

Olasılık ve İstatik – Ders 1

Gözlenen ya da ölçümü yapılan sözel veya sayısal bilgiler topluluğuna **veri** denir. Veriler öncelikle belirli ve belirsiz konular altında incelenebilir. Belirli konular klasik anlamda matematik, fizik, geometri veya laboratuvar şartlarındaki kontrol durumlarıdır. Belirsizlik içeren konular gurubunda ise olasılık, istatistik, türbülans, kaos, stokastik vb. yer almaktadır.

Doğa ve sosyal olayların davranış özelliklerinin belirgin yöntemlerle izah edilememesi durumunda belirsizlik karşımıza çıkar. Mühendislik, doğada meydana gelen fiziksel olayları da içine alarak, sadece teorik veya deneysel değil de aynı zamanda doğada insan kontrolü olmadan ortaya çıkan olayları da inceleyen bir saha (arazi) bilimidir. Laboratuvar şartlarında bazı olayların tamamen kontrol altına alınmasıyla hatalar neredeyse sıfırlanabilmektedir. Üretim şartlarında ise kontrol daha da güçleşmektedir; fakat doğa olaylarında kontrol mümkün olamamaktadır. Laboratuvarda olaylar hem çok hassas aletler ile ölçülebilir hem de istendiği kadar tekrarlanabilir.

Geçmişte belirsizliklerin işlenmesi ve anlamlı sonuçlara varılabilmesi için ihtimaller teorisi kullanılmıştır. Matematik ve mühendislikte bu teori belirsizlik durumlarında istatistik yöntemlerle beraber kullanılır. Bu nedenle bütün belirsizliklerin rastgele (random) karakterde olduğu kavramı yaygınlaşmıştır. Rastgeleliğin en önemli özelliği, sonuçların ortaya çıkmasında tamamen ihtimal olayının rol oynaması ve gerekli öngörülerin, tahminlerin kesin bir doğrulukla önceden yapılamamasıdır; ancak bilinen belirsizliklerin hepsi rastgele karakterde değildir. Belirsizlik içinde bir oranda belirlilikler gizlidir (Şen, Z., 2001, Bulanık mantık ve modelleme ilkeleri).

Belirsizlik durumlarının; doğal, sosyal ve fizik olayların hepsinde bulunduğu bugün bilimsel olarak anlaşılmıştır. Örneğin matematik hesaplamaların sadece belirgin (deterministik, sebep sonuç ilişkisiyle bire bir bağlantılı) yöntemlerle yapılmasının yetersiz olduğu, nasıl 17. yüzyılda şans oyunlarının hesaplanmasının düşünülmesi ile anlaşıldığından, daha sonraki yüzyıllarda bilimsel çalışmalar belirgin yönler gideceğine, belirsizlik yöntemlerinin gelişmesi ve hesaplara girmesi yönünde olmuştur. Mesela, sanayi devriminin 18. yüzyılda gelişmesi ile elde edilen bilgi ve bilimsel sorgulamalar sonunda ortaya çıkan termodinamik, ısı iletimi olayının moleküler seviyede tamamen belirsizlik yöntemleri ile çözümlenebileceği anlaşılmış ve belirsizliğin ölçütü olarak **entropi bozunumu** kavramı ortaya çıkmıştır. Yani doğal ve fizik olayların sürekli olarak bozunumlarla belirsizliklerinin arttığı görülmüştür. Bir bakıma entropi belirsizlik ve faydalı bir işin düzensiz hale gelişinin ölçüsüdür. Buradan çıkarılacak sonuç ise belirsizlik ve düzensizliğin arttığı bir dünyada doğal olarak bunları ifade ve kontrol edebilecek belirsizlik yöntemlerine önem verilmelidir.

Belirsizlik yöntemlerinin son yüzyılda daha da gelişmesine rağmen, gecikmiş olarak kullanılması, insanların belirsiz sıfatı olan yöntemlerin başlangıçta öğrenilmesinin ve uygulanmasının sonuca gidildiği takdirde bulunan sonucun tam güvenilir olmayacağı kuşkusunu ve isteksizlik nedeni ile olmuştur. Genel olarak, toplumda belirsizlik ilkelerine ve özellikle de ihtimal (olasılık) sıfatı taşıyan sözlere güven duyulmamıştır. Sonradan belirsizlik yöntemlerinin verdiği sonuçların daha genel olduğu, bunların ortalamalarının belirgin yöntemlerle bulunan sonuçları da verdiği anlaşılmıştır.

Son yüzyılda içinde bilimsel devrimlerin hemen hepsi belirsizlik ilkelerini ve bunların sonucunda geliştirilen yöntemleri içermektedir. Örneğin daha 20. yüzyılın başında, fizikçiler “bundan sonra fizikte yapılacak bir şey kalmadı, herşey belirlilik yöntemleri olan Newton ilke ve kanunları ile izah edilebilir” diyerek bir genelleme yapmak istedikleri sırada, molekül ve atomun alt yapıları ile uğraşan fizikçilerin, belirgin yöntemlerin bu olayları inceleyemeyeceği sonucuna varmaları yeni araştırmalara kapı açmıştır. Takip eden yıllarda alışlagelmiş klasik yani Newton fiziği yerine Kuantum fiziği geliştirilmiştir. Özellikle 1927 yılında ünlü fizikçi Heisenberg’in “insanlık var oldukça aynı zamanda konum ve hız ölçümünün hatasız olarak yapılamayacağı genellemesi” ile fizik belirgin ortamdan belirsizlik ortamına geçerek ihtimaller ve istatistik gibi belirsizlik yöntemlerinden yararlanan kuantum fiziği haline gelmiştir.

İnsanların bütün tasarımlarında kullandıkları yaklaşık 2000 yıllık Öklid geometrisi, 1970’li yıllarda yerini artık daha doğal olayların geometrisini yapabilen ve yine belirsizlik ilkelerinden doğan **Fraktal (kesirli)** geometriye bırakmıştır. Bilindiği gibi Öklid geometrisinde noktanın 0, doğrunun 1, yüzeyin 2 ve hacmin 3 boyutlu olduğu varsayılmıştır. Bu varsayımlar tamamen belirgindir. Ancak fraktal geometrisinde belirsizlik ışın içine girerek incelenen her şeklin kesirli boyutları olabileceği ileriye sürülmüştür. Mesela çok girintili çıkıntılı olan Türkiye’nin Ege sahillerinin uzunluğunun 2 boyutunda değil de küsüratlı, mesela 2,32 olabileceğidir.

Belirgin fizik ve matematik kurallarının bir araya getirilmesiyle elde edilen madde, enerji ve momentumun korunumu ilkeleri ile akışkanlar mekaniğinde ve diğer akla gelen her türlü durumda geçerli olan diferansiyel denklemler elde edilmiştir. Aslında bunların çözülmesi ile incelenecek olayın gelecek durumlarının tahminleri yapılır. Burada başlangıç ve sınır koşulları işin içine girer. Diferansiyel denklemler çok ideal sınır ve başlangıç koşulları altında analitik olarak çözülebilir. Büyük bir kısmının, özellikle mühendislik gibi uygulamalı alanlarda kullanılması için çözülmesinde sayısal yöntemler kullanılır. Çözümlerinin belirgin olduğu sanılan bu diferansiyel denklemlerin, çözümlerinin asla kesin olmadığı ve **kaotik** yani belirsiz çözümler içerdiği son 40 yılda anlaşılmıştır (Lorenz, 1963). Kısaca diferansiyel denklemlerin çözümleri genel olarak acaip fraktal geometrik şekiller üzerinde olur, ama noktasal olarak bunun nerede olacağı kestirilemez. Bunun için geliştirilen çözümlerinde ihtimaller ve istatistik gibi belirsizlik yöntemlerden yararlanır.

Yine son 30 yıla kadar sürekli kullanılan belirgin mantık ve özellikle de yine 2000 yıl kadar insanların basitçe kullandıkları Aristo mantığı yerine, belirsizlik içeren ve bugün Azerbeycanlı bilim adamı Lütfü Askerzade tarafından **fuzzy** veya **bulanık** denilen bir mantık yapısı değişik teknolojik cihazlarda kullanılır hale gelmiştir. Bu mantıkta, günlük konuşma dilinde geçen sözel belirsizlikleri de işin içine katma yolu seçilmiştir. Günümüz teknolojisinin çamaşır makinası, elektrikli süpürgesi, araba, asansör, yapay zeka, modelleme gibi birçok atılımları bulanık mantık yöntemlerinin kullanılmasıyla gerçeğe daha yakın ve daha verimli olarak tasarlanıp uygulanabilmektedir.

Bütün bu açıklamalardan sonra, belirsizliğin her tarafta ve her şeyde bulunduğu ve bunların nesnel olarak incelenmelerinin gerekliliğinden dolayı bazı teknik, yöntem, algoritma ve yaklaşımların alışıla gelmiş belirgin matematik (diferansiyel denklem, türev) dışında, belirsizliği

yakalayabilecek ve onu sayısalastırabilecek kuralları olan bazı bilimsel yöntemlere ihtiyaç olduğu aşikardır. Bu türlü konular için geçerli olabilecek ihtimaller, istatistik, stokastik, fraktal, kaotik, pertürbasyon, kuantum gibi konulara yukarıdaki paragraflarda teker teker değinildi. Ancak bahsedilen bütün bu yöntemlerin anlaşılması için gerekli olan **ihimaller** hesabıdır. Bu yöntemler olayın incelenmesinde kuralcı, zorlaştırıcı ve donuk kavramlar olması yerine daha dinamik, belirsiz ve verimli yaklaşımlar içermektedir (Şen, 2001, Bulanık mantık ve modelleme ilkeleri)

Doğa olaylarının incelenmesi için yapılan ölçümler, kesin olmayışları sebebi ile türbülans, kaotik, gürültü, rastgele yani hatalı diye nitelendirilir. Belirsizlik olayları ile uğraşanlar bu nitelendirmelere alışarak onları nesnel (objektif) yöntem ve tecrübelerine dayanan bilgi ve görüşleri ile yorumlayabilmelidirler. Bu tür yorumlarda konum ve zaman ölçükleri göz ardı edilmemelidir.

İstatistik; hatalı, rastgele ve belirsizlik içeren verileri işleyerek yoruma hazır hale getirme ve sonuç çıkarma bilim dalı olarak tarif edilebilir.

Belirsizlik olaylarının en iyi gözlemlendiği bilim dallarının başında meteoroloji gelmektedir. Ayrıca deprem olayının oluşumundaki belirsizlikler bütün hafızalara kazınmış durumdadır.

İhtimal kelimesi, muhtemelen olması beklenen yani olabilirlik şansına sahip anlamı taşımaktadır. Son yıllarda bu kelimenin yerine olabilirlik anlamını doğrudan yansıtan “olasılık” kullanılmaktadır.

İhtimaller hesabı problemleri ilk defa 1654 yılında, meşhur Fransız matematikçisi Blaise Pascal’ın kumar meraklısı arkadaşının kendisine sorduğu bazı problemler üzerine ortaya çıkmıştır. İhtimaller hesabının matematik temelleri ise 1933’de Rus matematikçisi Kolmogorov’un çalışmalarına dayanır. Kolmogorov, ihtimal hesaplarını kümeler teorisi üzerine kuran kişi olarak bilinmektedir.

İhtimaller hesabında iki temel yaklaşım vardır: *Objektif* ve *Subjektif* yaklaşım. Objektif yaklaşıma göre ihtimal kavramı yalnız ve sadece, aynı şartlarda devamlı tekrarlanabilen olaylara uygulanabilir. Bir para atışında yazı/tura gelmesi buna örnek olarak gösterilebilir. Bu durumda sadece eşit şansa sahip tekrarlanan olaylar ile ilgili yorum yapılabilmektedir. Ayrıca bu yaklaşımda ise kendi tecrübe veya çıkarımları delil olarak getirmeme tercihi yapılır.

Subjektif yaklaşımda ise, kendi düşünce ve inançlarını ilave etme durumu söz konusudur. Örneğin “edindiğim tecrübeye göre Kasım ayının birinci yarısında İstanbul’da pastırma yazı yaşanmaktadır”. “Şu dağın eteğine varmadan düşündüğümüz rüzgar türbini için yer bulma ihtimalimiz %80’dir”.

Objektif yaklaşım: $R(a, p)$, a olay, p olayın vuku bulma ihtimali ve R ise bunlar arasındaki ilişkidir.

Subjektif yaklaşım: $R(b, p)$, b olay hakkındaki görüş, inanç vb., p olayın vuku bulma ihtimali ve R ise bunlar arasındaki ilişkidir.

Objektif ve Subjektif yaklaşımlar ele alınan verinin belirliliğine ve çokluğuna göre birbirine yaklaşır.

Kaynak: İstatistik ve olasılık ders notları, Ahmet Duran Şahin, 2011.