

Seventh Edition

VECTOR MECHANICS FOR ENGINEERS: STATICS

Ferdinand P. Beer

E. Russell Johnston, Jr.

Ders Notu:

Hayri ACAR

İstanbul Teknik Üniveristesi

Tel: 285 31 46 / 116

E-mail: acarh@itu.edu.tr

Web: <http://atlas.cc.itu.edu.tr/~acarh>

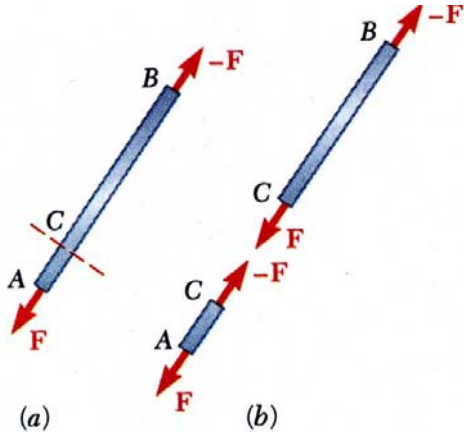
7. Kiriş ve Kablolardaki Kuvvetler

- Giriş
- Elemanlardaki iç kuvvetler
- Çeşitli tiplerde kiriş yükleri
- Kesme kuvveti ve eğilme momenti diyagramları
- Yük, kesme kuvveti ve eğilme momenti arasındaki bağıntılar
- Tekil yükler etkisinde kablolar
- Yayılı yük etkisinde kablolar
- Parabolik kablo
- Zincir eğrisi

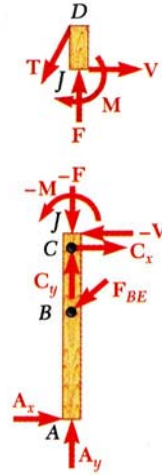
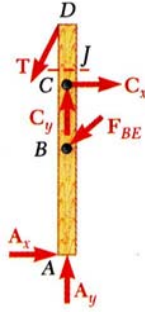
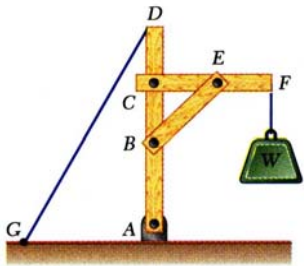
Giriş

- Daha önceki bölümlerde
 - a) bir yapıya etkiyen dış kuvvetlerin belirlenmesi
 - b) bir yapının elemanlarını bir arada tutan kuvvetlerin belirlenmesi incelenmişti.
- Bu bölümde elemanı birarada tutan iç kuvvetler (çekme/basma, kesme kuvveti ve eğilme momenti) incelenecektir.
- Mühendislikte kullanılan en önemli iki yapı dikkate alınacaktır:
 - a) *Kirişler* – genellikle uzun, dik ve prizmatik elemanlardır. Tekil ve yayılı yükleri desteklemek için tasarlanırlar.
 - b) *Kablolar* – esnek malzemelerdir. Sadece çekmeye karşı çalışırlar. Tekil veya yayılı yükleri taşımak için tasarlanırlar.

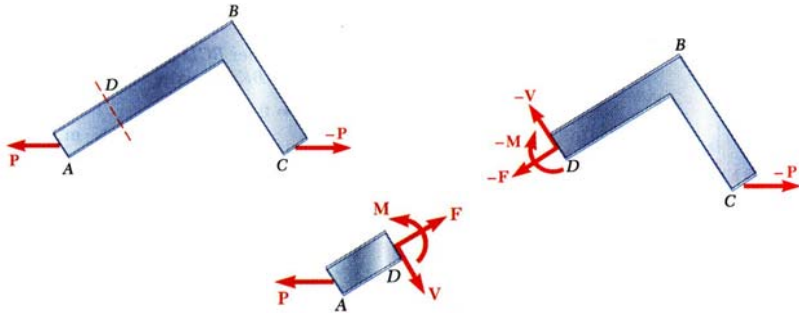
Elemanlardaki İç Kuvvetler



- Dik olan iki kuvvete sahip AB elemanında denge ancak F ve $-F$ kuvvetleri ile sağlanır.
- AC ve CB eleman parçalarının dengede olabilmesi için *iç kuvvetler* F ve $-F$ 'ye eşit olmalıdır.

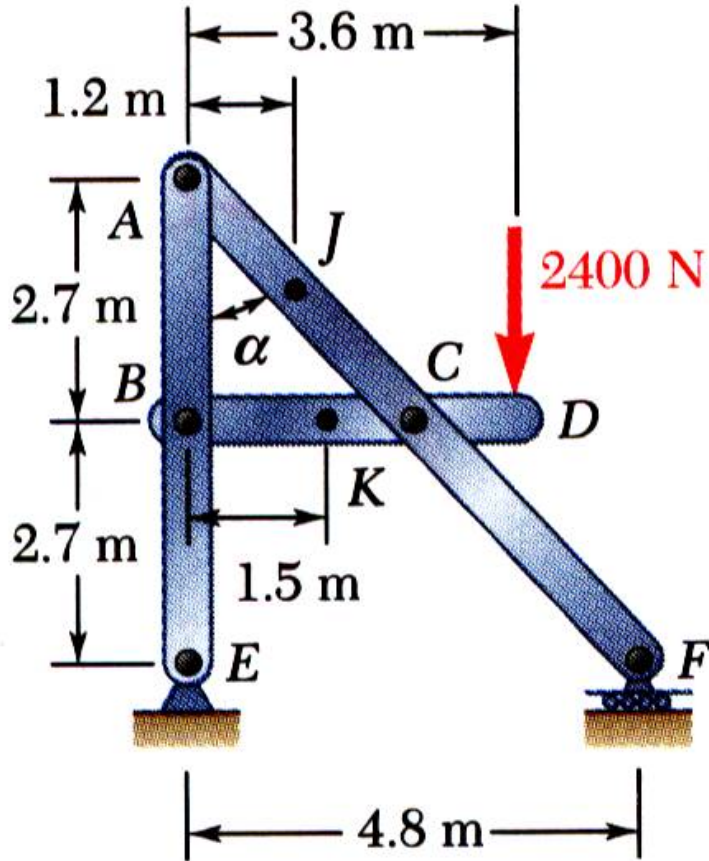


- $ABCD$ gibi çok kuvvete sahip elemanlarda kablo ve elemanlar arasındaki bağ kuvvetleri ile denge sağlanır.
- JD ve $ABCJ$ eleman parçaları için denge kuvvet – kuvvet çifti ile sağlanır.



- Dik olmayan ve iki kuvvete sahip elemanlarda denge kuvvet – kuvvet çifti ile sağlanır.

Örnek 7.1



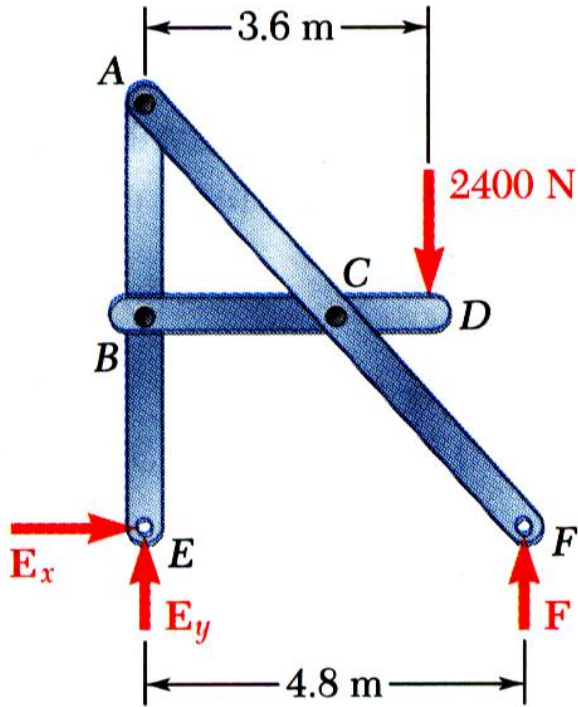
Şekildeki yükleme elemanında
(a) ACF elemanında J noktasında,
(b) BCD elemanında K 'da
iç kuvvetleri bulunuz.

ÇÖZÜM:

- Mesnet kuvvetleri ve her elemandaki bağ kuvvetleri hesaplanır.
- ACF elemanı J noktasından kesilir. J kesitindeki iç kuvvetler kuvvet – kuvvet çifti ile gösterilir. Denge denklemleri ile iç kuvvetler hesaplanır.
- BCD elemanı K noktasından kesilir. K kesitindeki iç kuvvetler kuvvet – kuvvet çifti ile gösterilir. Denge denklemleri ile iç kuvvetler hesaplanır.

ÇÖZÜM:

- Mesnet kuvvetleri hesaplanır.



$$\sum M_E = 0 :$$

$$-(2400 \text{ N})(3.6 \text{ m}) + F(4.8 \text{ m}) = 0$$

$$F = 1800 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 :$$

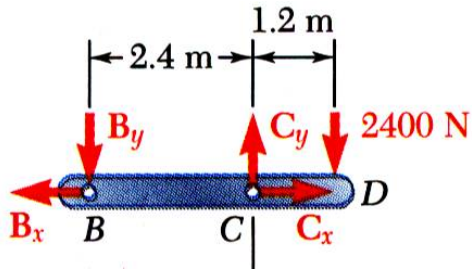
$$-2400 \text{ N} + 1800 \text{ N} + E_y = 0$$

$$E_y = 600 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 :$$

$$E_x = 0$$

Her elemandaki bağ kuvvetleri hesaplanır.



BCD elemanı SCD:

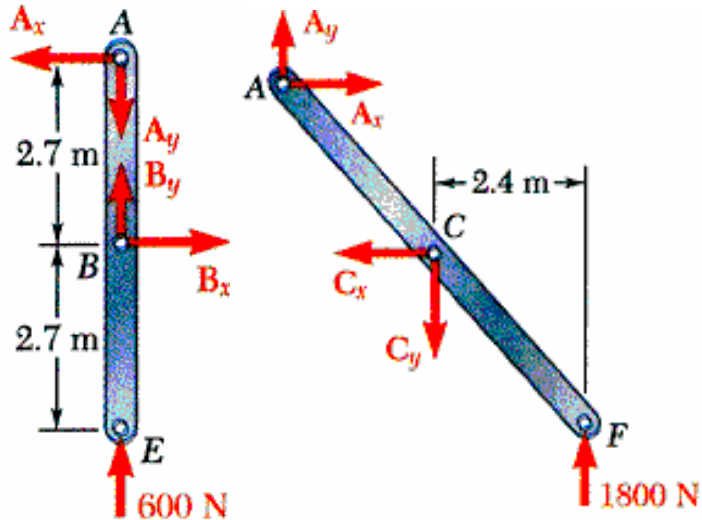
$$\sum M_B = 0:$$

$$-(2400 \text{ N})(3.6 \text{ m}) + C_y(2.4 \text{ m}) = 0 \quad C_y = 3600 \text{ N}$$

$$\sum M_C = 0:$$

$$-(2400 \text{ N})(1.2 \text{ m}) + B_y(2.4 \text{ m}) = 0 \quad B_y = 1200 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0: \quad -B_x + C_x = 0$$



ABE elemanı SCD:

$$\sum M_A = 0: \quad B_x(2.4 \text{ m}) = 0 \quad B_x = 0$$

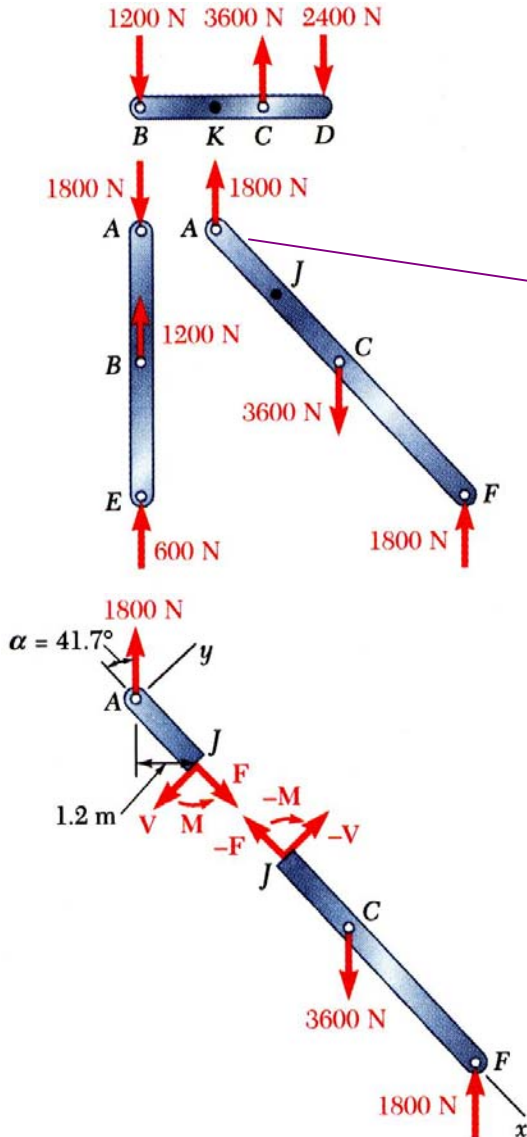
$$\sum F_x = 0: \quad B_x - A_x = 0 \quad A_x = 0$$

$$\sum F_y = 0: \quad -A_y + B_y + 600 \text{ N} = 0 \quad A_y = 1800 \text{ N}$$

BCD elemanından:

$$\sum F_x = 0: \quad -B_x + C_x = 0 \quad C_x = 0$$

ACF elemanı *J* noktasından kesilir. *J* kesitindeki iç kuvvetler kuvvet – kuvvet çifti ile gösterilir. Denge denklemleri ile iç kuvvetler hesaplanır.



***AJ* eleman parçası SCD:**

$$\sum M_J = 0 :$$

$$-(1800 \text{ N})(1.2 \text{ m}) + M = 0$$

$$M = 2160 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\sum F_x = 0 :$$

$$F - (1800 \text{ N})\cos 41.7^\circ = 0$$

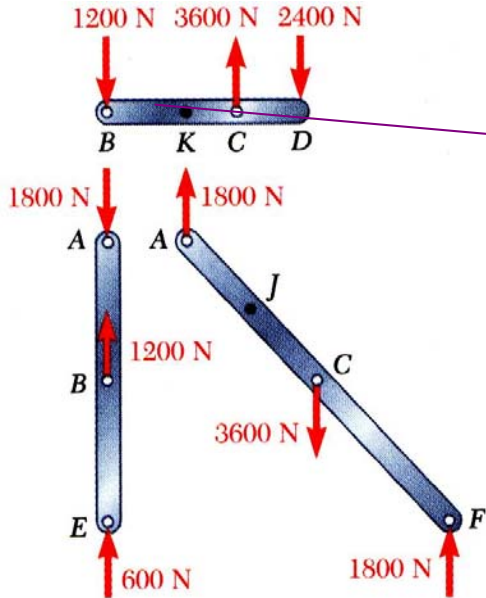
$$F = 1344 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 :$$

$$-V + (1800 \text{ N})\sin 41.7^\circ = 0$$

$$V = 1197 \text{ N}$$

BCD elemanı K noktasından kesilir. K kesitindeki iç kuvvetler kuvvet – kuvvet çifti ile gösterilir. Denge denklemleri ile iç kuvvetler hesaplanır.



BK eleman parçası SCD:

$$\sum M_K = 0 :$$

$$(1200 \text{ N})(1.5 \text{ m}) + M = 0$$

$$M = -1800 \text{ N} \cdot \text{m}$$

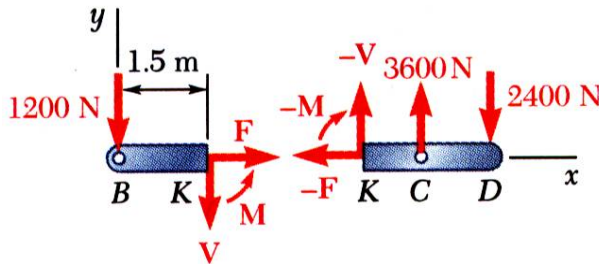
$$\sum F_x = 0 :$$

$$F = 0$$

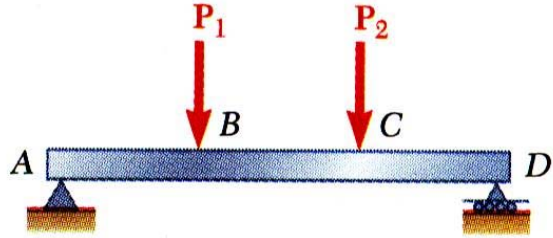
$$\sum F_y = 0 :$$

$$-1200 \text{ N} - V = 0$$

$$V = -1200 \text{ N}$$



Çeşitli Tiplerde Kiriş Yükleri



(a) Tekil yükler

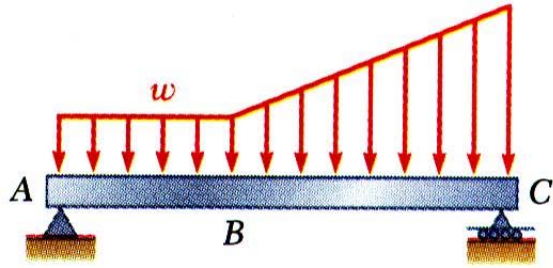
- *Kiriş* – uzunluğu boyunca uygulanan yükleri taşımak için tasarlanırlar.

- Kirişler tekil yüklere veya yayılı yüklere veya her ikisine birden maruz kalabilir.

- *Kiriş tasarımı* iki basamaklıdır:

1) Yüklerin oluşturduğu kayma kuvvetleri ve eğilme momentleri hesaplanır.

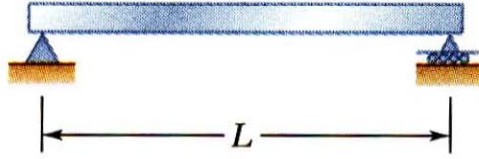
2) Kayma kuvvetlerine ve eğilme momentine dayanacak en iyi kesit seçilir ve boyutlandırılır.



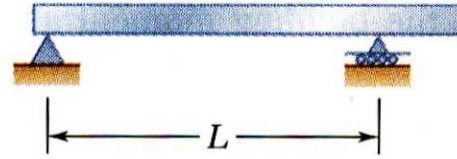
(b) Yayılı yükler

Kirişlerdeki kuvvetler

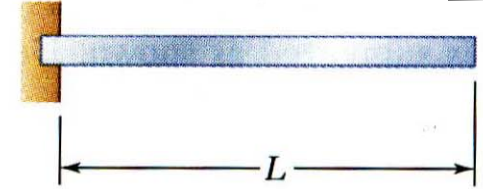
Statikçe Belirli Kirişler



(a) Basit destekli kiriş

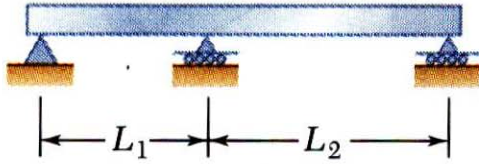


(b) Uzantılı kiriş

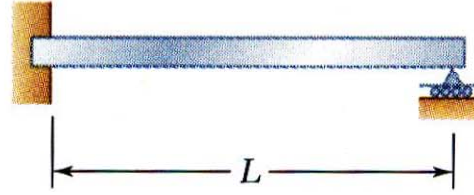


(c) Ankastre kiriş

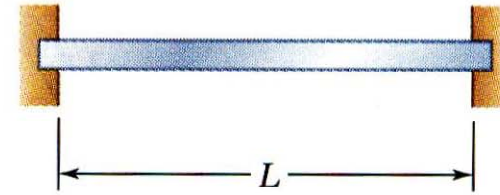
Statikçe Belirsiz Kirişler



(d) Sürekli kiriş



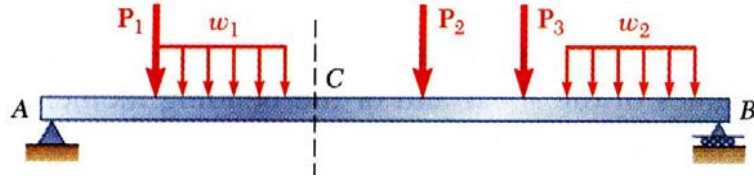
(e) Bir tarafı ankastre
kiriş diğer tarafı basit
kiriş



(d) Sabit kiriş

- Kirişler nasıl desteklendiklerine göre sınıflandırılırlar.
- Tepki kuvvetleri sadece 3 tane bilinmeyen içerirse belirlenebilirler. Yoksa statikçe belirsizdirler.

Kesme Kuvveti ve Eğilme Momenti Diyagramları

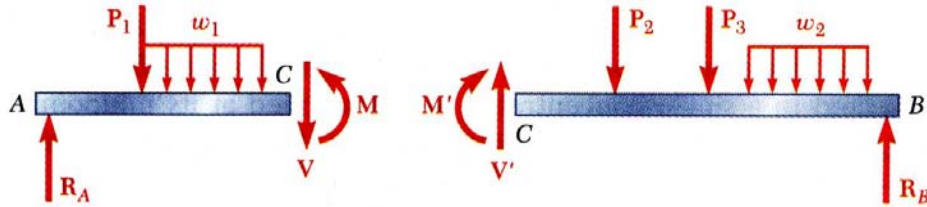
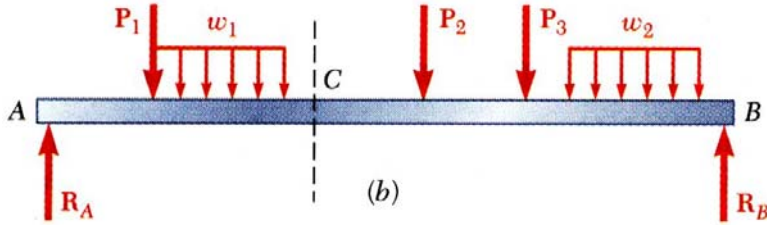


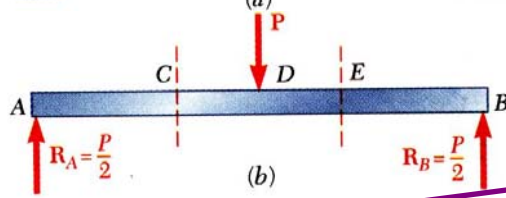
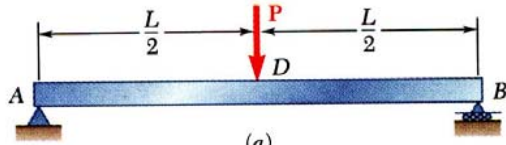
Tekil ve yayılı yük etkisi altındaki kirişte her hangi bir kesitte kesme kuvveti ve eğilme momentinin bilinmesi gerekiyorsa:

- Tüm kiriş için SCD oluşturulduktan sonra tepki kuvvetleri bulunur.

- Kiriş C gibi her hangi bir noktadan kesilir ve AC ve CB eleman parçaları için SCD oluşturulur: Kesitlerde iç kuvvet – kuvvet çifti yerleştirilir.

- Denge denklemlerinden M , V veya M' , V' hesaplanır.

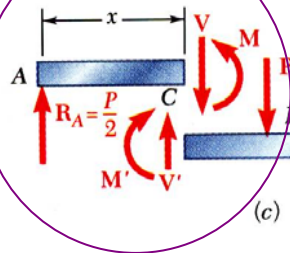




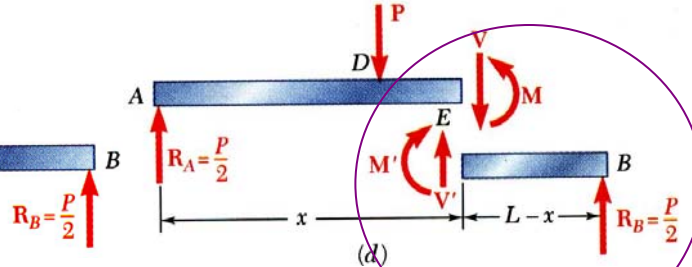
- İlk olarak tepki kuvvetleri bulunur.

- Kiriş C noktasında kesilir ve AC eleman parçası için SCD çizilir.

$$V = +P/2 \quad M = +Px/2$$



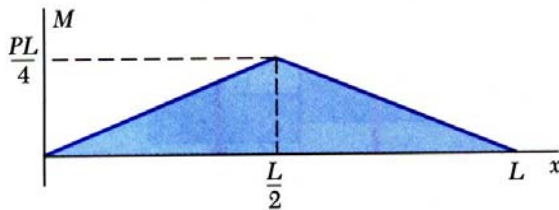
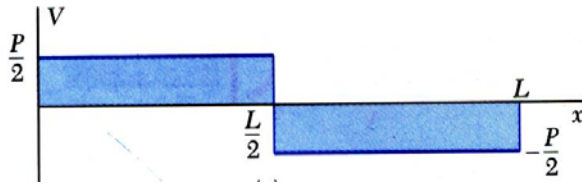
(c)



(d)

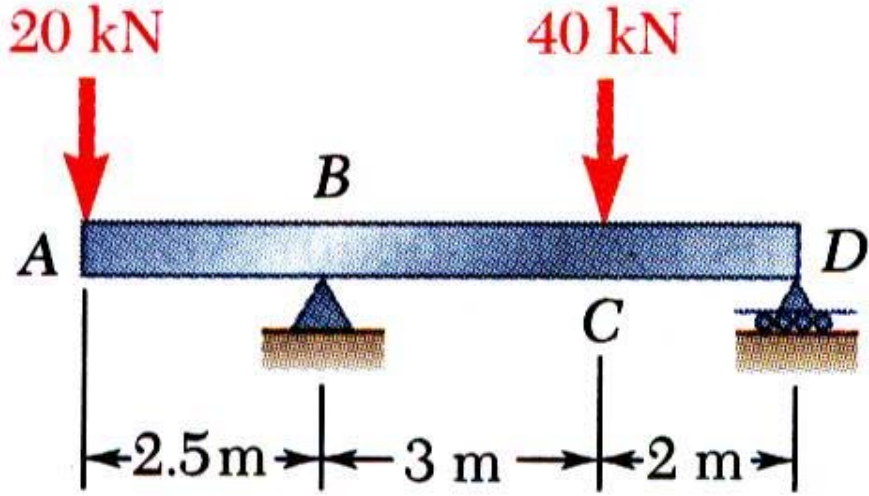
- Kiriş E noktasında kesilir ve EB eleman parçası için SCD çizilir.

$$V = -P/2 \quad M = +P(L-x)/2$$



- Tekil yüke maruz kirişlerde yükleme noktaları arasında kesme kuvveti sabittir ve eğilme momenti mesafe ile lineer olarak değişir.

Örnek 7.2



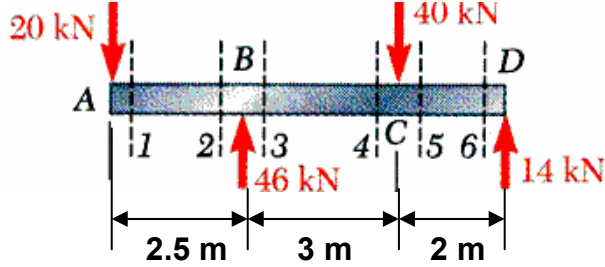
ÇÖZÜM:

- Kiriş için SCD oluşturulur. B ve D noktalarındaki tepki kuvvetleri hesaplanır.
- Sırasıyla yüklemelerin önünden ve arkasından kesme işlemi yapılır.
- Diyagram çizilir.

Şekilde verilen kiriş boyunca kesme kuvveti, eğilme momenti diyagramlarını çiziniz.

ÇÖZÜM:

Kiriş için SCD oluşturulur. B ve D noktalarındaki tepki kuvvetleri hesaplanır.

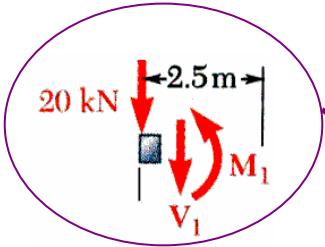


$$\sum M_D = 0: (20 \text{ kN})(7.5 \text{ m}) - B(5 \text{ m}) + (40 \text{ kN})(2 \text{ m}) = 0$$

$$B = 46 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0: -20 \text{ kN} + 46 \text{ kN} - 40 \text{ kN} + D = 0$$

$$D = 14 \text{ kN}$$



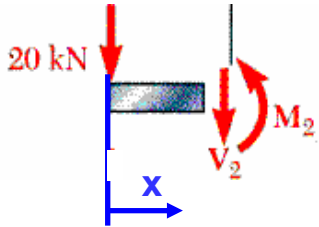
Sırasıyla yüklemelerin önünden ve arkasından kesme işlemi yapılır.

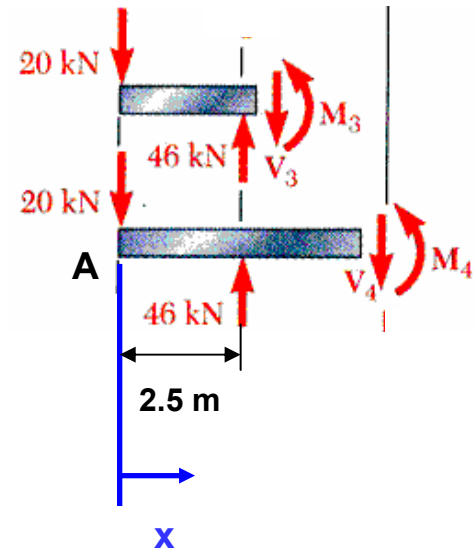
$$\sum F_y = 0: -20 \text{ kN} - V_1 = 0$$

$$V_1 = V_2 = 20 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum M_A = 0: (20 \text{ kN})(x) + M_1 = 0$$

$$M_1 = M_2 = -(20 \text{ kN})x$$

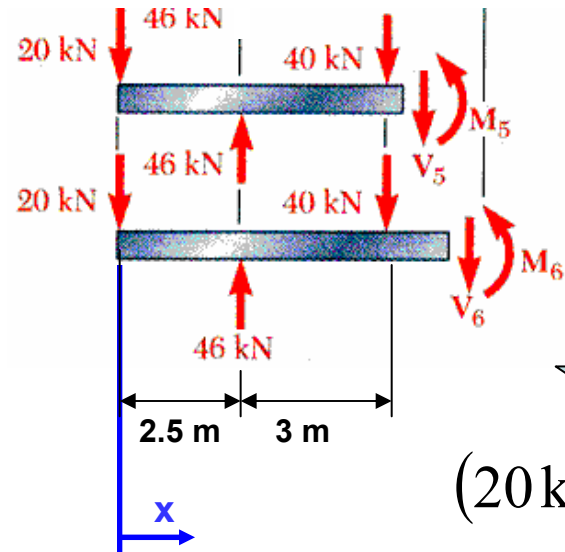




$$\sum F_y = 0: -20 \text{ kN} + 46 \text{ kN} - V_3 = 0 \quad \boxed{V_3 = V_4 = 26 \text{ kN} \downarrow}$$

$$\sum M_A = 0: (20 \text{ kN})(x) - (46 \text{ kN})(x - 2.5 \text{ m}) + M_3 = 0$$

$$\boxed{M_3 = M_4 = -115 \text{ kNm} + (26 \text{ kN})x}$$



$$\sum F_y = 0:$$

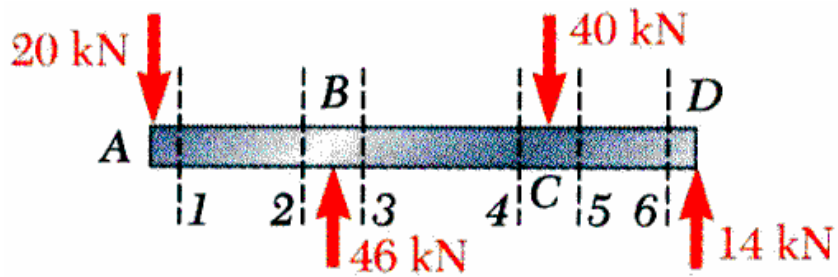
$$-20 \text{ kN} + 46 \text{ kN} - 40 \text{ kN} - V_5 = 0 \quad \boxed{V_5 = V_6 = 14 \text{ kN} \uparrow}$$

$$\sum M_A = 0:$$

$$(20 \text{ kN})(x) - (46 \text{ kN})(x - 2.5 \text{ m}) + (40 \text{ kN})(x - 5.5 \text{ m}) + M_3 = 0$$

$$\boxed{M_5 = M_6 = 105 \text{ kNm} - (14 \text{ kN})x}$$

- Kesme kuvveti ve eğilme momenti diyagramları.



$$V_1 = V_2 = 20 \text{ kN } \uparrow$$

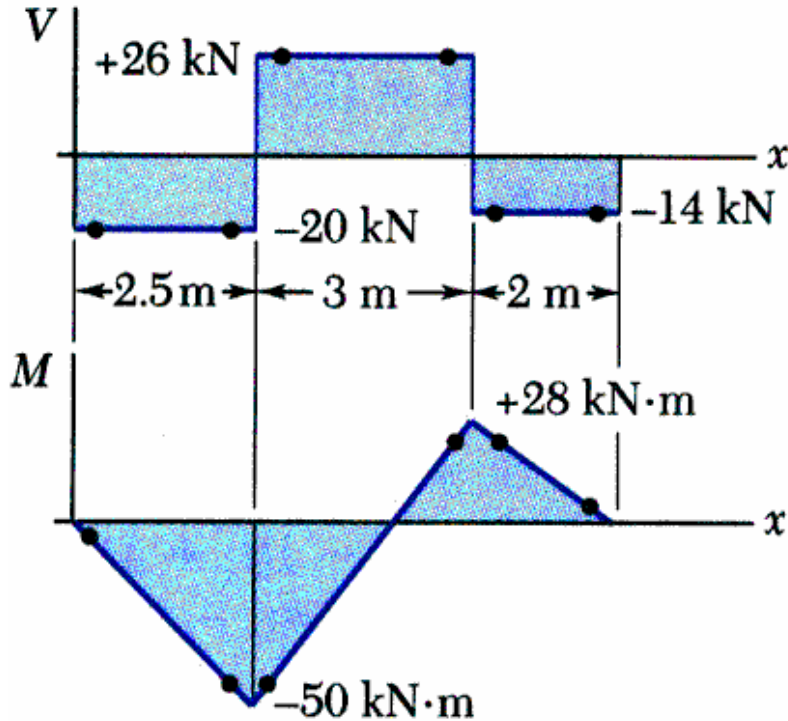
$$M_1 = M_2 = -(20 \text{ kN})x$$

$$V_3 = V_4 = 26 \text{ kN } \downarrow$$

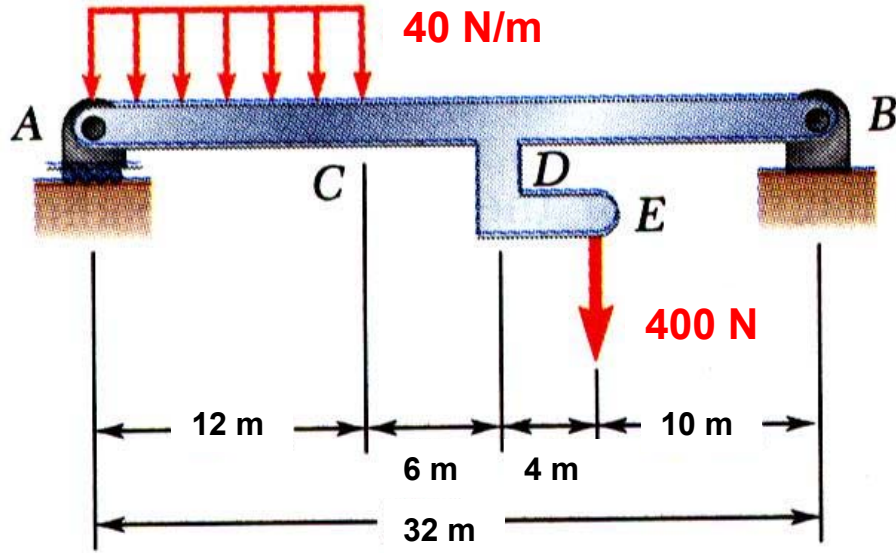
$$M_3 = M_4 = -115 \text{ kNm} + (26 \text{ kN})x$$

$$V_5 = V_6 = 14 \text{ kN } \uparrow$$

$$M_5 = M_6 = 105 \text{ kNm} - (14 \text{ kN})x$$



Örnek 7.3



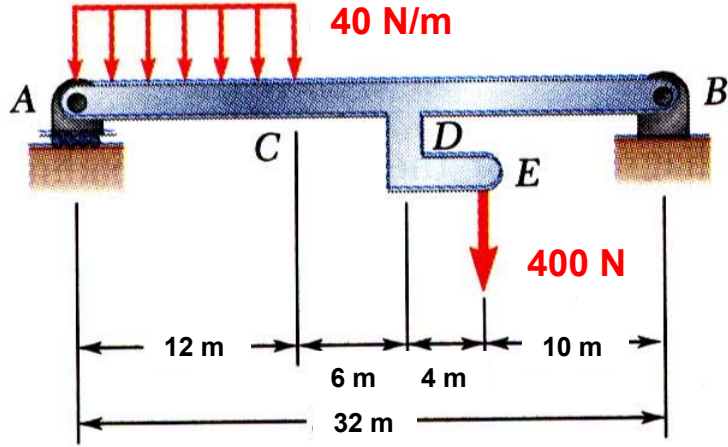
ÇÖZÜM:

- Tüm kiriş için SCD diyagramı çizilir. A ve B noktasındaki tepki kuvvetleri bulunur.
- AC , CD , ve DB kısımları için kesme yapılır ve kesme kuvveti eğilme momenti hesaplanır.
- Diyagramlar çizilir.

Şekildeki AB kirişi için kesme kuvveti ve eğilme momenti diyagramlarını çiziniz.

ÇÖZÜM:

- Tüm kiriş için SCD diyagramını çizilir. A ve B noktasındaki tepki kuvvetleri bulunur.



$$\sum M_A = 0:$$

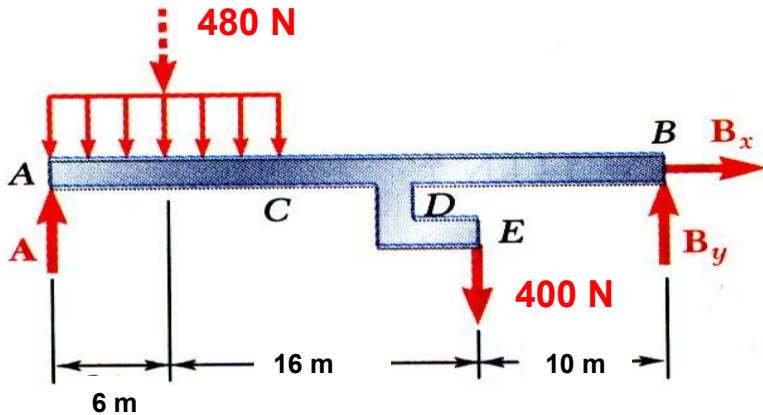
$$B_y(32\text{ m}) - (480\text{ N})(6\text{ m}) - (400\text{ N})(22\text{ m}) = 0$$

$$B_y = 365\text{ N}$$

$$\sum M_B = 0:$$

$$(480\text{ N})(26\text{ m}) + (400\text{ N})(10\text{ m}) - A(32\text{ m}) = 0$$

$$A = 515\text{ N}$$

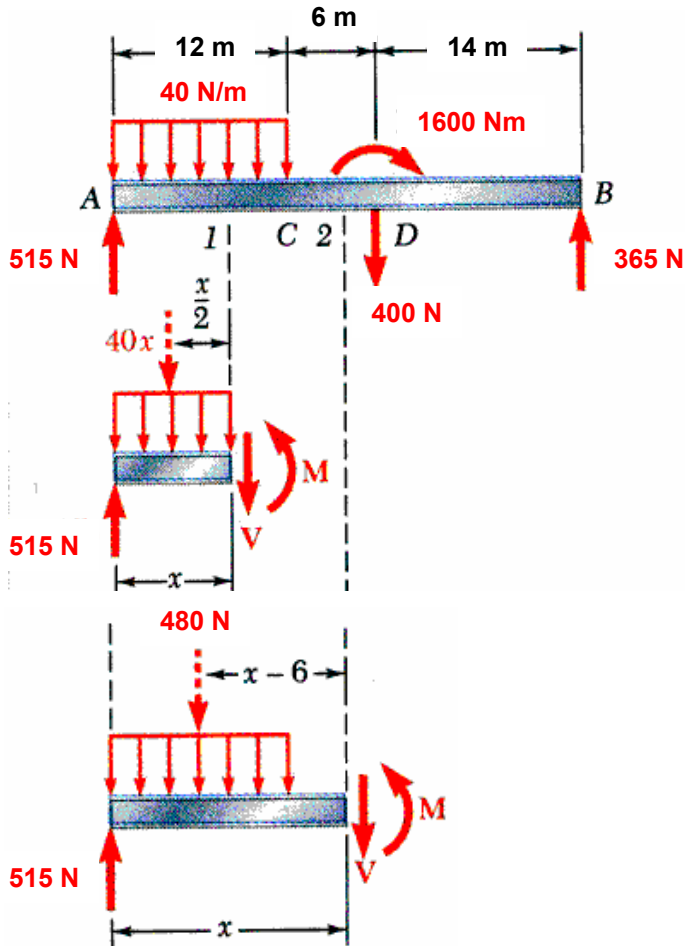


$$\sum F_x = 0:$$

$$B_x = 0$$

Not: E noktasına etki eden 400 N'luk kuvvet D noktasına 400 N kuvvet ve 1600 Nm moment olarak taşınır.

AC , CD , ve DB kısımları için kesme yapılır ve kesme kuvveti eğilme momenti hesaplanır.



$A - C$ arası:

$$\sum F_y = 0: \quad 515N - 40x - V = 0$$

$$V = 515 - 40x$$

$$\sum M_1 = 0: \quad -515x - 40x\left(\frac{1}{2}x\right) + M = 0$$

$$M = 515x - 20x^2$$

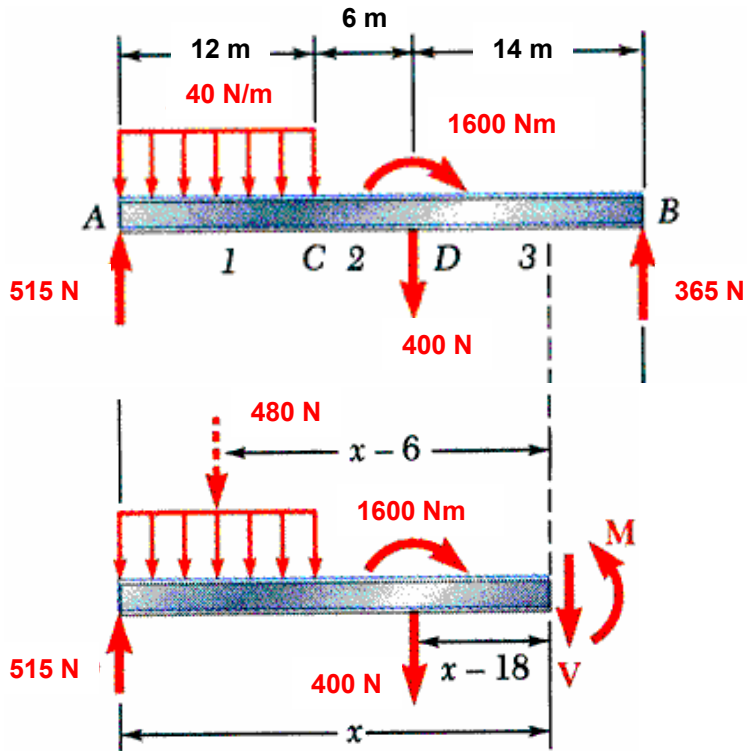
$C - D$ arası:

$$\sum F_y = 0: \quad 515 - 480 - V = 0$$

$$V = 35 \text{ N}$$

$$\sum M_2 = 0: \quad -515x + 480(x - 6) + M = 0$$

$$M = (2880 + 35x) \text{ Nm}$$



D – B arası:

$$\sum F_y = 0: \quad 515 - 480 - 400 - V = 0$$

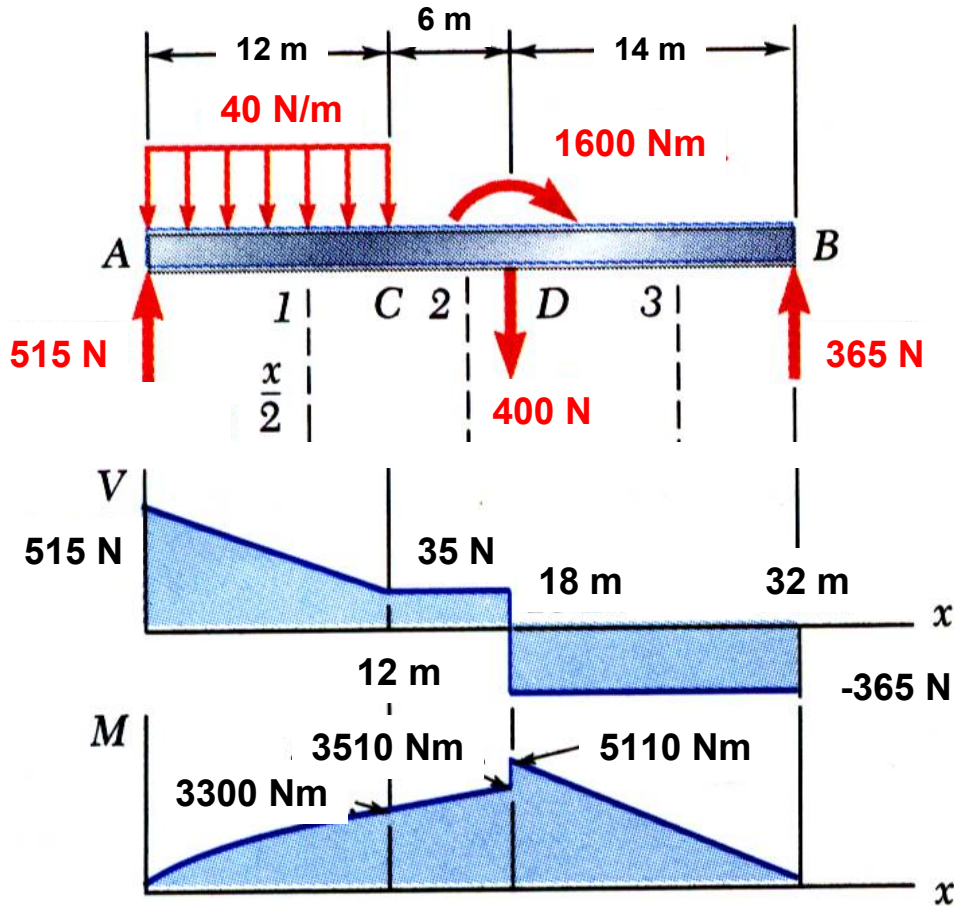
$$V = -365 \text{ N}$$

$$\sum M_2 = 0:$$

$$-515x + 480(x - 6) - 1600 + 400(x - 18) + M = 0$$

$$M = (11680 - 365x) \text{ Nm}$$

- Kesme kuvveti ve eğilme momenti diyagramları.



A – C arası:

$$V = 515 - 40x$$

$$M = 515x - 20x^2$$

C – D arası:

$$V = 35 \text{ N}$$

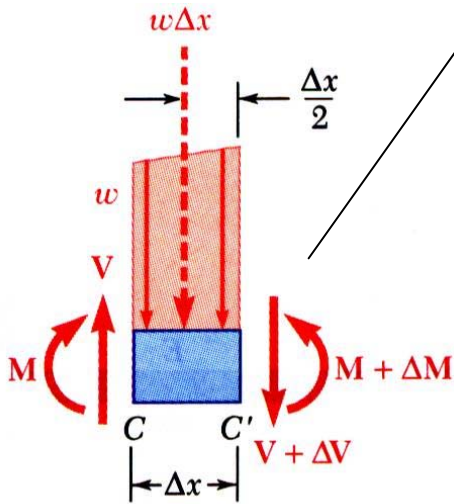
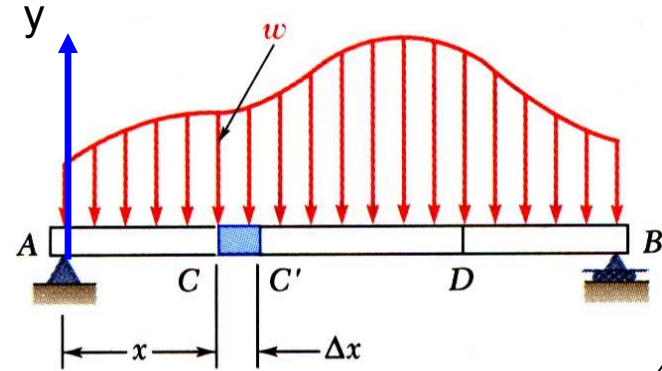
$$M = (2880 + 35x) \text{ Nm}$$

D – B arası:

$$V = -365 \text{ N}$$

$$M = (11680 - 365x) \text{ Nm}$$

Yük, Kesme Kuvveti ve Eğilme Momenti Arasındaki Bağıntılar



(Bu denklemler iki yükleme noktası arasında geçerlidir.)

Yükleme ile kesme kuvveti arasındaki bağlantı:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V - (V + \Delta V) - w\Delta x = 0$$

$$\frac{dV}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta x} = -w \quad \text{C-D elemanı için:}$$

$$V_D - V_C = - \int_{x_C}^{x_D} w dx = - (\text{yük eğrisinin altında kalan alan})$$

Kesme kuvveti ile eğilme momenti arasındaki bağlantı:

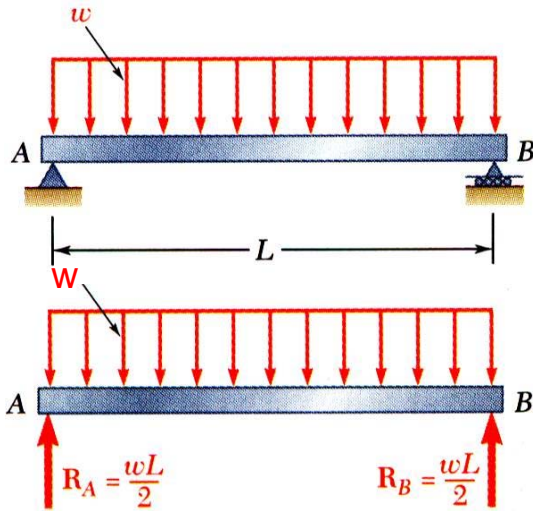
$$\sum M = 0 \Rightarrow (M + \Delta M) - M - V\Delta x + w\Delta x \frac{\Delta x}{2} = 0$$

$$\frac{dM}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(V - \frac{1}{2} w\Delta x \right) = V$$

$$M_D - M_C = \int_{x_C}^{x_D} V dx = (\text{kesme kuvveti eğrisinin altında kalan alan})$$

- Desteklerdeki tepkiler ,

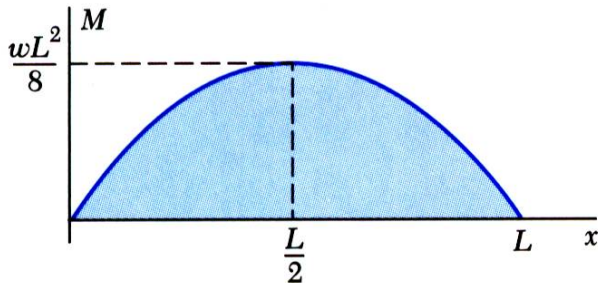
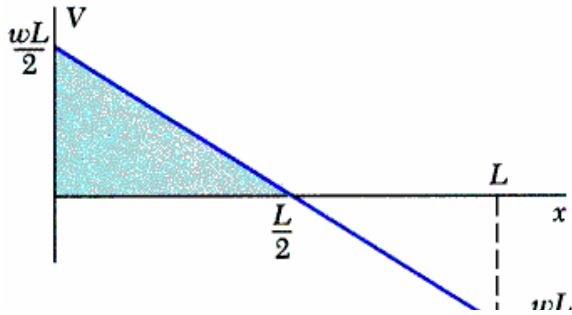
$$R_A = R_B = \frac{wL}{2}$$



- Kesme kuvveti eğrisi,

$$V - V_A = -\int_0^x w dx = -wx$$

$$V = V_A - wx = \frac{wL}{2} - wx = w\left(\frac{L}{2} - x\right)$$



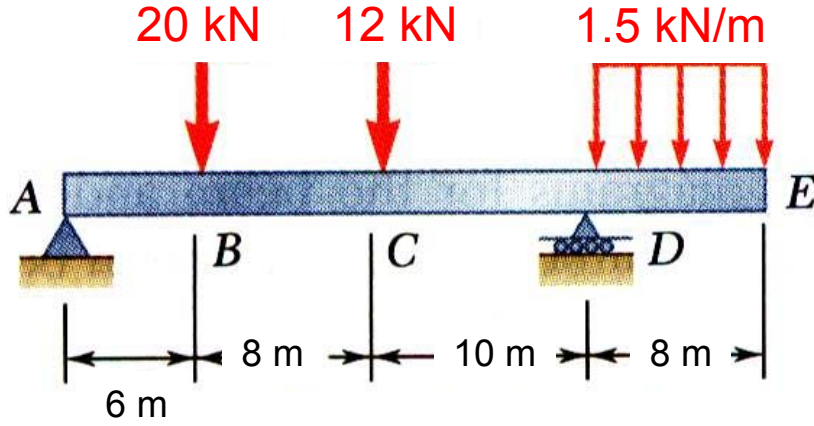
- Moment eğrisi,

$$M - M_A = \int_0^x V dx$$

$$M = \int_0^x w\left(\frac{L}{2} - x\right) dx = \frac{w}{2}(Lx - x^2)$$

$$M_{\max} = \frac{wL^2}{8} \quad \left(M \leftarrow \frac{dM}{dx} = V = 0 \right)$$

Örnek 7.4



Şekildeki kirişin kesme kuvveti ve eğilme momenti yagraamlarını çiziniz.

ÇÖZÜM:

- Tüm kiriş için SCD ile tepki kuvvetleri bulunur.
- Tekil yüklerin uygulama noktaları arasında kesme kuvveti sabittir.

$$dV/dx = -w = 0$$

- D ve E noktaları arasında, sabit yayılı yük nedeniyle, kesme kuvveti lineer olarak değişir.
- Tekil yükler uygulama noktaları arasında eğilme momenti eğimi: $dM/dx = V = \text{sabit}$.

Momentteki değişim kesme kuvveti dağılımında eğrinin altında kalan alana eşittir.

- D ve E noktaları arasındaki lineer kesme kuvveti nedeniyle parabolik eğilme momenti dağılımı olacaktır.

ÇÖZÜM:

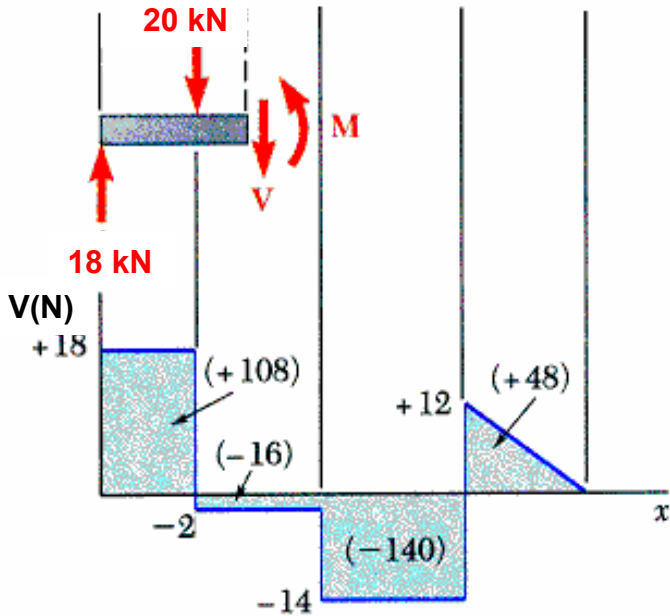
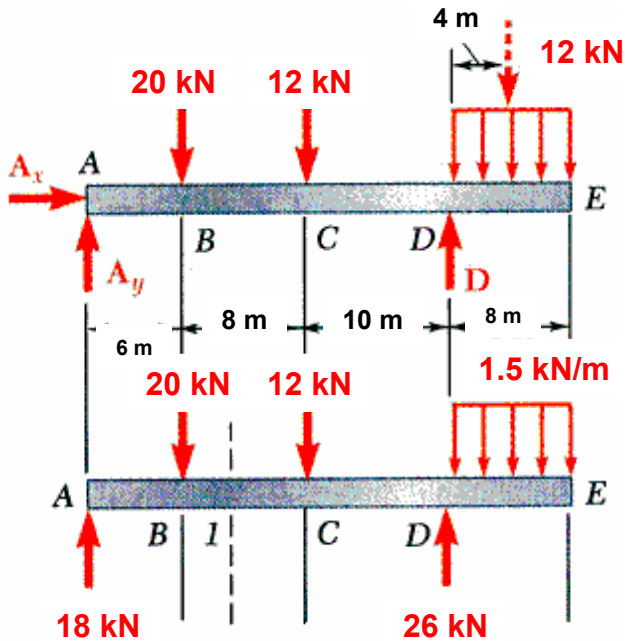
- Tüm kiriş için SCD ile tepki kuvvetleri bulunur.

$$\sum M_A = 0 : D(24 \text{ m}) - (20 \text{ kN})(6 \text{ m}) - (12 \text{ kN})(14 \text{ m}) - (12 \text{ kN})(28 \text{ m}) = 0$$

$$D = 26 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 : A_y - 20 \text{ kN} - 12 \text{ kN} + 26 \text{ kN} - 12 \text{ kN} = 0$$

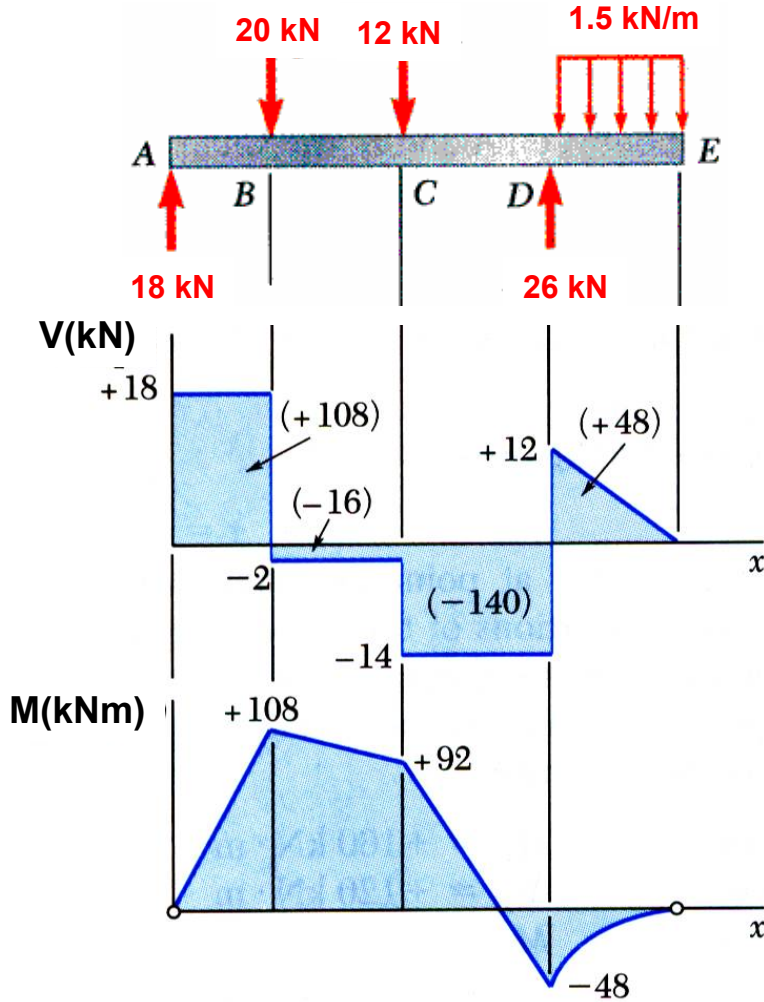
$$A_y = 18 \text{ kN}$$



- Tekil yüklerin uygulama noktaları arasında kesme kuvveti sabittir. $dV/dx = -w = 0$
- D ve E noktaları arasında, sabit yayılı yük nedeniyle, kesme kuvveti lineer olarak değişir.

- Tekil yükler uygulama noktaları arasında eğilme momenti eğimi: $dM/dx = V = \text{sabit}$.

Momentteki değişim kesme kuvveti dağılımında eğrinin altında kalan alana eşittir.



$$M_B - M_A = +108 \quad M_B = +108 \text{ kNm}$$

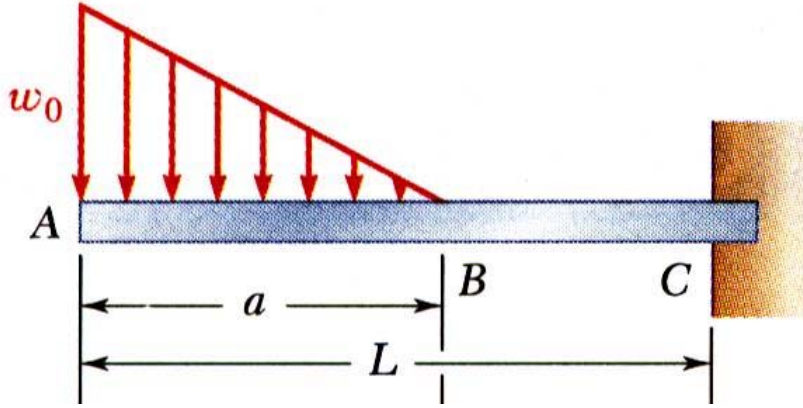
$$M_C - M_B = -16 \quad M_C = +92 \text{ kNm}$$

$$M_D - M_C = -140 \quad M_D = -48 \text{ kNm}$$

$$M_E - M_D = +48 \quad M_E = 0$$

- D ve E noktaları arasında, sabit yayılı yük nedeniyle, kesme kuvveti lineer olarak değişir.

Örnek 7.6



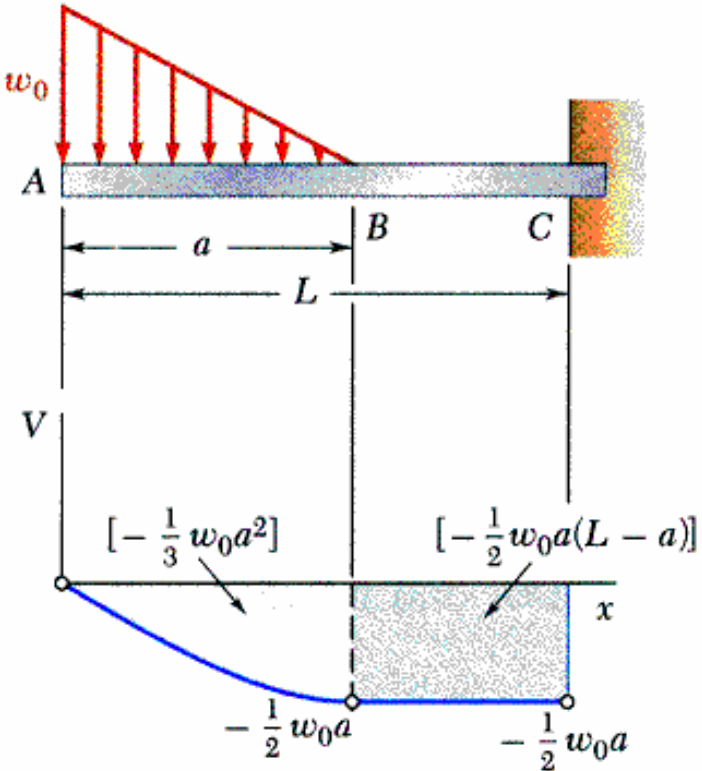
Şekildeki ankastre kirişin kesme kuvveti ve eğilme momenti diyagramlarını çiziniz.

ÇÖZÜM:

- A ve B noktaları arasındaki kesitler için kesme kuvveti, A ile kesme noktası arasındaki yayılı yük eğrisinin altında kalan alanın negatifine eşit olacaktır. Lineer yük eğrisi kesme kuvveti dağılımının parabolik olmasına neden olur.
- B ve C noktaları arasında yük olmadığı için kesme kuvvetinde bir değişme yoktur.
- A ve B noktaları arasında kesitteki moment değişimi noktalar arasındaki kesme kuvveti eğrisinin altındaki alana eşittir. Parabolik yük dağılımı moment eğrisinin mesafenin kübü ile değişmesine neden olur.
- B ve C noktaları arasındaki moment, noktalar arasında kesme kuvveti eğrisinin altındaki alana eşittir. Sabit kesme kuvveti eğrisi lineer moment eğrisine neden olur.

ÇÖZÜM:

- A ve B noktaları arasındaki kesitler için kesme kuvveti, A ile kesme noktası arasındaki yayılı yük eğrisinin altında kalan alanın negatifine eşit olacaktır. Lineer yük eğrisi kesme kuvveti dağılımının parabolik olmasına neden olur.



A noktasında

$$V_A = 0, \quad \frac{dV}{dx} = -w = -w_0$$

$$V_B - V_A = -\frac{1}{2}w_0a$$

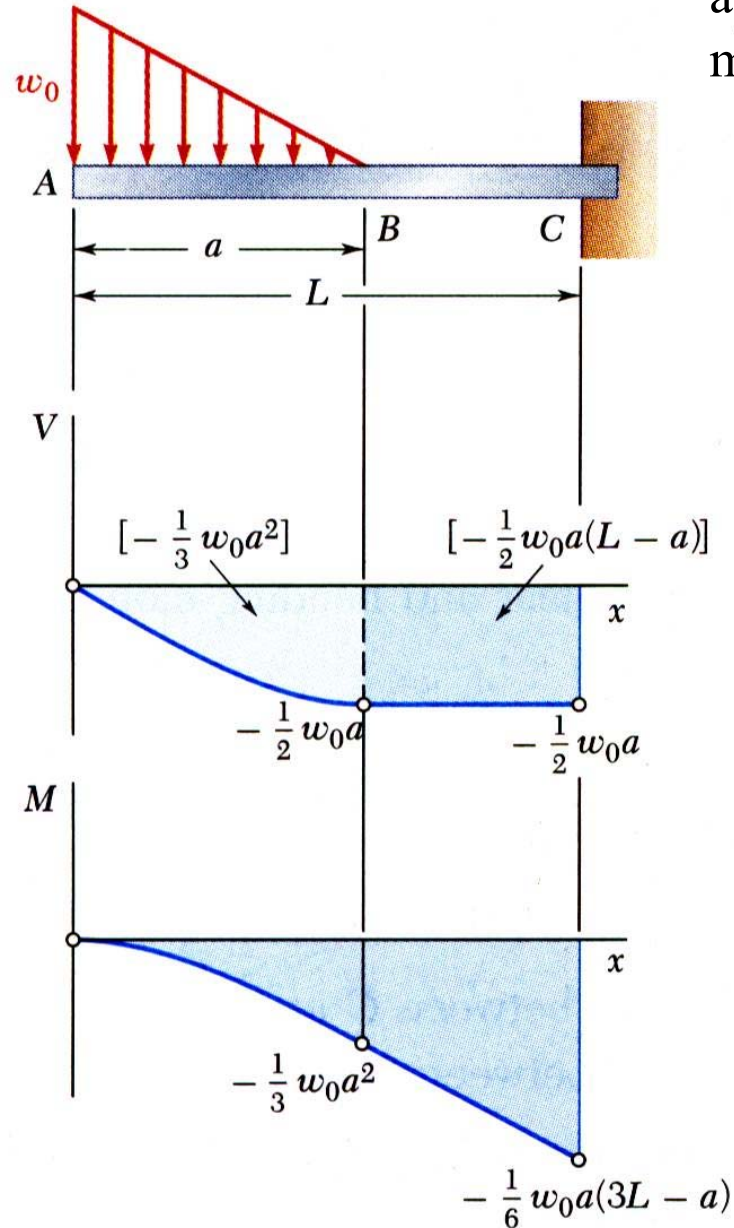
$$V_B = -\frac{1}{2}w_0a$$

B noktasında

$$\frac{dV}{dx} = -w = 0$$

- B ve C noktaları arasında yük olmadığı için kesme kuvvetinde bir değişme yoktur.

- A ve B noktaları arasında kesitteki moment değişimi noktalar arasındaki kesme kuvveti eğrisinin altındaki alana eşittir. Parabolik yük dağılımı moment eğrisinin mesafenin kübü ile değişmesine neden olur.



A noktasında

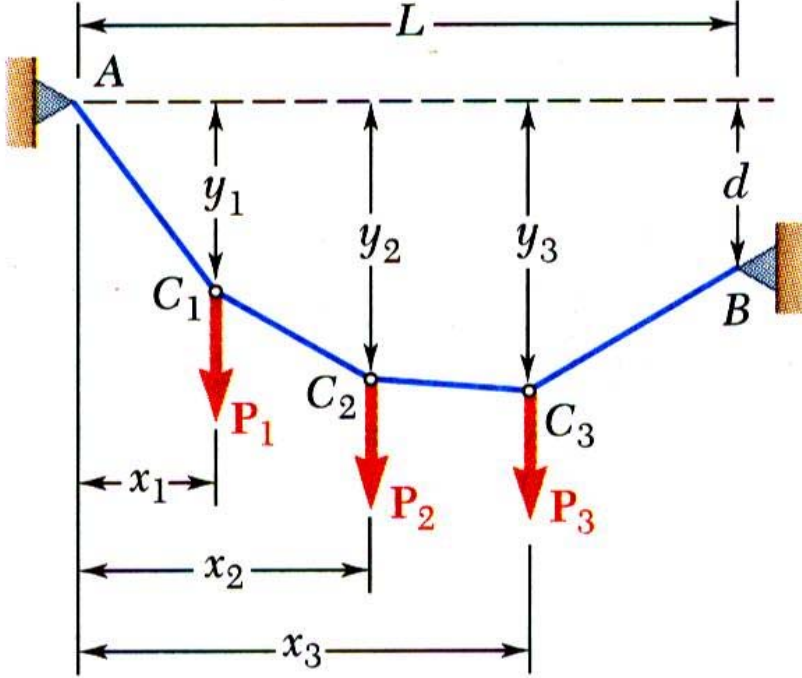
$$M_A = 0, \quad \frac{dM}{dx} = V = 0$$

$$M_B - M_A = -\frac{1}{3}w_0a^2 \quad M_B = -\frac{1}{3}w_0a^2$$

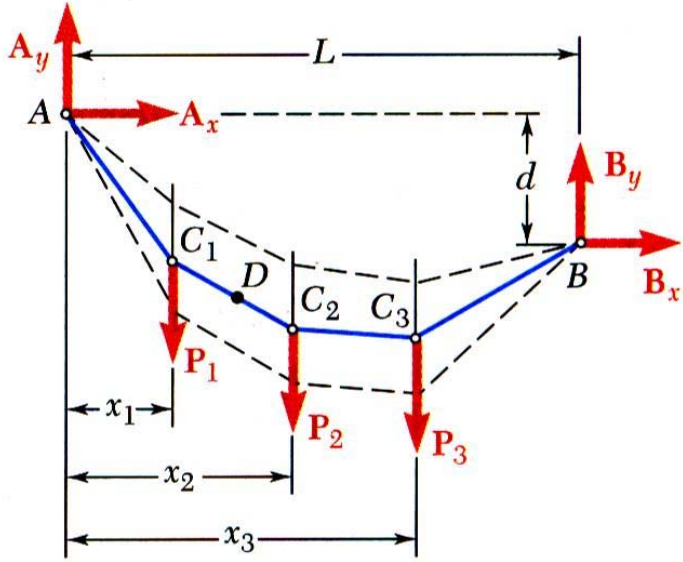
$$M_C - M_B = -\frac{1}{2}w_0a(L - a) \quad M_C = -\frac{1}{6}w_0a(3L - a)$$

- B ve C noktaları arasındaki moment, noktalar arasında kesme kuvveti eğrisinin altında kalan alana eşittir. Sabit kesme kuvveti eğrisi lineer moment eğrisine neden olur.

Tekil Yükle Etkisinde Kablolar

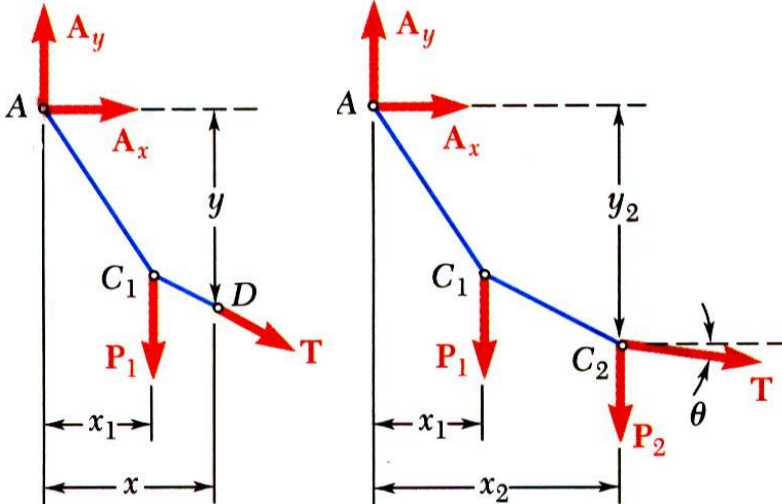


- Kablolar yapısal elemanlarda **çekme** yönünde çalışan taşıyıcılardır. Köprülerde, güç aktarımında, teleferiklerde ve yüksek direklerin desteklenmesinde kullanılır.
- Analiz sırasında yapılan kabuller:
 - a) düşey çizgi doğrultusunda etkiyen düşey tekil yükler içerir,
 - b) kablonun ağırlığı ihmal edilir,
 - c) kablo esnektir, eğilmeye karşı direnci çok küçüktür,
 - d) **yükler arasında kalan kablo parçaları iki kuvvetli elemanlar olarak düşünülür,**
- Yükleme altında kablonun hangi şekli alacağı araştırılır: Her yükleme noktasının A noktasına göre düşey mesafesi bulunur.



- Tüm kablo SCD kullanılarak mesnetlerdeki tepki kuvvetleri bulunur,
- Bu durumda dört bilinmeyen üç denge denklemi vardır. Bu nedenle tepki kuvvetleri bu şekilde bulunamaz.
- İlave denklem için, koordinatları bilinen bir nokta için (şekilde D noktası) moment denge denklemi kullanılır.

$$\sum M_D = 0$$



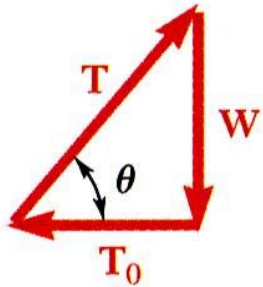
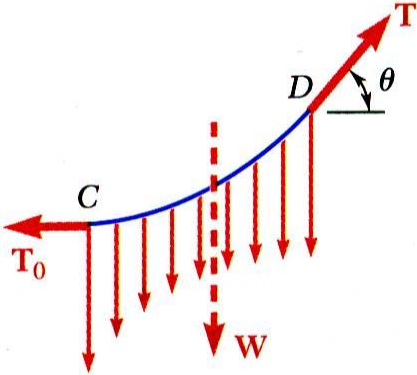
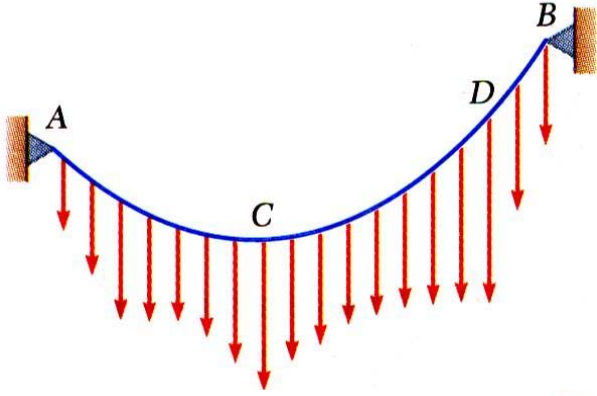
- Kablo üzerinde diğer noktalar için:

$$\sum M_{C_2} = 0 \rightarrow y_2 \text{ bulunur}$$

$$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0 \rightarrow T_x, T_y \text{ bulunur}$$

- $T_x = T \cos \theta = A_x = \text{sabit}$

Yayılı Yükler Etkisinde Kablolar



- Yayılı yük taşıyan bir kablo için:
 - a) Kablo yükleme şekline göre şekil değiştirir
 - b) İç kuvvet çekme yönünde çalışır ve yönü eğriye teğet olacaktır
- Kablonun en alt noktası C'den verilen D noktasına kadar olan parçanın SCD oluşturulur. Kuvvetler, C noktasında yatay doğrultuda T_0 ve D noktasında teğet kuvvet T olacaktır

$$T \cos \theta = T_0 \quad T \sin \theta = W$$

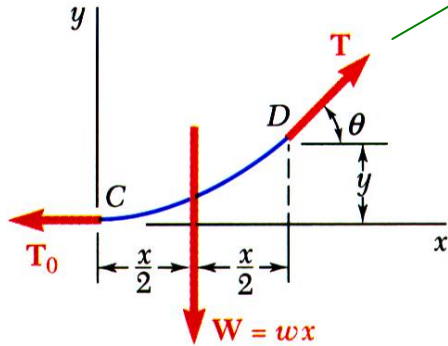
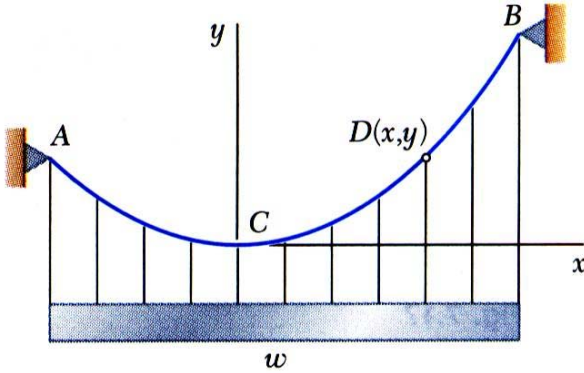
- Kuvvet üçgeninden:

$$T = \sqrt{T_0^2 + W^2} \quad \tan \theta = \frac{W}{T_0}$$

- Kablo boyunca T kuvvetinin yatay bileşeni uniformdur
- T kuvvetinin düşey bileşeni, en alçak noktaya göre ölçülen W 'nin şiddetine eşit olacaktır.
- Kuvvetin düşey bileşeni en alçak noktada minimumdur ve A ve B noktalarında maksimumdur:

Parabolik Kablo

- Yayılı yük taşıyan bir kablo olsun.
- En alçak nokta C'den D noktasına kadar parça için SCD oluşturulur.



$$W = wx,$$

$$T = \sqrt{T_0^2 + w^2 x^2} \quad \tan\theta = \frac{wx}{T_0}$$

- D noktasına göre momentlerin toplamı:

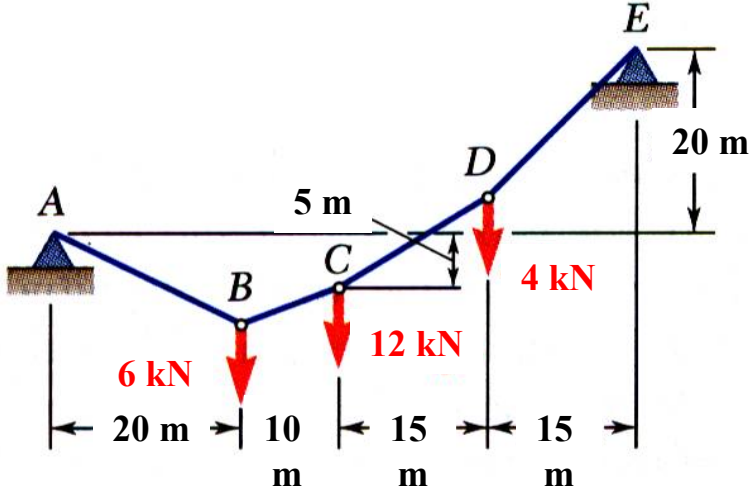
$$\sum M_D = 0: \quad wx \frac{x}{2} - T_0 y = 0$$

veya

$$y = \frac{wx^2}{2T_0}$$

- Kablo parabolik eğri şeklini alır.

Örnek 7.8



AE kablosu şekilde görüldüğü gibi üç tekil kuvvet taşımaktadır. C noktası A noktasına göre 5 m aşağıda ise

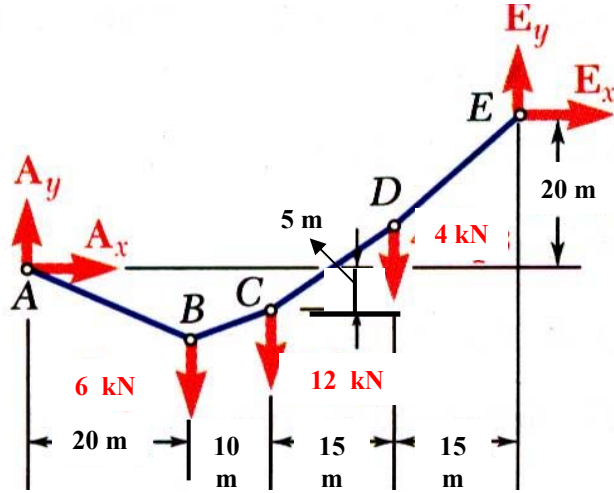
- B ve D noktalarının mesafelerini,
- Kablodaki maksimum eğimi ve maksimum gerilmeyi bulunuz.

ÇÖZÜM:

- Tüm kablo için SCD oluşturulup E noktasına göre moment dengesi ve ABC kablo parçası için SCD oluşturulup C noktasına göre moment dengesi kullanılarak A noktasındaki iki bileşenli tepki kuvveti bulunur.
- AB kablo parçası için SCD çizilir ve B noktasına göre moment denge denklemi ile B noktasının A noktasına göre mesafesi bulunur. Benzer şekilde ABCD kablo parçası için D noktasına göre moment denge denklemi ile D noktasının A noktasına göre düşey mesafesi hesaplanır.
- Maksimum eğim ve maksimum gerilme DE kablosunda olmaktadır ve bu kablo için SCD ile bu değerler hesaplanır.

ÇÖZÜM:

- Tüm kablo için SCD oluşturulup E noktasına göre moment dengesi



$$\sum M_E = 0:$$

$$20A_x - 60A_y + 40(6) + 30(12) + 15(4) = 0$$

$$20A_x - 60A_y + 660 = 0$$

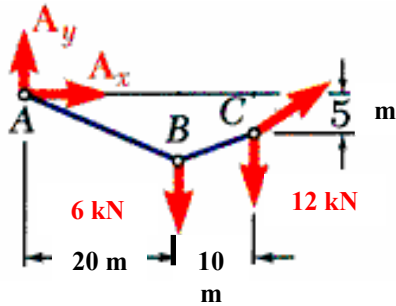
ve ABC kablo parçası için SCD oluşturulup C noktasına göre moment dengesi kullanılarak

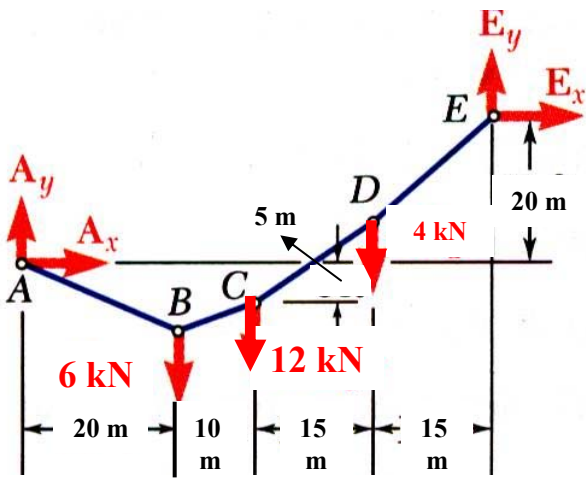
$$\sum M_C = 0:$$

$$-5A_x - 30A_y + 10(6) = 0$$

A noktasındaki iki bileşenli tepki kuvveti bulunur.

$$A_x = -18 \text{ kN} \quad A_y = 5 \text{ kN}$$

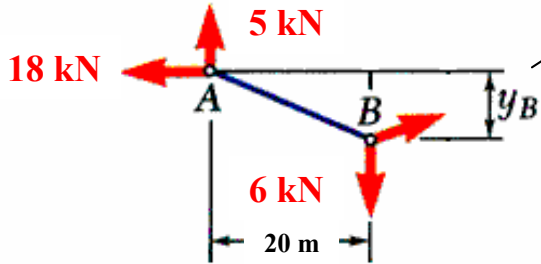




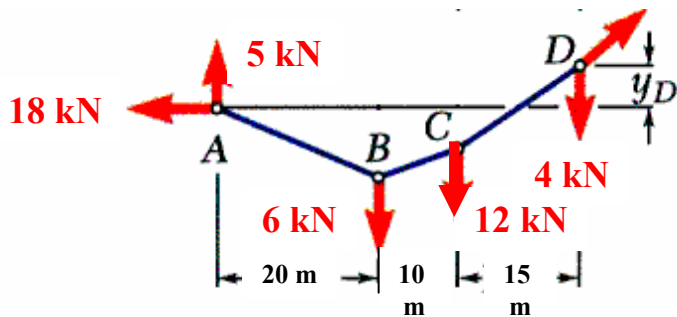
AB kablo parçası için SCD çizilir ve B noktasına göre moment denge denklemi ile B noktasının A noktasına göre düşey mesafesi bulunur

$$\sum M_B = 0 : \quad y_B(18) - 5(20) = 0$$

$$y_B = -5.56 \text{ m}$$



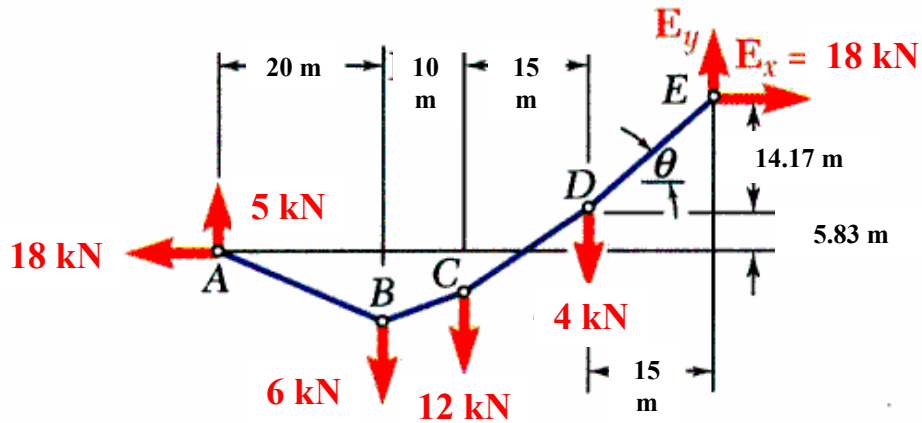
Benzer şekilde ABCD kablo parçası için SCD çizilir ve D noktasına göre moment denge denklemi ile D noktasının A noktasına göre düşey mesafesi bulunur



$$\sum M = 0 : \quad -y_D(18) - 45(5) + 25(6) + 15(12) = 0$$

$$y_D = 5.83 \text{ m}$$

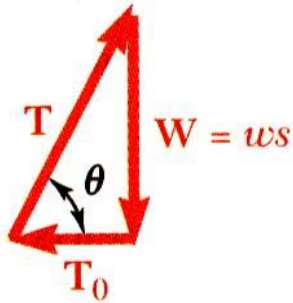
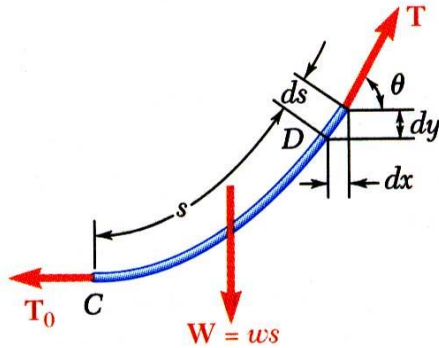
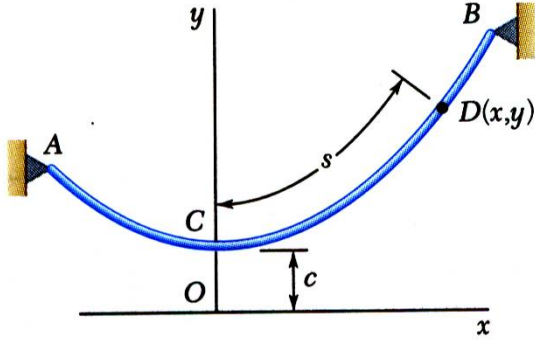
Maksimum eğim ve maksimum gerilme DE kablosunda olmaktadır ve bu kablo için SCD ile bu değerler hesaplanır.



$$\tan \theta = \frac{14.7}{15} \Rightarrow \theta = 43.4^\circ$$

$$T_{\max} = \frac{18 \text{ kN}}{\cos \theta} \Rightarrow T_{\max} = 24.8 \text{ kN}$$

Zincir Eğrisi



- En alçak nokta C'den D noktasına kadar parça için SCD oluşturulur. Kablonun ağırlığı:
- Kendi eksenini boyunca uniform olarak yayılı yüklemeye maruz kalan bir kablo düşünölsün. (kendi ağırlığını taşıyan kablolar)

$$W = ws$$

İç kuvvetin şiddeti:

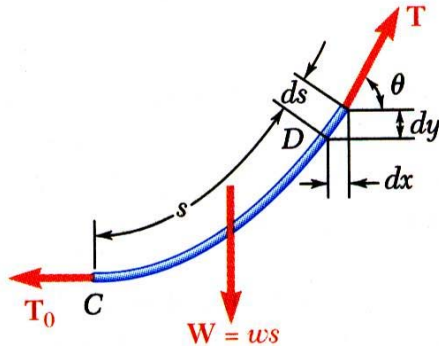
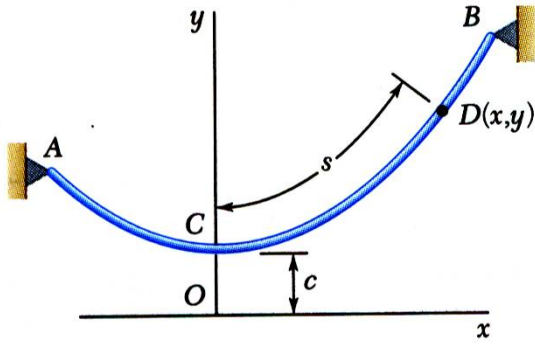
tanım

$$T = \sqrt{T_0^2 + w^2 s^2} = w\sqrt{c^2 + s^2} \quad c = \frac{T_0}{w}$$

- Kablo uzunluğu ile yatay mesafe x arasındaki ilişki:

$$dx = ds \cos \theta = \frac{T_0}{T} ds = \frac{wcds}{w\sqrt{c^2 + s^2}} = \frac{ds}{\sqrt{1 + s^2/c^2}}$$

$$x = \int_0^s \frac{ds}{\sqrt{1 + s^2/c^2}} = c \sinh^{-1} \frac{s}{c} \quad \text{ve} \quad \boxed{s = c \sinh \frac{x}{c}}$$



- x ve y koordinatlarının ilişkisi:

$$dy = dx \tan \theta = \frac{W}{T_0} dx = \frac{s}{c} dx = \sinh \frac{x}{c} dx$$

$$y - c = \int_0^x \sinh \frac{x}{c} dx = c \cosh \frac{x}{c} - c$$

$$y = c \cosh \frac{x}{c}$$

Bu düşey eksenli bir zincir eğrisi denklemdir.