilirse

$$\int \frac{dp}{\rho} + \frac{V^2}{2} = Sb$$

Denklem bu haliyle literatürde **Bernoulli denkleminin integral formu** olarak da bilinir.



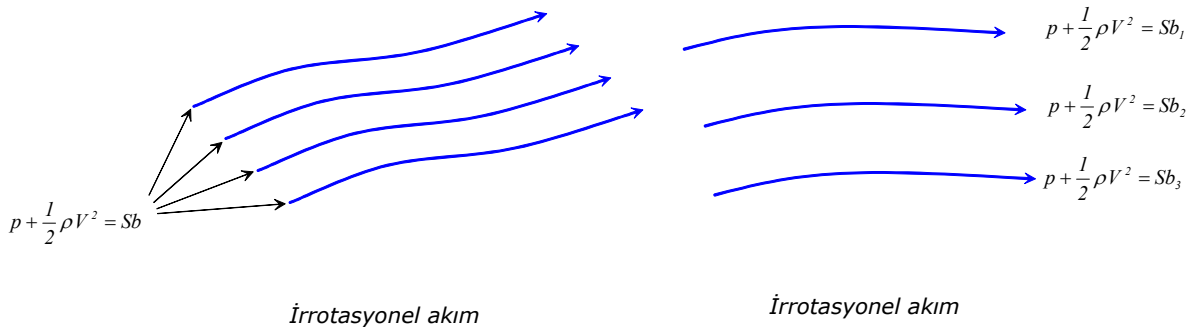
Denklemin

- ilk terim akışkanın birim kütle başına iç enerjisini,
- ikinci terim akışkanın birim kütle başına kinetik enerjisini

belirtmektedir. Buna göre denklem, akım çizgisi boyunca bu iki enerjinin toplamının sabit olduğunu ifade etmektedir.

Bununla birlikte bu denklemi enerji denklemi ile karıştırmamak gerekmektedir. Bernoulli denklemleri çıkartılırken viskoz etkiler ihmal edilmiş olup, enerji dissipasyonunu ihmal eden bu denklemin sınır tabaka gibi viskoz etkilerin önemli olduğu ortamlarda geçerliliği yoktur.

Denklemin çıkartılışı sırasında akımın rotasyonel olup olmadığına bakılmamıştır. Denklem, bu bakımdan, rotasyonel ve irrotasyonel akımların her ikisi için de geçerlidir. Ancak denklemin bir akım çizgisi boyunca yazıldığı unutulmamalıdır. Rotasyonel bir akımda farklı akım çizgileri üzerinde denklemin sağındaki sabitin değeri farklı olacaktır.



4.3- Sıkıştırılmaz halde bir-boyutlu akım denklemleri

4.3.1- Bir-boyutlu sıkıştırılmaz süreklilik denklemi

Sıkıştırılmaz olarak nitelendirilen akımlarda yoğunluğun akım boyunca değişmediği kabul edilir.

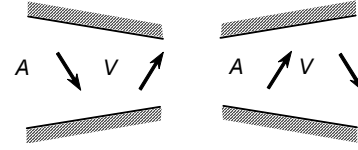
Yoğunluğun sabit olması halinde süreklilik denklemi

$$V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2 = Sb$$

Bu eşitliğin hızlarla kesit alanları arasında ilişki kurduğu açıkça görülmektedir.

Buna göre, bir kanal içerisinde

- kesit alanı arttıkça hız azalır
- kesit alanı azaldıkça hız artar



Bir cereyan borusu için

- akım çizgileri birbirine yaklaştığında akım hızının arttığı,
- akım çizgileri birbirinden uzaklaştığında akım hızının azaldığı anlaşılır

4.3.2- Bir-boyutlu sıkıştırılmaz momentum denklemi (Bernoulli denklemi)

Euler denkleminin integral formu
$$\int \frac{dp}{\rho} + \frac{V^2}{2} = Sb$$

Yoğunluğun sabit olması halinde

$$\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} = Sb$$

veya

$$p + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 = p_t = Sb$$

Bu denklem literatürde **Bernoulli denklemi** olarak bilinir.

Bernoulli denkleminde ilk terim akım çizgisi üzerinde seçilen noktadaki statik basıncı belirtmektedir.

İkinci terim ise birim hacim başına kinetik enerjiyi ifade etmekte olup, aynı zamanda basınç boyutunda olduğu için *dinamik basınç* olarak da adlandırılır ve çoğu zaman kısaca

$$q = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2$$

şeklinde gösterilir.

Denkleminin sağ tarafındaki büyüklüğe gelince akışkanın birim hacim başına toplam enerjisini gösteren bu büyüklük de basınç boyutunda olup, genellikle *toplam basınç* olarak adlandırılır.

Bernoulli denklemi bir akım çizgisi boyunca basınçlarla hızlar arasında ilişki kurmakta olup, hız arttıkça basıncın azaldığını, hız azaldığında ise basıncın arttığını göstermektedir.

Bir akım çizgisi boyunca gidildiğinde hızın alabileceği en küçük değer sıfır olup, böyle bir noktaya *durma noktası* adı verilir. Durma noktasında basıncın da alabileceği en büyük değere ulaştığı ve bu değer aynı zamanda p_t büyüklüğünün de değeri olduğu dikkati çekmektedir. Bu nedenle p_t büyüklüğü zaman zaman *durma basıncı* olarak da adlandırılır.

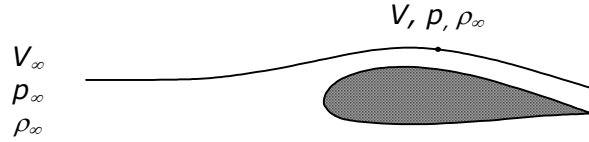
Bir-boyutlu akımlar için elde edilen süreklilik denklemi ve Bernoulli denklemi, birlikte kullanılarak bir akım alanının fiziksel yapısı hakkında yeterince bilgi edinmek mümkündür. Örneğin akım çizgilerinin görüntülenebildiği (dumanla akım görüntüleme tekniği veya benzeri bir yolla) bir akımda akım çizgilerinin birbirine yaklaşması veya uzaklaşmasına bakarak basınçların hangi yönde değiştiği hakkında fikir yürütülebilir. Veya, bir kanal içerisinde kesit değişimine bakarak yine basınç gradyanları hakkında hüküm yürütülebilir.

4.3.3- Sıkıştırılamaz akımda basınç katsayısı:

Basınç katsayısının genel tanımı

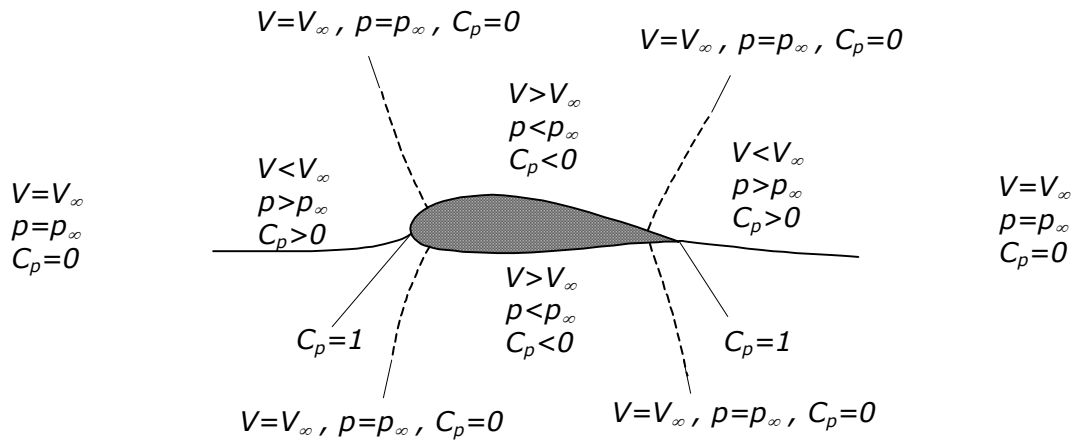
$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2}$$

Akım çizgisi boyunca serbest akım şartlarından itibaren Bernoulli denklemi uygulanırsa



$$p_\infty + \frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2 = p + \frac{1}{2} \rho_\infty U^2 \quad \rightarrow \quad \frac{p - p_\infty}{\rho_\infty U_\infty^2 / 2} = 1 - \frac{U^2}{U_\infty^2} \quad \rightarrow \quad C_p = 1 - \frac{U^2}{U_\infty^2}$$

Sıkıştırılamaz akım halinde bir cisim etrafında basınç katsayıları

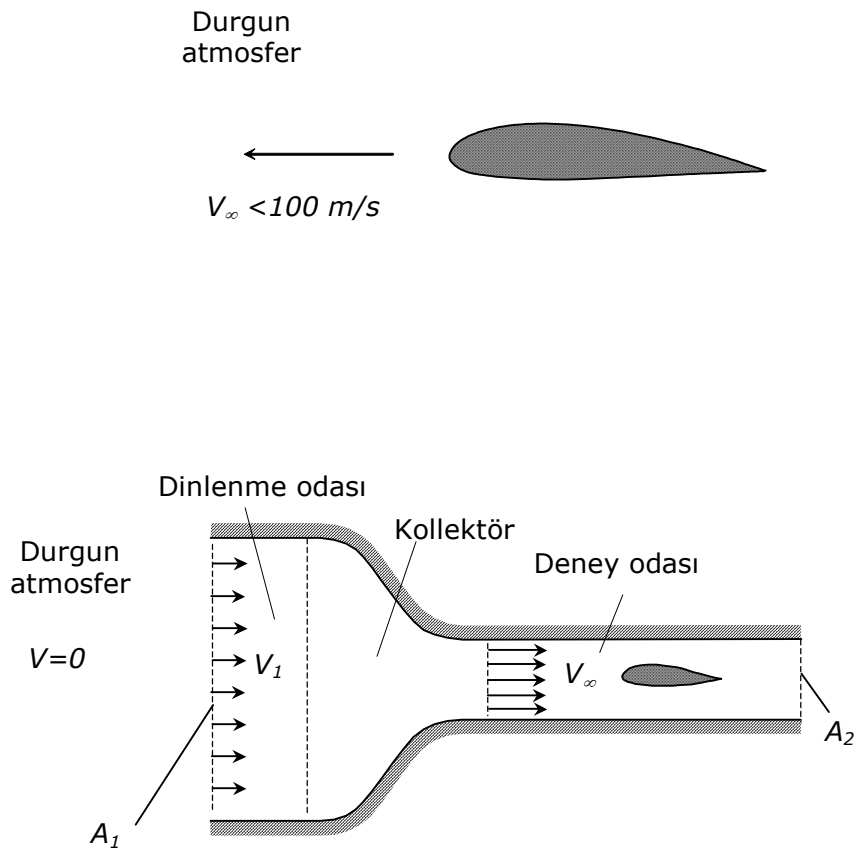


4.3.4- Bir-boyutlu sıkıştırılamaz akım denklemlerinin uygulamaları

Bir-boyutlu sıkıştırılamaz akım denklemlerinin önemli pratik uygulamaları

- Düşük hızlı rüzgar tünelleri
- Akım hız ölçümü

Düşük hızlı rüzgar tünelleri

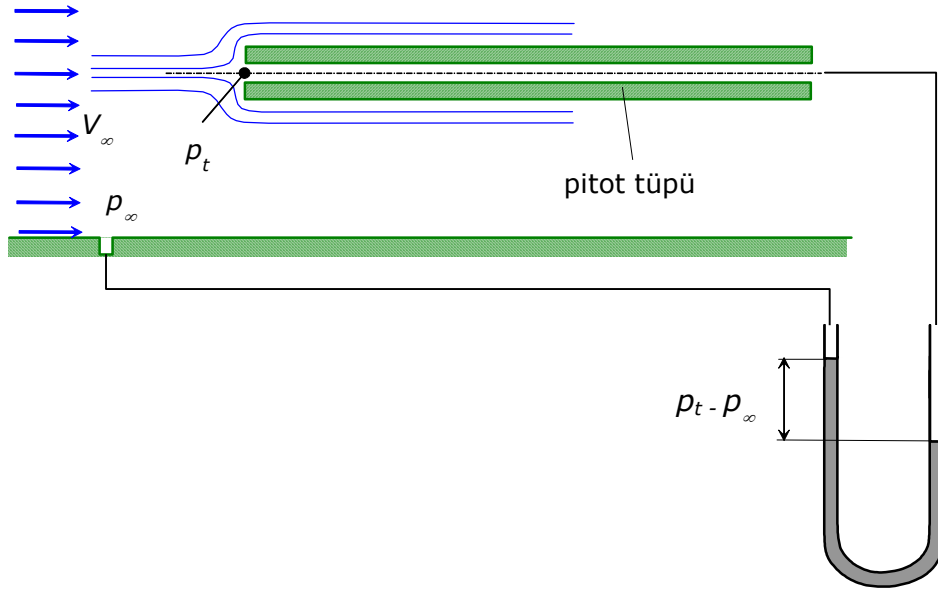


süreklilik denklemlerinden

$$V_1 \cdot A_1 = V_\infty \cdot A_2 \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{V_\infty}{V_1} = \frac{A_1}{A_2}}$$

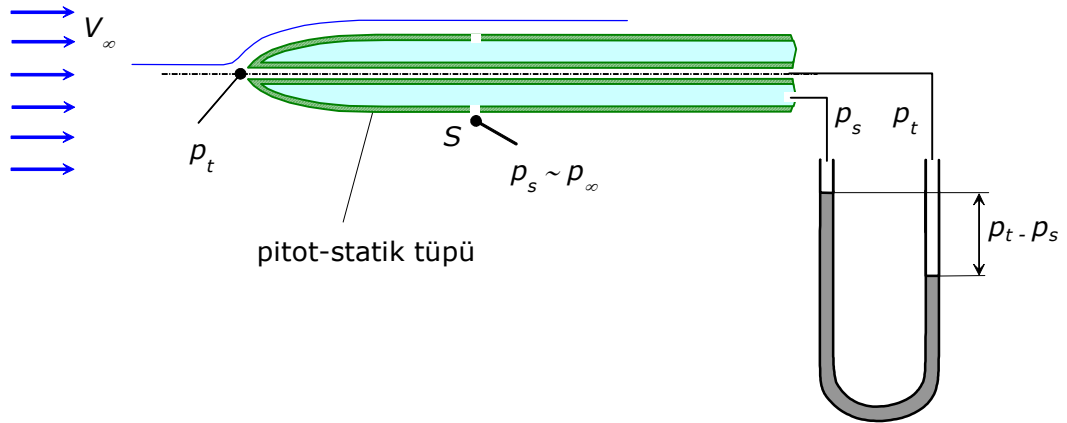
Üniform-paralel akım hızının ölçülmesi

Pitot tüpü ve duvar basıncı ile hız ölçümü



Bernoulli denklemi $p_\infty + \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 = p_t \rightarrow V_\infty = \sqrt{\frac{2}{\rho_\infty} \cdot (p_t - p_\infty)}$

Pitot-statik tüpü ile hız ölçümü



Bernoulli denklemi uygulanarak

$$p_\infty + \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 = p_t = p_s + \frac{1}{2} \rho_\infty V_s^2 \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho_\infty V_\infty^2 = p_t - p_s$$

Üniform-paralel akım hızı

$$V_s = \sqrt{\frac{2}{\rho_\infty} \cdot (p_t - p_s)}$$

Kaliteli bir pitot-statik tübü için

$$p_s \cong p_\infty \rightarrow V_s \cong V_\infty$$

Fark varsa kalibrasyon gerekir.

ÖRNEK 4.1

Atmosfer basıncının 760 mm civa Sütunu ve sıcaklığın 15°C olduğu bir günde, üniform-paralel akım içerisinde bir pitot-statik tüpü ile yapılan ölçme sırasında akımın dinamik basıncı 120 mm alkol sütunu olarak ölçülmüştür. Akım hızını hesaplayınız.

Çözüm:

Hal denkleminde

$$p_{at} = \rho_{\infty} R \cdot T_{at} \rightarrow \rho_{\infty} = \frac{p_{at}}{R \cdot T_{at}}$$

Atmosfer basıncı 760 mmHgS

Yerçekimi ivmesi 9.81 m/s²Civanın yoğunluğu 13.6 gr/cm³

Hava için gaz sabiti 287 J/kg°K

olup, havanın yoğunluğu

$$\rho_{\infty} = \frac{760 \times 13.6 \times 9.81}{287 \times 288} \rightarrow \boxed{\rho_{\infty} = 1.2267 \text{ kg/m}^3}$$

Sıkıştırılmaz akım halinde

$$q_{\infty} = p_t - p_{\infty}$$

Alkolün yoğunluğu

$$0.8 \text{ gr/cm}^3$$

olup

$$q_{\infty} = 120 \times 0.8 \times 9.81 \rightarrow \boxed{q_{\infty} = 941.76 \text{ Pa}}$$

dinamik basınç tanımından

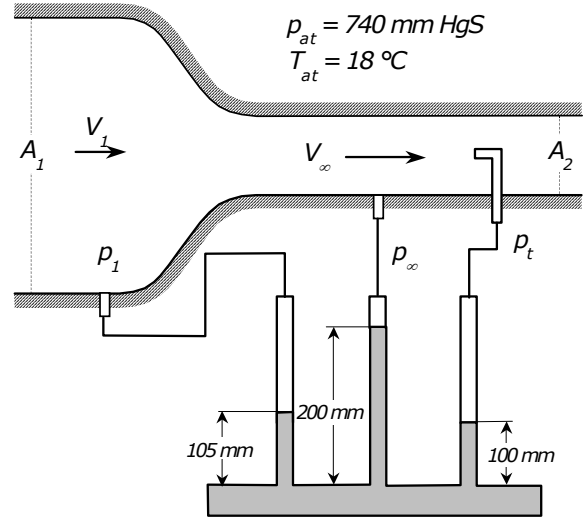
$$q_{\infty} = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 \rightarrow V_{\infty} = \sqrt{\frac{2 q_{\infty}}{\rho_{\infty}}}$$

Böylece akım hızı

$$V_{\infty} = \sqrt{\frac{2}{1.2256} \times 941.76} \rightarrow \boxed{V_{\infty} = 39.18 \text{ m/s}}$$

ÖRNEK 4.2

Şekilde görüldüğü gibi bir rüzgar tünelinin dinlenme ve deney odası duvarları üzerinde açılan deliklerle, deney odasında yer alan bir pitot tüpü alkollü bir manometrenin kollarına bağlanmıştır. Manometre kollarında ölçülen sıvı sütun uzunlukları ve çevre atmosfer şartları şekilde verildiği gibidir.



a) Deney odasındaki hava hızını hesaplayınız.

b) Deney odasındaki hava hızını pitot basıncı yerine dinlenme odası basıncını olarak bir kez daha hesaplayınız.

İki hesaplama arasındaki hata yüzdesini bulunuz

c) Kollektörün daralma oranını hesaplayınız.

Çözüm

a) Pitot basıncı kullanılarak hızın ölçülmesi

$$p_t - p_\infty = 200 - 100 \quad \rightarrow \quad \boxed{p_t - p_\infty = 100 \text{ mm AS}}$$

Alkolün yoğunluğu 0.8 gr/cm^3 ve yerçekimi ivmesi 9.81 m/s^2 olmak üzere

$$p_t - p_\infty = 100 \text{ (mm AS)} \times 0.8 \text{ (gr/cm}^3) \times 9.81 \text{ (m/s}^2) \quad \rightarrow \quad \boxed{p_t - p_\infty = 784.8 \text{ Pa}}$$

ciyanın yoğunluğu 13.6 gr/cm^3 olmak üzere çevre atmosfer basıncı

$$p_{at} = 740 \times 13.6 \times 9.81 \quad \rightarrow \quad \boxed{p_{at} = 98727.8 \text{ Pa}}$$

$$\text{çevre atmosfer sıcaklığı} \quad T_{at} = 18^\circ \text{C} + 273 \quad \rightarrow \quad \boxed{T_{at} = 291^\circ \text{K}}$$

Hava için gaz sabiti $287 \text{ J/kg}^\circ\text{K}$ olmak üzere havanın yoğunluğu, hal denkleminde

$$\rho_\infty = \frac{p_{at}}{R \cdot T_{at}} = \frac{98727.8}{287 \times 291} \quad \rightarrow \quad \boxed{\rho_\infty = 1.1821 \text{ kg/m}^3}$$

Deney odasındaki hız

$$V_\infty = \sqrt{\frac{2}{\rho_\infty} (p_t - p_\infty)} = \sqrt{\frac{2}{1.1821} \times 784.8} \quad \rightarrow \quad \boxed{V_\infty = 36.44 \text{ m/s}}$$

b) Dinlenme odası duvar basıncı yardımıyla hızın ölçülmesi

Bernoulli denkleminden

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho_\infty V_1^2 = p_\infty + \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 \quad \rightarrow \quad V_\infty = \sqrt{\frac{2}{\rho_\infty} \left(p_1 - p_\infty + \frac{1}{2}\rho_\infty V_1^2 \right)}$$

Dinlenme odası akım hızının yeterince küçük olduğu kabul edilerek

$$V_1 \cong 0 \quad \rightarrow \quad \tilde{V}_\infty \cong \sqrt{\frac{2}{\rho_\infty} (p_1 - p_\infty)}$$

$$\text{Basınç farkı} \quad p_1 - p_\infty = (200 - 105) \times 0.8 \times 9.81 \quad \rightarrow \quad \boxed{p_1 - p_\infty = 745.6 \text{ mm AS}}$$

$$\tilde{V}_\infty \cong \sqrt{\frac{2}{1.1821} \times 745.6} \quad \rightarrow \quad \boxed{V_\infty = 35.52 \text{ m / s}}$$

Hız ölçümünde yapılan hata, oransal olarak

$$\Delta V_\infty = \frac{V_\infty - \tilde{V}_\infty}{V_\infty} = \frac{36.44 - 35.52}{36.44} \quad \rightarrow \quad \boxed{\Delta V_\infty = \%2.52}$$

c) Dinlenme odasından geçen bir akım çizgisi boyunca Bernoulli denklemi yazılarak

$$p_t = p_1 + \frac{1}{2}\rho_\infty V_1^2 \quad \rightarrow \quad V_1 = \sqrt{\frac{2}{\rho_\infty} (p_t - p_1)}$$

$$\text{Basınç farkı} \quad p_t - p_1 = (105 - 100) \times 0.8 \times 9.81 \quad \rightarrow \quad \boxed{p_t - p_1 = 39.2 \text{ mm AS}}$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{2}{1.1821} \times 39.2} \quad \rightarrow \quad V_1 = 8.14 \text{ m / sn}$$

Dinlenme odası ile deney odası arasında süreklilik denkleminde

$$V_1 \cdot A_1 = V_\infty \cdot A_2 \quad \rightarrow \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{V_\infty}{V_1} = \frac{36.44}{8.14} \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{A_1}{A_2} = 4.48}$$

4.4- Sıkıştırılabilir halde bir-boyutlu akım denklemleri

4.4.1- Sıkıştırılabilir akımda süreklilik denklemi (Hugoniot denklemi)

Bir boyutlu süreklilik denklemi $\rho \cdot V \cdot A = Sb$

Logaritması alınarak $\ln(\rho \cdot V \cdot A) = \ln\rho + \ln V + \ln A = \ln Sb$

Diferansiyel alınarak $\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} + \frac{dA}{A} = 0$

Bir-boyutlu Euler denklemi ile ses hızı ve Mach sayısı için yapılan tanımlamalar hatırlanarak



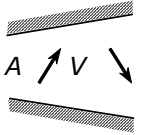

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{d\rho}{dp} \cdot \frac{dp}{\rho} = \frac{1}{(\frac{dp}{d\rho})_s} \cdot \frac{(-\rho \cdot V \cdot dV)}{\rho} = \frac{1}{a^2} \cdot \frac{(-V^2 \cdot dV)}{V} = -M^2 \frac{dV}{V}$$

önceki denklemde konularak

$$\frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \cdot \frac{dV}{V} \quad \text{HUGONIOT denklemi}$$

Hugoniot denkleminin yorumu

Hugoniot denklemi $\frac{dV}{V} = \frac{dA/A}{M^2 - 1}$ şeklinde yazılırsa

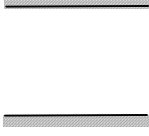
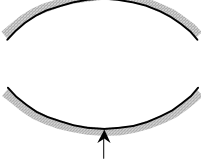
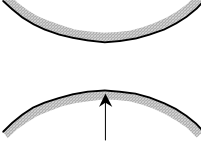
	M<1 $M^2-1 < 0$	$M > 1$ $M^2-1 > 0$
$dA < 0$	$dV > 0$ 	$dV < 0$ 
$dA > 0$	$dV < 0$ 	$dV > 0$ 

M=1 halinde özel durum söz konusudur

$$\frac{dV}{V} = \frac{dA/A}{0}$$

Akımın fiziğine uymayan tekillik var

Tekilliğin bulunmaması için $dA=0$ olmalıdır. Bu, üç halde mümkündür:

		
<u><i>A'nın sabit olması hali</i></u> Transonik rüzgar tüneline $M=1$ hali	<u><i>A'nın bir maksimumdan geçmesi hali</i></u> genişleyen-daralan lüle hali Girişte sesaltı akım olması halinde genişleyen kanalda sesaltı akım daha da yavaşlayacağı için Mach sayısı 1 değerine erişemez Girişte sesüstü akım olması halinde genişleyen kanalda sesüstü akım daha da hızlanacağı için Mach sayısı 1 değerine inemez Böyle bir kanal problemin bir çözümü değildir.	<u><i>A'nın bir minimumdan geçmesi hali</i></u> Yakınsak-ıraksak lüle hali Sesaltı hızla giren akım daralan kanalda hızlanarak $M=1$ değerine erişebilir Sesüstü hızla giren akım daralan kanalda yavaşlayarak $M=1$ değerine inebilir. Problemin gerçek çözümüdür

NOT: Yakınsak-ıraksak lülenin sesüstü rüzgar tünelleri açısından çok büyük bir önemi vardır. Şöyle ki; sesüstü rüzgar tüneline sorun havanın durgun atmosferik şartlardan (veya bir depodaki duran akım şartlarından) sesüstü hızlara kadar hızlandırılmasıdır. Yakınsak-ıraksak lülenin yakınsak kısmı düşük hızlardaki akımın hızlanarak $M=1$ değerine erişmesini sağlar. Böylece sesüstü rejime geçen akım kanalın ıraksak kısmında hızlanmaya devam ederek istenilen Mach sayısına erişebilir.

4.4.2- Sıkıştırılabilir akımda momentum denklemleri

Sınır tabaka gibi **viskoz etkilerin** bulunmadığı
Şok benzeri **antropi arttırıcı** olayların görülmediği
Yüksek hızlı

akımları

izantropik

kabul etmek mümkündür

Euler denklemleri integral formda

$$\int \frac{dp}{\rho} + \frac{V^2}{2} = Sb$$

İzantropik halde basınç-yoğunluk ilişkisi

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = K = Sb$$

 ρ çekilip hareket denkleminde kullanılarak

$$K^{1/\gamma} \int p^{-1/\gamma} dp + \frac{V^2}{2} = Sb$$

Denklemler entegre edilerek

$$K^{1/\gamma} \frac{p^{1-1/\gamma}}{1-1/\gamma} + \frac{V^2}{2} = Sb$$

Bu denklem düzenlenerek

$$p \cdot \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{K^{1/\gamma}}{p^{1/\gamma}} + \frac{V^2}{2} = Sb$$

Veya

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} = Sb$$

bulunur.

Elde edilen denklem **basınç-yoğunluk-hız** arasında bir ilişki kurmakla birlikte bu büyüklüklerin birbirini nasıl etkilediği hususunda açık bir fikir vermemektedir.

Bu denklemdeki parametrelerden birini yok etmek gerekmektedir.

Hal denklemleri ve ses hızı tanımları kullanılarak $\frac{\gamma \cdot p}{\rho} = \frac{\gamma \cdot \rho \cdot R \cdot T}{\rho} = \gamma \cdot R \cdot T = a^2$

Denklemlerde kullanılarak

$$a^2 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot V^2 = Sb$$

Bu denklem bir akım çizgisi boyunca **ses hızı-akım hızı** arasında ilişki kurmakta olup, akım hızı arttıkça ses hızının azaldığını veya akım hızı azaldıkça ses hızının arttığını göstermektedir.

Denklemin sağındaki **sabitin değeri** hızın sıfır olduğu yerde (durma noktası) ses hızının aldığı a_0 değeri ile belirlenir.

$$a^2 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot V^2 = a_0^2$$

Denklemin her iki tarafı a ile bölünerek

$V/a=M$ lokal Mach sayısı olmak üzere

$$\frac{a_0}{a} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M^2\right)^{1/2}$$

⇓

$$\begin{aligned} a_0 &= \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T} \\ a &= \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T} \end{aligned} \quad \rightarrow$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M^2$$

Basınç için

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \rightarrow \frac{p_0}{p} = \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^\gamma = \left(\frac{P_0}{R \cdot T_0} \cdot \frac{R \cdot T}{p}\right)^\gamma = \left(\frac{P_0}{p} \cdot \frac{T}{T_0}\right)^\gamma \rightarrow \left(\frac{P_0}{p}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^\gamma$$

ve yoğunluk için

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \rightarrow \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^\gamma = \frac{p_0}{p} = \frac{\rho_0 \cdot R \cdot T_0}{\rho \cdot R \cdot T} = \frac{\rho_0 \cdot T_0}{\rho \cdot T} \rightarrow \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{(\gamma-1)} = \frac{T_0}{T}$$

veya sıcaklık oranı kullanılarak

$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M^2\right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

ve

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M^2\right)^{1/(\gamma-1)}$$

elde edilir.

Sıcaklık, ses hızı, basınç ve yoğunluk için lokal Mach sayısı cinsinden bulunan bu bağıntılar **izantropik akım denklemleri** olarak bilinir

Mach sayısı **arttikça basınç, yoğunluk, sıcaklık ve ses hızı azalmaktadır.**

Mach sayısı **azaldıkça basınç, yoğunluk, sıcaklık ve ses hızı artmaktadır.**

Mach sayısının alabileceği en küçük değer durma noktasında, sıfır değeridir.

Durma noktasında bulunan değerler durma basıncı, durma şartlarında yoğunluk, durma sıcaklığı, ve durma noktasında ses hızı gibi isimler alır.

Durma noktası dışındaki değerler ise statik değerler olarak bilinir.

4.4.3- Sıkıştırılabilir akımda basınç katsayısı

Basınç katsayısının genel tanımı

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{q_\infty}$$

Burada

$$q_\infty = \frac{1}{2} \cdot \rho_\infty \cdot V_\infty^2 \quad \text{dinamik basınçtır.}$$

Sıkıştırılabilir akımlarda dinamik basınç için daha uygun bir tanımlama,

hal denklemi ve ses hızı tanımları yardımıyla

$$\rho_\infty = \frac{p_\infty}{R \cdot T_\infty} = \frac{\gamma \cdot p_\infty}{\gamma \cdot R \cdot T_\infty} = \frac{\gamma \cdot p_\infty}{a_\infty^2}$$

yazarak ve Mach sayısı tanımı kullanılarak

$$q_\infty = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot p_\infty \cdot M_\infty^2$$

şeklinde yapılabilir.

Basınç katsayısının tanımı

$$C_p = \frac{2}{\gamma \cdot M_\infty^2} \cdot \left(\frac{p}{p_\infty} - 1 \right)$$

şekline gelir. İzentropik akım bağıntıları yardımıyla **basınç katsayısını** tamamen **Mach sayısına** bağlı hale getirmek mümkündür.

Statik basınçlar oranı

$$\frac{p}{p_\infty} = \frac{p_0}{p_\infty} \cdot \frac{p}{p_0} = \frac{p_0 / p_\infty}{p_0 / p}$$

İzentropik akım bağıntıları kullanılarak

$$C_p = \frac{2}{\gamma \cdot M_\infty^2} \cdot \left[\left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1 \right]$$

elde edilir.

4.4.4- Sıkıştırılmaz akım kabulü:

Durma noktasında basınç katsayısı ($M=0$)

$$C_{p_0} = \frac{2}{\gamma \cdot M_\infty^2} \cdot \left[\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1 \right]$$

Üslü ifade Binom serisine açılarak

$$C_{p_0} = \frac{2}{\gamma \cdot M_\infty^2} \cdot \left[1 + \frac{\gamma}{2} M_\infty^2 + \frac{\gamma}{8} M_\infty^4 + \frac{\gamma(2-\gamma)}{48} M_\infty^6 + \dots - 1 \right]$$

$$C_{p_0} = 1 + \frac{1}{4} M_\infty^2 + \frac{2-\gamma}{24} M_\infty^4 + \frac{(2-\gamma)(3-2\gamma)}{192} M_\infty^6 + \dots$$

Hava için $\gamma = 1.4 = 7/5$ olmak üzere

$$C_{p_0} = 1 + \frac{M_\infty^2}{4} + \frac{M_\infty^4}{40} + \frac{M_\infty^6}{1600} + \dots$$

Sıkıştırılmaz akım halinde

$$C_{p_0} = 1 \quad \text{iken}$$

Sıkıştırılabilir akım halinde

$$C_{p_0} \geq 1 \quad (\text{sadece } M_\infty = 0 \text{ için } C_{p_0} = 1)$$

Durma noktasındaki basınç katsayısının Mach sayısı ile değişimi

M_∞	C_{p_0}	ε
0.0	1.0000	0.0000
0.2	1.0100	0.0100
0.4	1.0406	0.0406
0.6	1.0933	0.0933
0.8	1.1704	0.1704
1.0	1.2756	0.2756

Pratikte çoğu zaman **0.3 Mach** sayısının (**100m/sn hızın**) **altındaki** akımlar **sıkıştırılmaz** kabul edilir.

Ancak bu kabul altında dahi bir miktar hata olduğunu unutmamak gerekir. Aslında bütün akımlarda sıkıştırılabilirlik etkisi mevcuttur, ve sıkıştırılabilirliğin ihmal edilmesi bir miktar hata yaratır.

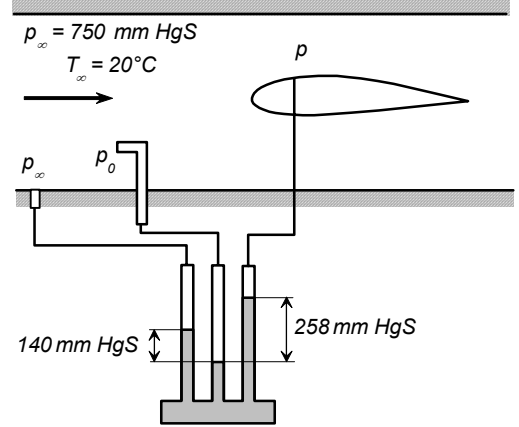
Örneğin iniş kalkış şartlarındaki bir uçağın kanadı göz önüne alınırsa, kanadın taşıma katsayısının hayli yüksek olacağı dolayısıyla kanat üzerinde akımın lokal olarak çok hızlanmış olacağı tahmin edilir. Böyle bir kanat her ne kadar uçuş hız çok küçük ($M < 0.3$) olsa da bu kanat etrafındaki akımı sıkıştırılmaz kabul etmek pek doğru olmayacaktır.

Her hangi bir problemde akımın sıkıştırılmaz kabul edilmesi halinde doğacak hatanın ihmal edilir mertebede olup olmadığı değerlendirilmelidir.

4.4.5 Bir boyutlu sıkıştırılabilir akım denklemlerinin uygulamaları:

ÖRNEK 4.3

Yüksek hızlı bir rüzgar tüneline bir kanat profili üzerinde, şekilde belirtilen şartlarda yapılan deneyler sırasında pitot basıncı ile duvar basıncı arasındaki fark 140 mm HgS, pitot basıncı ile model üzerinden alınan basınç arasındaki fark ise 258 mm HgS olarak ölçülmüştür.



a) Serbest akımın Mach sayısını ve hızını hesaplayınız.

b) Deney odasının kesiti 110cm×80cm boyutlarında olduğuna göre akımın kütleli debisini hesaplayınız.

c) Profilin veter uzunluğu 30 cm olduğuna göre Reynolds sayısını hesaplayınız.

d) Model üzerinde ve durma noktasındaki basınç katsayılarını hesaplayınız.

Cözüm:

a) $\gamma = 1.4$ olmak üzere $\frac{p_0}{p_\infty} = (1 + 0.2 \cdot M_\infty^2)^{3.5} \rightarrow M_\infty = \sqrt{5 \cdot \left[\left(\frac{p_0}{p_\infty} \right)^{1/3.5} - 1 \right]}$

Öte yandan $p_0 = p_\infty + (p_0 - p_\infty) = 750 + 140 \rightarrow p_0 = 890 \text{ mm HgS}$

Böylece Mach sayısı için $M_\infty = \sqrt{5 \cdot \left[\left(\frac{890}{750} \right)^{1/3.5} - 1 \right]} \rightarrow \boxed{M_\infty = 0.501}$ bulunur.

Mach sayısı tanımından $V_\infty = M_\infty \cdot a_\infty$

Serbest akım bölgesinde sıcaklık $T_\infty = 20^\circ\text{C} + 273 \rightarrow T_\infty = 293^\circ\text{K}$

Ses hızı sıcaklığa bağlıdır $a_\infty = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_\infty} = \sqrt{1.4 \times 287 \times 293} = 343.1 \text{ m/s}$

Böylece akım hızı için $V_\infty = 0.501 \times 343.1 \rightarrow \boxed{V_\infty = 171.9 \text{ m/s}}$ bulunur.

b) Akımın kütleli debisi $\dot{m} = \rho_\infty \cdot V_\infty \cdot A$

Kesit alanı $A = 1.10 \times 0.80 = 0.88 \text{ m}^2$

Hal denkleminde $\rho_\infty = \frac{p_\infty}{R \cdot T_\infty} = \frac{750 \times 13.6 \times 9.81}{287 \times 293} = 1.190 \text{ kg/m}^3$

Böylece $\dot{m} = 1.190 \times 171.9 \times 0.88 = 180.01 \text{ kg/s}$

elde edilir.

c) Reynolds sayısının genel tanımı profil için uygulanarak

$$\text{Re} = \frac{\rho_{\infty} \cdot V_{\infty} \cdot c}{\mu_{\infty}}$$

yazılabilir. Burada veter uzunluğu $c = 0.30 \text{ m}$ olarak verilmiş olup viskozitenin de sıcaklığa bağlı olduğu bilinmektedir. Buna göre

$$\mu_{\infty} = 1.784 \cdot 10^{-5} \cdot (T_{\infty} / 288)^{3/4} = 1.784 \cdot 10^{-5} \cdot (293 / 288)^{0.75} = 1.807 \cdot 10^{-5} \text{ kg / m s}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho_{\infty} \cdot V_{\infty} \cdot c}{\mu_{\infty}} = \frac{1.190 \times 171.9 \times 0.30}{1.807 \cdot 10^{-5}} = 3.396 \cdot 10^6$$

elde edilir.

d) Basınç katsayısı için sıkıştırılabilir akım halinde verilen bağıntı durma noktasında uygulanarak durma noktasındaki basınç katsayısı için

$$C_{p0} = \frac{2}{\gamma \cdot M_{\infty}^2} \cdot \left(\frac{p_0}{p_{\infty}} - 1 \right) = \frac{2}{1.4 \cdot (0.501)^2} \cdot \left(\frac{890}{750} - 1 \right) = 1.062$$

bulunur. Ayrıca profil üzerindeki nokta için

$$\begin{aligned} p_0 &= 890 \text{ mm HgS} \\ p_0 - p &= 258 \text{ mm HgS} \end{aligned} \quad \rightarrow \quad p = 890 - 258 = 632 \text{ mm HgS}$$

olup, bu noktadaki basınç katsayısı için de

$$C_p = \frac{2}{\gamma \cdot M_{\infty}^2} \cdot \left(\frac{p}{p_{\infty}} - 1 \right) = \frac{2}{1.4 \cdot (0.501)^2} \cdot \left(\frac{632}{750} - 1 \right) = -0.895$$

elde edilir.

ÖRNEK 4.4

Hava basıncının 0.465 bar ve sıcaklığın -25°C olduğu bir irtifada 0.67 Mach sayısında uçmakta olan bir uçağın üzerinde basınç katsayısının -0.5 olduğu noktadaki Mach sayısını, hızı ve viskoziteyi hesaplayınız.

Çözüm:

Hava için $\gamma = 1.4$ olmak üzere

$$C_p = \frac{2}{1.4 \cdot M_{\infty}^2} \cdot \left[\left(\frac{1 + 0.2 \cdot M_{\infty}^2}{1 + 0.2 \cdot M^2} \right)^{3.5} - 1 \right]$$

Buradan

$$M = \sqrt{5 \cdot \left[\frac{1 + 0.2 \cdot M_{\infty}^2}{(1 + 0.7 \cdot M_{\infty}^2 \cdot C_p)^{1/3.5}} - 1 \right]}$$

$$\boxed{M_{\infty} = 0.67} \text{ ve } \boxed{C_p = -0.5} \text{ için } \rightarrow \boxed{M = 0.849} \text{ bulunur.}$$

Mach sayısı tanımından

$$U = M \cdot a$$

İzantropik akım bağıntısı

$$\frac{T_0}{T_{\infty}} = 1 + 0.2 \cdot M_{\infty}^2 \rightarrow \boxed{\frac{T_0}{T_{\infty}} = 1.090}$$

Verilen irtifadaki sıcaklık

$$T_{\infty} = -25^{\circ}\text{C} + 273 \rightarrow \boxed{T_{\infty} = 248^{\circ}\text{K}}$$

olup

$$T_0 = 248 \times 1.090 \rightarrow \boxed{T_0 = 270.3^{\circ}\text{K}}$$

İzantropik akım bağıntısı

$$\frac{T_0}{T} = 1 + 0.2 \cdot M^2 \rightarrow \boxed{\frac{T_0}{T} = 1.144} \rightarrow \boxed{T = 236.3^{\circ}\text{K}}$$

Ses hızı tanımından

$$a = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T} = \sqrt{1.4 \times 287 \times 236.3} \rightarrow \boxed{a = 308.1 \text{ m/s}}$$

Böylece hız için

$$U = 0.849 \times 308.1 \rightarrow \boxed{U = 261.6 \text{ m/s}}$$

Viskozite

$$\mu = 1.784 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{T}{288} \right)^{0.75}$$

şeklinde sadece sıcaklığın fonksiyonu olup

$$\boxed{\mu = 1.538 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m s}}$$

elde edilir.

SORULAR

4.1- Daimi, sürtünmesiz akımda bir akım çizgisi boyunca

- a) Cereyan borusu kavramından yararlanarak bir-boyutlu süreklilik denklemini yazınız.
- b) Üç-boyutlu denklemlerden hareketle bir-boyutlu momentum denklemini, çıkartınız.
- c) Bu denklemleri sıkıştırılamaz halde integre ederek Bernoulli denklemini çıkartınız.
- d) Aynı denklemleri izantropik halde integre ederek akım alanının herhangi bir noktasındaki sıcaklık, basınç ve yoğunluğu bu noktadaki Mach sayısı ve durma noktası şartları cinsinden veren izantropik akım denklemlerini çıkartınız. Bu bağıntıları yorumlayınız.
- e) Aynı akım için süreklilik denkleminde hareketle cereyan borusu kesit alanı ile hızlar arasında, Mach sayısına da bağlı olarak ilişki kuran Hugoniot denklemini elde ediniz. Bu denklemleri sesaltı, sesüstü ve ses civarı halleri için yorumlayınız.

4.2- ρ_∞ yoğunluğunda ve p_∞ basıncındaki akışkan içerisinde V_∞ hızıyla düzgün doğrusal hareket yapmakta olan bir cisim etrafındaki akım alanının herhangi bir noktasında basınç p , yoğunluk ρ ve hız u olarak tanımlanmıştır.

- a) Bu noktadaki basınç katsayısını tanımlayınız.
- b) Sıkıştırılamaz bir akımda basınç katsayısının herhangi bir noktasındaki akım hızı ve serbest akım hızı cinsinden yazılabileceğini gösterin.
- c) Sıkıştırılamaz akımda bir kanat profili etrafındaki basınç katsayısındaki tipik bir dağılımını bir şekil üzerinde gösteriniz. Basınç katsayısının en büyük değeri nedir? Nerede görülür? Basınç katsayısının pozitif, sıfır ve negatif olduğu bölgeleri bir şekil üzerinde gösteriniz. Aynı şekil üzerinde hızın ve basıncın serbest akım hızından ve basıncından küçük mü büyük mü olduğunu belirtiniz.
- d) Sıkıştırılabilir bir akım alanının herhangi bir noktasındaki Mach sayısı M ve serbest akımın Mach sayısı M_∞ olmak üzere, göz önüne alınan noktadaki basınç katsayısını bu Mach sayılarına bağlayan bir ifade çıkartınız.
- e) Bu ifadeyi durma noktası için seriye açarak durma noktasındaki basınç katsayısının 1 'den büyük olduğunu gösteriniz. Bu ifadeden yararlanarak sıkıştırılamaz akım kabulünü açıklayınız. Sıkıştırılamaz akım kabulünün geçerlilik sınırlarını irdelleyiniz. Serbest akım Mach sayısının küçük olduğu her durumda bir cisim etrafındaki akım alanının her tarafında akım sıkıştırılamaz kabul edilebilir mi, açıklayınız.

4.3- Çevredeki atmosfer sıcaklığının 20°C ve basıncın $757 \text{ mm Civa Sütunu}$ olduğu bir günde, kollektörünün daralma oranı 5 olan düşük hızlı bir rüzgar tüneline 40 cm veter uzunluğuna sahip bir kanat profili üzerinde yapılan deneysel çalışma sırasında deney odası içerisine bir pitot-statik tüpünün yerleştirilmesi sakıncalı görülerek serbest akım şartlarının dinlenme odası duvarına ve deney odası giriş kesiminde duvar üzerine açılan birer prizden alınan basınçlar yardımıyla tespiti tercih edilmiştir. Deney sırasında bu noktalardan alınan basınçlar arasındaki fark alkollü bir manometre ile $120 \text{ mm Alkol Sütunu}$ olarak ölçülmüştür.

- a) Dinlenme odası duvar basıncının toplam basınca eşit kabul edilmesi halinde serbest akım hızı ne olur, hesaplayınız.
- b) Dinlenme odasında gerçekte küçük de olsa sıfırdan farklı bir akım hızı bulunduğunu ve bu bakımdan buradan alınan duvar basıncının toplam basınca eşit olmayacağını hatırlayınız. Dinlenme odası ve deney odası içerisindeki akımların bir-boyutlu olduğunu kabul ederek bir düzeltme yapmak suretiyle deney odasındaki gerçek serbest akım hızını hesaplayınız.
- c) Modelin veter uzunluğu cinsinden tanımlanan Reynolds sayısını hesaplayınız.
- d) Deney sırasında model üzerindeki bir basınç prizinden alınan basınçla dinlenme odası duvar basıncı arasındaki fark da $150 \text{ mm Alkol Sütunu}$ olarak ölçülmüştür. Bu noktadaki basınç katsayısını (b şikkındaki şartlarda) hesaplayınız.

4.4- Kollektörünün giriş ve çıkış kesit alanları sırasıyla A_1 ve A_2 ve daralma oranı $A_1/A_2=16$ olarak verilen açık devreli bir rüzgar tünelinin deney odasındaki dinamik basınç, atmosfer sıcaklığının 20°C ve atmosfer basıncının da 770 mm HgS olduğu bir günde bir pitot-statik tüpü aracılığıyla $100 \text{ mm Alkol Sütunu}$ olarak ölçülmüştür. Buna göre:

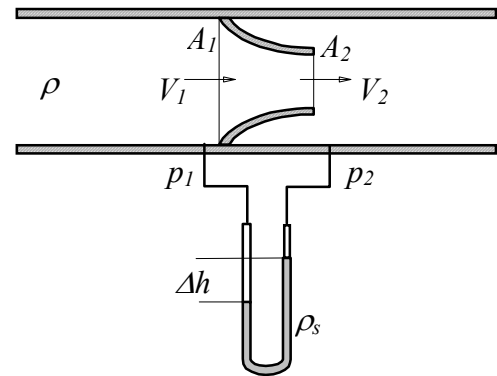
- Kollektör girişindeki akım hızını hesaplayınız.
- Deney odasındaki üniform akımı referans olarak kollektör giriş kesitinde tanımlanacak basınç katsayısını hesaplayınız.

4.5- Bir boru içerisinde geçmekte olan akımın debisini debi-ölçer adı verilen birtakım düzeneklerle ölçmek mümkündür. Bir tip debi-ölçer, şekilde görüldüğü gibi bir boru içerisine yerleştirilmiş daralan bir kanaldan ibarettir. Bu kanalın giriş kesiti A_1 ve çıkış kesiti de A_2 alanına sahip olsun. Kanal girişindeki ve çıkışındaki basınçlar da p_1 ve p_2 ile gösterilsin. Kanaldan geçen akışkanın viskozitesinin yeterince küçük olması halinde $(p_1 - p_2)$ basınç farkı boru cidarına yerleştirilen basınç prizlerinden büyük bir yaklaşıklıkla ölçülebilir. Buna göre:

Bir boru içerisinde ρ yoğunluğuna sahip bir gaz akmakta iken bir debi-ölçerin giriş ve çıkış basınçları arasındaki fark ρ_s yoğunluğuna sahip bir sıvının kullanıldığı bir U tipi manometreden Δh sıvı sütunu olarak ölçülmektedir. Borudan geçen gazın hacimsal debisinin

$$Q = \frac{A_2}{\sqrt{1 - (A_2/A_1)^2}} \sqrt{\frac{2g\Delta h\rho_s}{\rho}}$$

şeklinde hesaplanabileceğini, bir-boyutlu, sürtünmesiz akım yaklaşımı yaparak gösteriniz.



4.6- Sıcaklığın -1°C ve basıncın 480 mmHgS olduğu bir ortamda 220 m/sn hızla uçmakta olan bir uçağın üzerindeki bir noktada basınç katsayısı -0.6 olarak verilmektedir. Bu noktadaki akımın Mach sayısını, sıcaklığı, ve hızı hesaplayınız.

4.7- Atmosfer basıncının 750 mm Hg sütunu olduğu bir günde yüksek hızlı bir rüzgar tüneline bir kanat profili üzerinde yapılan deney sırasında serbest akımın sıcaklığı 5°C olarak ölçülmüş, ayrıca serbest akımın statik basıncının atmosfer çevre basıncından 25 mm Hg sütunu kadar düşük ve bir pitot tüpünden alınan durma basıncının ise çevre atmosfer basıncından 125 mm Hg sütunu kadar daha büyük olduğu tespit edilmiştir. Bu deney sırasında kanat profilinin üzerindeki bir noktada sıcaklık -21°C olarak ölçülmüştür. Bu noktadaki Mach sayısını ve basınç katsayısını hesaplayınız.

4.8- Bir kanal içindeki bir-boyutlu akım halinde kütleli debinin $m = \rho V A$ şeklinde hesaplanacağı bilinmektedir. Burada A kanalın dik kesit alanı, ρ akışkanın yoğunluğu, V ise ele alınan kesitteki akım hızıdır.

Düşük hızlarda akım sıkıştırılmaz kabul edilir: Bu durumda ρ sabit olduğu için kütleli debi sadece V hızına bağlıdır. Hız arttıkça debi doğrusal orantılı olarak artar.

Akımın sıkıştırılmaz kabul edilemediği yüksek hızlarda kütleli debinin, ρ_0 durma basıncı, T_0 durma sıcaklığı ve M de ele alınan kesitteki Mach sayısı olmak üzere

$$\dot{m} = \sqrt{\frac{\gamma}{RT_0}} p_0 A \frac{M}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}$$

şeklinde ifade edilebileceğini gösteriniz.