

BEŞİNCİ BÖLÜM

GERİLME ANALİZİ

5.1. GİRİŞ

Belirli bir hava-uzay taşıtındaki dizayn yükü gereksinimini sağlayacak yapı elemanı boyutlarını seçebilmek için herbir yapı elemanı kesidine gelen tüm gerilmeleri bulmak gerekir. Burada gerilme, herhangi bir noktadaki kuvvet yoğunluğudur ve birim alana gelen kuvvet veya mühendislik birimi cinsinden mm kare başına Newton veya MPa'dır.

Bölüm 3'te gösterildiği gibi gerilmenin ayırdedilen iki bileşeni vardır; Normal ve kayma gerilmesi Normal gerilme, yapı elemanı kesit düzlemine dik etkiyen gerilme iken; kayma gerilmesi, kesit düzleminde ve keside paralel gerilmedir. Normal gerilme, eğilme momentleri ve kesme kuvvetleri tarafından oluşturulur. Kayma gerilmesi ise, burulma momentleri ve kesme kuvvetleri tarafından oluşturulur. Bu bölüm, bu iki temel gerilme bileşeninin kuramını ve uygulamasını anlatmaktadır.

5.2. KUVVET-GERİLME BAĞINTILARI

Dolu kesitli bir kirişin seçilen herhangi bir noktasındaki gerilme alanı, Şek. 5.1'de gösterildiği gibi bir "Gauss" koordinat sistemindeki doğrultularda, kuvvet veya gerilme bileşkesinin bileşenleri ile tamamen tanımlanır. Kuvvetler ve gerilmeler gözönüne alınan koordinat eksenlerinin pozitif yönünde etkirse bunlar pozitif olarak alınacaktır.

Şek. 5.1'den, kuvvet bileşikleri ile gerilmeler arasında şu bağıntılar kurulabilir:

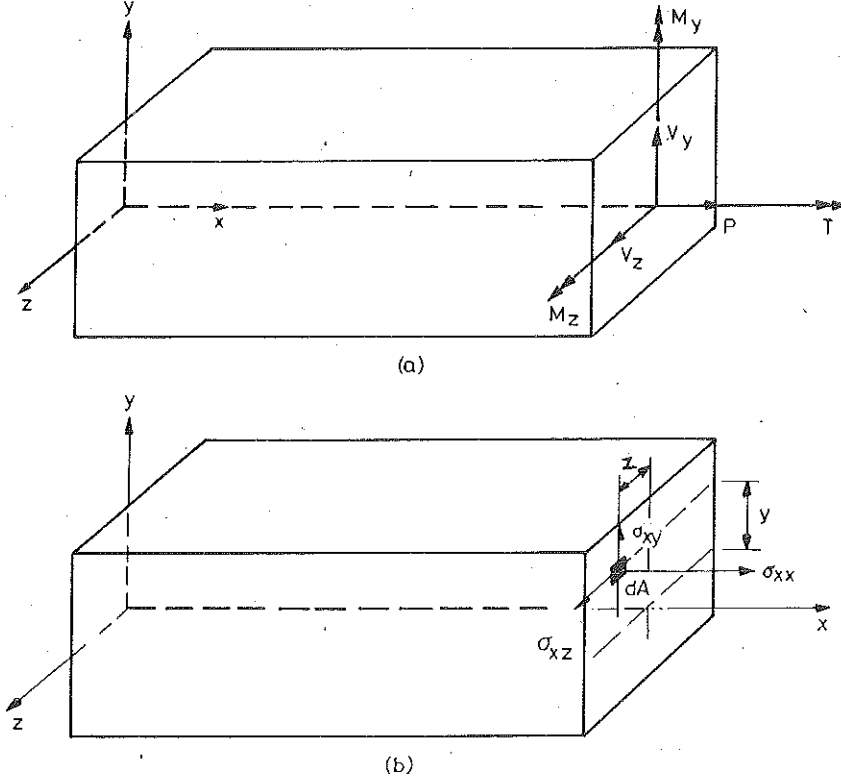
$$\begin{aligned}
 P &= \int_A \sigma_{xx} dA & M_z &= - \int_A y \sigma_{xx} dA \\
 V_y &= \int_A \sigma_{xy} dA & M_y &= \int_A z \sigma_{xx} dA \\
 V_z &= \int_A \sigma_{xz} dA & T &= \int_A (y \sigma_{xz} - z \sigma_{xy}) dA
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Burada P = aksel kuvvet
 V_y , V_z = kesme kuvvetleri
 M_z , M_y = eğilme momentleri
 T = burulma
 σ_{xx} = normal gerilme
 σ_{xy} , σ_{xz} = kayma gerilmeleri

5.3 KIRIŞLERDE NORMAL GERİLMELER

Kiriş elemanlarındaki normal gerilmeler, eğilme ve/veya uzama zorlamalarından dolayı oluşur. Gerilmeleri belirlemek için iki yol takip edilebilir: Birincisinde elastisite kuramı esas alınır, ikincisinde ise cisimlerin mukavemeti kuramı esas alınır. Burada kullanılacak ikinci kurama göre, düzlem kesitlerin, boylamasına eğilme şekil değişimleri sonunda düzlem kaldığı varsayımı yapılır. Bu varsayım, yanlamasına kuvvetler (V_z ve V_y)'den dolayı deformasyonların çok küçük olduğu ve bu nedenle ihmal edilebilecekleri

anlamına gelir. İlave olarak, bu varsayım, kirişteki bir noktanın deplasmanlarını, kiriş eksenini üzerinde bulunan noktaların deplasmanları cinsinden ifade edilebilmesine de imkan tanır.



Şekil 5.1 Gerilmeler ve kuvvet bileşenleri

Kirişteki bir noktanın, x doğrultusundaki deplasmanının $u(x, y, z)$ ile temsil edildiği farzedilsin. Kiriş eksenini üzerindeki ($y=z=0$) bir noktanın uzama deplasmanı $u_0(x)$ ve kiriş kesidinin dönme deplasmanları ψ_z ve ψ_y olursa,

$$u(x, y, z) = u_0(x) - y \psi_z(x) + z \psi_y(x) \quad (5.2)$$

Denklem (3.14a)'dan aksel şekil değişim;

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

ile tanımlanır. Dolayısıyla Denklem (5.2)'den x'e göre türevler alınırsa

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_o}{\partial x} - y \psi_{z,x} + z \psi_{y,x} \quad (5.3)$$

olur. Verilen bir $x = x_o$ kesidinde;

$$\frac{\partial u_o(x_o)}{\partial x} = \text{sabit} = B_1$$

$$\frac{\partial \psi_z(x_o)}{\partial x} = \text{sabit} = B_2$$

$$\frac{\partial \psi_y(x_o)}{\partial x} = \text{sabit} = B_3$$

Denklem (5.3)

$$\epsilon_{xx} = B_1 - B_2 y + B_3 z \quad (5.4)$$

şeklini alır.

Denklem (5.4)'teki şekil değişimlere karşılık gelen gerilmeleri belirlemek maksadı ile Bölüm 3'teki gerilme-şekil değişimi bağımlarından yararlanılmıştır. σ_{xx} yanında

σ_{zz} ve σ_{yy} gerilmelerinin ihmal edilebileceği farzedilerek izotropik malzeme için
Denklem (3.25)'ten şu bağıntı elde edilebilir:

$$\sigma_{xx} = E \varepsilon_{xx} \quad (4)$$

Burada E = malzemenin elastisite modülüdür.

Denklem (5.4), Denklem (5.5)'te yerine konulursa

$$\sigma_{xx} = E (B_1 - B_2 y + B_3 z) \quad (5)$$

bulunur.

B_1 , B_2 ve B_3 sabitleri Denklem (5.1)'den yararlanılarak belirlenebilir veya

$$P = \int_A E (B_1 - B_2 y + B_3 z) dA$$

$$M_z = - \int_A E y (B_1 - B_2 y + B_3 z) dA$$

$$M_y = \int_A E z (B_1 - B_2 y + B_3 z) dA$$

İntegrasyonlar yapıldığında

$$\frac{P}{E} = B_1 A - B_2 A y + B_3 A z$$

$$\frac{M_z}{E} = B_1 A y - I_z B_2 + I_{yz} B_3 \quad (5.7)$$

$$\frac{M_y}{E} = B_1 A z - I_{yz} B_2 + I_y B_3$$

bulunur. Burada;

A = kesit alanı

$$I_z = \int_A y^2 dA = z \text{ eksenine göre kesit atalet momentini} \quad (5.8a)$$

$$I_y = \int_A z^2 dA = y \text{ eksenine göre kesit atalet momentini} \quad (5.8b)$$

$$I_{yz} = \int_A yz dA = \text{kesidin çarpım atalet momentini} \quad (5.8c)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{A} \int_A y dA$$

$$\bar{z} = \frac{1}{A} \int_A z dA \quad (5.9)$$

göstermektedir.

z ve y eksenleri, kesidin geometrik sentroidinden geçecek şekilde alınırsa \bar{y} ve \bar{z} idantik olarak sıfır olur. Böylece Denklem (5.7);

$$\frac{P}{E} = B_1 A$$

$$-\frac{M_z}{E} = -I_z B_2 + I_{yz} B_3 \quad (5.10)$$

$$\frac{M_y}{E} = -I_{yz} B_2 + I_y B_3$$

haline gelir. Denklem (5.10), bilinmeyen sabitler için çözülürse;

$$B_1 = \frac{P}{AE}$$

$$B_2 = -\frac{I_y M_z + I_{yz} M_y}{E (I_y I_z - I_{yz}^2)} \quad (5.11)$$

$$B_3 = \frac{I_z M_y + I_{yz} M_z}{E (I_y I_z - I_{yz}^2)}$$

elde edilir. Denklem (5.11), Denklem (5.6)'da yerine konulursa normal gerilme için genel ifade:

$$\sigma_{xx} = \frac{P}{A} - \frac{I_y M_z + I_{yz} M_y}{I_y I_z - I_{yz}^2} y + \frac{I_z M_y + I_{yz} M_z}{I_y I_z - I_{yz}^2} z \quad (5.12)$$

şeklini alır. Denklem (5.12) kullanıldığında, türetimde kullanılan işaret kabulüne dikkat etmek gerekir (Şek.5.1'e bakınız). Kesit alanının asal eksenleri y ve z olduğunda, bu eksenlere nazaran I_{yz} çarpım atalet momenti sıfırdır. Bu durumda Denklem (5.12)

$$\sigma_{xx} = \frac{P}{A} - \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z \quad (5.13)$$

şeklini alır. Kirişe etkiyen eksene bir kuvvet bulunmuyorsa ve eğilme z eksenine göre oluyorsa Denklem (5.13), iyi bilinen cisimlerin mukavemeti eğilme denklemine indirgenir:

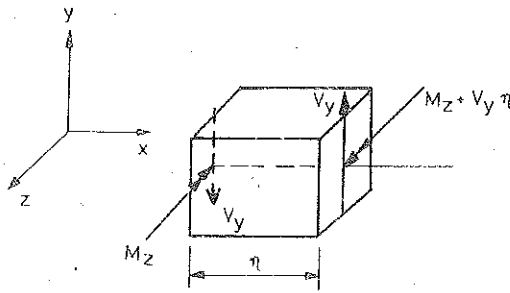
$$\sigma_{xx} = -\frac{M_z}{I_z} y \quad (5.14)$$

5.4 KIRIŞLERDE KAYMA GERİLMELERİ

Kirişlerde kayma gerilmeleri, safi kesme kuvveti ve/veya burulma uygulanması ile oluşturulur. Bu kısımda yalnızca kesme kuvvetlerinden doğan kayma gerilmeleri ele alınacaktır, diğeri ayrı bir kısımda incelenecektir.

Şek.5.2'de gösterildiği gibi bir kirişin küçük bir kısmı gözönüne alınsın. Basitlik bakımından kiriş kesidinin simetrik olduğu ve malzemelerin mukavemeti kuramına geçerli olduğu farzedilsin. Kiriş kesit yüzeyine paralel V_y kesme kuvveti, kesit alanına değişik şiddetlerde yayılmış σ_{xy} kayma gerilmesi oluşturur. σ_{xy} düşey kayma gerilmesine karşılık gelen, buna dik x düzleminde, σ_{xy} 'ye eşit şiddette σ_{yx} gerilmesi bulunur.

Kiriş elemanının sol ve sağ kesitlerindeki (Şek.5.2) eğilme gerilmeleri Şek.5.3'te gösterilmiştir. Tarafsız eksenden y mesafedeki herhangi bir noktadaki eğilme gerilmesi sol yüzde $M_z y / I_z$, sağ yüzde $M_z y / I_z + V_y \eta y / I_z$ 'dir.



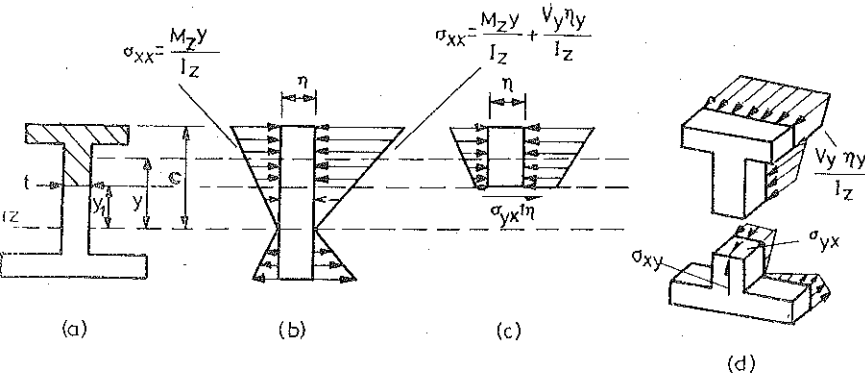
Şekil 5.2 Kiriş elemanı

z ekseninden bir $y = y_1$ mesafedeki kayma gerilmesini elde etmek için ele alınan kesim üstünde kalan kiriş elemanının Şek.5.3c'deki gibi serbest cisim diyagramı

kuvvetlerin dengesi, t genişliği ve η boyundaki yatay alana etkiyen σ_{yx} gerilmesinin oluşturduğu kuvvet, iki keside etkiyen normal kuvvetlerin farkına eşit olur. Yatay doğrultudaki kuvvetlerin toplamı alınırsa

$$\sigma_{yx} t \eta = \int_{y_1}^c \frac{V_y y \eta}{I_z} dA \quad (5.15)$$

denklem (5.15) standart formda yazılabilir:



Şekil 5.3

$$\sigma_{yx} = \frac{V_y}{I_z t} \int_{y_1}^c y dA \quad (5.16)$$

Burada integral, kayma gerilmesinin belirlendiği noktanın üzerinde kalan elemanın, tarafsız eksene nazaran momentini temsil eder. Gözönüne alınan kesit Şek. 5.3a'daki taralı alandır. Denklem (5.16)'nın yalnız düzgün, simetrik kesitli kiriş uygulanabilir olduğuna dikkati çekmek isteriz. Sivrilmiş kirişler ve kesiti sim olmayan kirişler daha sonra ele alınacaktır.

Örnek 5.1 Şek. 5.4'te gösterilen kirişte oluşacak en fazla normal gerilmeyi ve kesiti üzerindeki kayma gerilmesi dağılımını bulunuz.

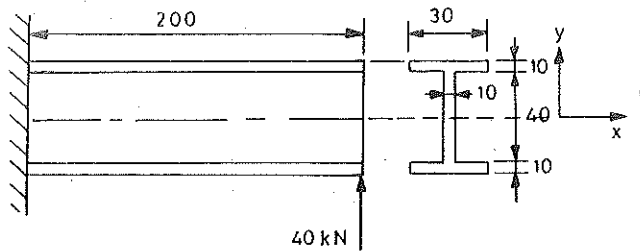
ÇÖZÜM Eğilmeyen dolayı oluşacak en fazla normal gerilme, eğilme momenti fazla olduğu kesitte veya kirişin sabit mesnedindedir. Kiriş açıklığı boyunca kuvveti sabit olduğundan her kesitteki kayma gerilmesi dağılımı aynı olacaktır. K atalet momenti şu şekilde elde edilir:

$$I_z = 2 \left[\left(30 \times \frac{10^3}{12} \right) + 30 \times 10 \times 25^2 \right] + \left(10 \times \frac{40^3}{12} \right) = 433.333 \text{ m}^4$$

$$I_{yz} = P = M_y = 0$$

Maksimum normal gerilme

$$\sigma_{xx} = - \frac{M_z y}{I_z} = - \frac{(40000 \times 200) (\pm 30)}{433333} = \pm 553,8 \text{ MPa}$$



Şekil 5.4

Kirişin en üst noktasından bunun 10 mm altına kadarki kısım için Denklem (5.16)'daki integral, üst dikdörtgen flanşın tarafsız eksene göre statik momentine eşittir:

$$\int_{y_1}^c y dA = 25 (30 \times 10) = 7500 \text{ mm}^3$$

Bu noktanın hemen üzerindeki $t = 30$ mm genişliğindeki kısımda ortalama gerilme:

$$\sigma_{yx} = \frac{V_y}{I_z t} \int_{y_1}^c y dA = \frac{40.000}{433.333 \times 30} \times 7.500 = 23,08 \text{ MPa}$$

$t = 10$ mm olan bu noktanın hemen altındaki kısımda ortalama kayma gerilmesi:

$$\sigma_{yx} = \frac{V_y}{I_z t} \int_{y_1}^c y dA = \frac{40.000}{433.333 \times 30} \times 7.500 = 69,25 \text{ MPa}$$

Kirişin üstünden bunun 20 mm altına kadar olan kısım için Denklem (5.16) integrali;

$$\int_{y_1}^c y dA = 25 \times 30 \times 10 + 15 \times 10 \times 10 = 9.000 \text{ mm}^3$$

olur. Bu noktadaki kayma gerilmesi:

$$\sigma_{yx} = \frac{V_y}{I_z t} \int_{y_1}^c y dA = \frac{40.000}{433.333 \times 10} \times 9.000 = 83,08 \text{ MPa}$$

Kirişin tarafsız ekseninde kayma gerilmesi:

$$\tau = \frac{40.000}{433.333 \times 10} (25 \times 30 \times 10 + 10 \times 20 \times 10) = 87,69 \text{ MPa}$$

ki bu kayma gerilmesi dağılımı, Şek. 5.5'te gösterilmiştir. Kiriş
daki gerilme dağılımı, tarafsız eksene nazaran kesidin simetrik
benzer şekildedir.

eri İçin Alternatif Çözümler

lerde, Denklem (5.16)'da ele alınan iki kesit arasındaki eğilme
den dolayı oluşan kuvvetleri gözönüne alarak kayma gerilmelerini
dur. Şek.5.6'da birim mesafedeki iki kesit arasında kalan bir kiriş
ir. Birim mesafedeki eğilme momentindeki artım V_y değerindedir
indeki eğilme momenti sağ kesidindekinden, $\eta = 1$ olmak üzere,
aha büyüktür. Kirişin en üstünde bu fark;

$$\frac{40.000 (30)}{433.333} = 2,77 \text{ MPa}$$

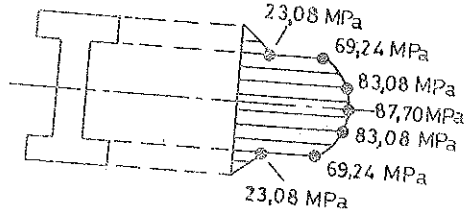
er noktalarındaki eğilme gerilmeleri farkları, denkleme bunlarla ilgili
konularak bulunur ve bunlar Şek.5.6b'de gösterilmiştir. Kirişin
tuda kesitleri alınarak ve her seferinde (Şek.5.6c, d, e) statik denge
ararlanılarak bu noktadaki kayma gerilmeleri elde edilir:

$$2,3/30 = 23,08 \text{ MPa} \quad \text{kirişin en üstünden 10 mm altta}$$

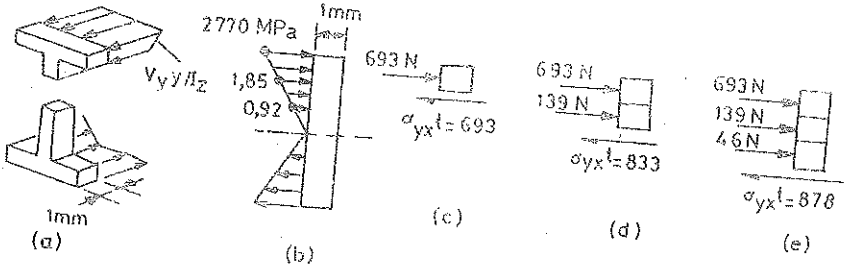
$$0,8/10 = 83,08 \text{ MPa} \quad \text{kirişin en üstünden 20 mm altta}$$

$$7/10 = 87,80 \text{ MPa} \quad \text{kirişin tarafsız ekseninde}$$

si değerleri, Şek.5.5'te gösterildiği gibi ayrı değerlerdedir.



Şekil 5.5



Şekil 5.6

Örnek 5.2 Şek.5.7'de gösterilen kiriş kesidinde, perdelerin normal gerilmelere karşı koyamayıp kayma gerilmeleri taşıdığı farzedilmektedir. Her bir takviye alanının bir noktada yoğunlaştığı ve kesit alanı 300 mm^2 'dir. Perdelerdeki kayma gerilme dağılımlarını bulunuz.

ÇÖZÜM Perdelerin ve takviyelerin kendi merkezlerine nazaran atalet momentleri ihmal edilirse, tarafsız eksene nazaran kesit atalet momentii:

$$I_z = 2 (300) (150)^2 + 2 (300) (50)^2 = 15 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

1mm aralıkla iki kesit ele alınsa iki kesit arasındaki eğilme gerilmelerindeki fark, dış takviyelerde $30000 \left(\frac{150}{15 \times 10^6} \right) = 0,3 \text{ MPa}$, iç takviyelerde ise $30000 (50/15 \times$

$$\sigma_{yx} = \frac{V_y}{I_z} \int_{y_1}^c y dA = \frac{40.000}{433.333 \times 10} (25 \times 30 \times 10 + 10 \times 20 \times 10) = 87,69 \text{ MPa}$$

dir. Kesit üzerindeki bu kayma gerilmesi dağılımı, Şek. 5.5'te gösterilmiştir. Kiriş kesidinin alt yarısındaki gerilme dağılımı, tarafsız eksene nazaran kesidin simetrik olmasından dolayı benzer şekildedir.

Kayma Gerilmeleri İçin Alternatif Çözümler

Bazı problemlerde, Denklem (5.16)'da ele alınan iki kesit arasındaki eğilme momenti değişiminden dolayı oluşan kuvvetleri gözönüne alarak kayma gerilmelerini bulmak daha uygundur. Şek.5.6'da birim mesafedeki iki kesit arasında kalan bir kiriş parçası gösterilmiştir. Birim mesafedeki eğilme momentindeki artım V_y değerindedir ve kirişin sol kesidindeki eğilme momenti sağ kesidindekinden, $\eta = 1$ olmak üzere, $V_y \eta y / I_z$ kadar daha büyüktür. Kirişin en üstünde bu fark;

$$\frac{V_y y}{I_z} = \frac{40.000 (30)}{433.333} = 2,77 \text{ MPa}$$

olur.

Kesidin diğer noktalarındaki eğilme gerilmeleri farkları, denkleme bunlarla ilgili çeşitli y değerleri konularak bulunur ve bunlar Şek.5.6b'de gösterilmiştir. Kirişin boylamasına doğrultuda kesitleri alınarak ve her seferinde (Şek.5.6c, d, e) statik denge denklemlerinden yararlanılarak bu noktadaki kayma gerilmeleri elde edilir:

$$\sigma_{yx} = 692,3/30 = 23,08 \text{ MPa} \quad \text{kirişin en üstünden 10 mm altta}$$

$$\sigma_{yx} = 830,8/10 = 83,08 \text{ MPa} \quad \text{kirişin en üstünden 20 mm altta}$$

$$\sigma_{yx} = 877/10 = 87,80 \text{ MPa} \quad \text{kirişin tarafsız ekseninde}$$

Bu kayma gerilmesi değerleri, Şek.5.5'te gösterildiği gibi ayrı değerlerdedir.

İnce perdelerdeki kayma gerilmeleri ile ilgili problemlerde, kayma gerilmeleri yerine, genellikle mm başına kesme kuvveti bulunur. Milimetre başına kesme veya kayma akısı, kayma gerilmesi ile perde kalınlığının çarpımına eşittir. Şek.3.7c'de gösterilen, perdedeki kayma akısı, perdenin üst kısmındaki boylamasına yüklerin toplamına eşittir.

Denklem (5.16) kullanılarak kayma gerilmeleri elde edilebilir. İki üst takviye arasındaki bir noktada:

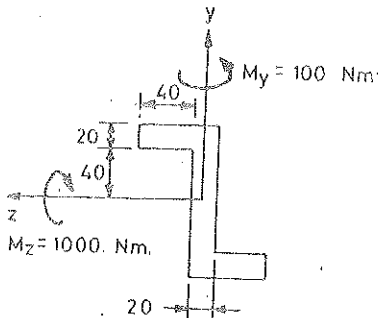
$$\sigma_{yx} = \frac{V}{I_z t} \int_{y_1}^c y dA = \frac{30.000 (300 \times 150)}{15 \times 10^6 (1,2)} = 75 \text{ MPa}$$

İki orta takviye arasındaki bir noktada:

$$\sigma_{yx} = \frac{V}{I_z t} \int_{y_1}^c y dA = \frac{30.000 [(300 \times 150) + (300 \times 50)]}{15 \times 10^6 (1,2)} = 100 \text{ MPa}$$

Bu kayma gerilmeleri Denklem 5.16 kullanılarak elde edilmiştir.

Örnek 5.3 Şek. 5.8a ve b'de gösterilen, kesitleri simetrik olmayan kirişlerdeki normal gerilme ifadelerini elde ederiz.

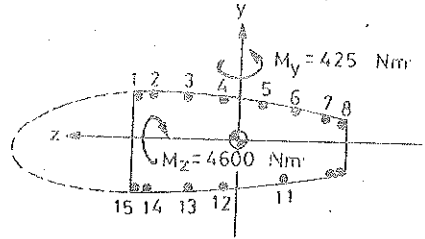


$$I_z = 6,933 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_y = 1,733 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{yz} = 2,4 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

(a)



$$I_z = 7,123 \times 10^5 \text{ mm}^4$$

$$I_y = 9,1371 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{yz} = 5,3 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

(b)

ÇÖZÜM : P sıfır yapılarak Denklem (5.12)'den, Şek. 5.8a'da görülen kirişteki normal gerilmeler:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= - \frac{I_y M_z + I_{yz} M_y}{I_y I_z - I_{yz}^2} y + \frac{I_z M_y + I_{yz} M_z}{I_y I_z - I_{yz}^2} z \\ &= - \frac{1,733 \times 10^6 (1000) + 2,4 \times 10^6 (100)}{(1,733 \times 10^6) (6,933 \times 10^6) - (2,4 \times 10^6)^2} y + \\ &\quad \frac{6,933 \times 10^6 (100) + 2,4 \times 10^6 (1000)}{(1,733 \times 10^6) (6,933 \times 10^6) - (2,4 \times 10^6)^2} z \\ &= - 315 y + 494 z\end{aligned}$$

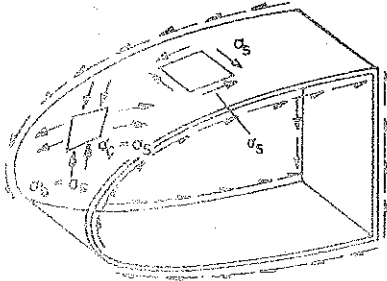
Benzer şekilde Şek.5.8b'deki kiriş için normal gerilme ifadesi:

$$\sigma_{xx} = - 6,464 y + 0,084 z$$

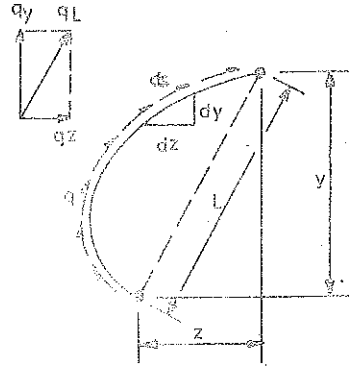
5.5. İNCE PERDELERDE KAYMA AKILARI

Kayma akısı, kayma gerilmesi ile perde kalınlığının çarpımı olarak tanımlanır. İnce perdelerde, bütün pratik amaçlar için kayma gerilmesinin kalınlık boyunca sabit olduğunu varsaymak yeterli hassasiyet sağlar. Şek.5.9'da kanat hücum kenarını temsil eden eğri bir perde ve bütün noktalarda perde yüzeyine paralel kayma gerilmeleri gösterilmiştir. Yüzeye dik hava yükleri, normal olarak perde yüzeyine dik kayma gerilmeleriyle karşılanmalıdır; fakat bu gerilmeler, genel olarak ihmal edilebilir değerlerdedir ve burada gözönüne alınmamıştır. İnce, eğri bir perde kayma gerilmelerine dayanıklı, yeterli dirençte bir yapı olmadığı izlenimi vermesine rağmen durum böyle

değildir. Şek.5.9'da gösterilen köşegenel σ_c , σ_b çekme ve basınç gerilmeleri, en yüksek σ_s kayma gerilmesinin etkidiği kayma düzlemi ile 45° açı yapan asal düzlemlerdedir. Safi kayma durumu için çizilen bir Mohr çemberinde köşegenel σ_b basınç ve köşegenel σ_c çekme gerilmelerinin her ikisinin de en büyük σ_s kayma gerilmesine eşit olduğu görülebilir. Eğer köşegenel basınç gerilmesi yalnızca eğri perdeye etkimekte ise, bu durum perdenin eğriliğini artıracaktır; fakat köşegenel çekme gerilmesi eğriliği azaltmaya çalışır ve bu iki tesir birbirine zıt durumdadır. Dolayısı ile eğri perde yüksüz haldeki eğriliğinden uzaklaşmadan yüksek kayma gerilmeleri karşılayacaktır.



Şekil 5.9



Şekil 5.10

Kayma gerilmesi σ_s ile perde kalınlığı t 'nin çarpımı olan q kayma akısını, kayma gerilmesi yerine kullanmak daha uygundur. Perde gerilmesi belirlenmeden önce de kayma akısı bulunabilir. Kayma gerilmesi perde kalınlığına bağlıdır. Genellikle eğriliği bulunan bir perde boyunca etkileyen sabit değerdeki q kayma akısının bileşke kuvvetini elde etmek gerekir. Şek. 5.10'da gösterilen perde elemanının uzunluğu ds ve bu uzunluğun yatay ve dikey bileşenleri sırası ile dz ve dy 'dir. ds uzunluğundaki elemana etkileyen kuvvet qds olur ve bunun yatay ve dikey bileşenleri qdz ve qdy 'dir. Böylece toplam yatay kuvvet;

$$F_z = \int_0^z q dz = qz \quad (5.17)$$

olur. Burada z , perdenin uçları arasındaki yatay mesafedir. Perdedeki toplam düşey kuvvet;

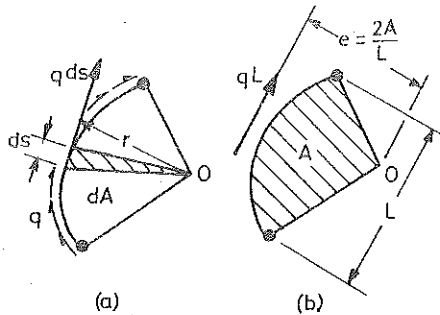
$$F_y = \int_0^y q dy = qy \quad (5.18)$$

olur. Burada y , perdenin uçları arasındaki düşey mesafedir. Bileşke kuvvet ise qL 'dir. Burada L , uçları birleştiren doğrunun uzunluğudur ve bileşke kuvvet bu doğruya paraleldir. Denklem (5.17) ve (5.18) perdenin şeklinden bağımsız, yalnızca perde uçları arasındaki mesafenin bileşenlerine bağlıdır. Bileşke kuvvetin doğuracağı burulma momenti, perdenin şekline bağlıdır. Şek.5.11a'da gösterildiği gibi O gibi bir noktadaki moment $qrds$ 'e eşittir. ds elemanının uçlarını O 'ya bağlayarak oluşturulacak üçgenin dA alanı $rds/2$ olur. Böylece tüm perde boyunca etkiyen kayma akılarının doğuracağı burulma momenti şu şekilde elde edilecektir:

$$T = \int_s qrds = \int_A 2qdA = 2q \int_A dA \quad (5.19)$$

veya

$$T = 2Aq$$



Şekil 5.11

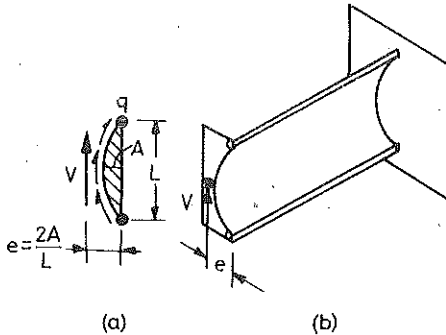
Burada A, Şek.5.11b'de gösterildiği gibi perdenin uçlarını O'ya birleştiren doğrular ile perde arasında kalan alandır. Şek.5.11b'de gösterilen, 0 ile bileşke kuvvet arasındaki e mesafesi burulmanın kuvvete bölünmesi ile elde edilebilir:

$$e = \frac{2Aq}{qL} = \frac{2A}{L} \quad (5.20)$$

Denklem (5.19) ve (5.20)'nin elde edilmesi sırasında q kayma akısının sabit olarak kabul edildiğine dikkat etmek gerekir.

5.6. KAYMA MİRKEZİ

Şek.5.12'deki gibi açık-kesitli ince perde kirişler, burulma yükleri taşıırken kararsızdırlar. Eğer kiriş kesidi bir düşey eksene göre simetrik ise; kesitte burulma yaratmayacak düşey yüklerin, simetri düzlemi içinde etkimesi gerekir. Eğer kiriş kesidi simetrik değilse, yüklerin burulma yaratmayacak bir noktaya uygulanması gerekecektir. Bu noktaya kayma merkezi denir ve herhangi bir kesitte bunun konumu, kayma gerilmelerinin bileşkesi bulunarak elde edilir. Kayma merkezinin hesaplanacağı basit bir kiriş türü olarak Şek.5.12'de gösterildiği gibi yoğunlaştırılmış iki takviye alanının eğri bir kayma perdesi ile birleştirildiği bir kiriş gösterilebilir.



Şekil 5.12

Eğer kiriş, düşey bir yük taşıyor ise, iki takviye alanı arasında kayma perdesi ile birleştirilmiştir.

bulunmalıdır. Perdenin eğilme yükü taşımayacağı durumunda, perdede sabit bir q kayma akısı bulunacaktır. Kayma akısı bileşkesi $qL = V$ olacaktır ve Denklem (5.20)'den bileşkenin konumu, Şek.5.12a'da gösterildiği gibi takviyelerden $e = 2A/L$ kadar solda olacaktır. Bütün yükler, bu şekilde takviye düzleminden e uzaklıkta düşey düzlemde etkilimlidir.

Düşey düzlem içinde iki takviyesi bulunan kirişler, yatay yükler altında kararlı olamaz. Bu kirişlerde kayma merkezinin düşey konumu önemli değildir. Yatay yüklerle olduğu kadar düşey yüklerle de dayanan kirişlerin kayma merkezinin düşey konumlarını belirlemek gerekir. Eğer kesit, bir yatay eksene nazaran simetrik ise, kayma merkezi bu eksen üzerinde bulunacaktır. Eğer kiriş kesidinde bir yatay eksene nazaran simetri yok ise, kayma merkezinin düşey konumu yatay yükler tarafından oluşturulan kesme kuvvetlerinin momentleri alınarak hesaplanır. Bir kirişin kayma merkezinin hesaplanmasının en iyi anlatımı sayısal bir örnekle olacaktır.

Örnek 5.4 Şek.5.13a'da gösterilen kirişin perdelerindeki kayma akılarını bulunuz. Dört takviye elemanının herbirinin alanı 200 mm^2 'dir. Perdelerin hiçbir eğilme gerilmesi taşımadığı farzedilecektir. Kesidin kayma merkezini bulunuz.

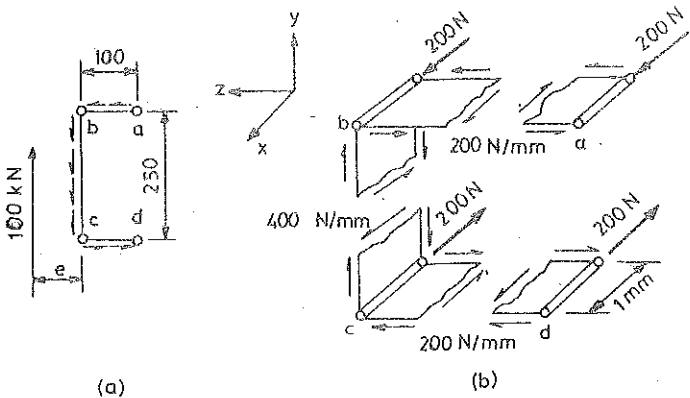
ÇÖZÜM : 1 mm aralıklı iki kesit Şek.5.13b'de gösterilmiştir. 1 mm mesafede eğilme momenti artışı V kesme kuvvetine eşittir. 1 mm uzaklıkta takviyelerdeki eğilme gerilmesi artışı

$$\frac{V_y y}{I_z} = \frac{100000 \times 125}{2.400 \times 125^2} = 1 \text{ MPa}$$

olur. 200 mm^2 lik takviyelerin her birindeki yük, Şek. 5.13b'de gösterildiği gibi 200N olur. Kayma akısı analizinde eğilme gerilmelerinin gerçek değerlerine ihtiyaç yoktur, çünkü kayma akısı eğilme momentindeki değişime veya kesme kuvvetine bağlıdır. Eğer herbir perde gösterildiği gibi uzunluğu boyunca kesilirse, kesilen perdelerdeki kesme kuvvetleri takviyelerdeki yükleri karşılamalıdır. ab perdesindeki kuvvet, takviyedeki 200N'lık kuvveti dengelemelidir ve 1 mm'lik uzunluk boyunca etkiyen kayma akısı

200N/mm şiddetinde ve şekilde gösterildiği yönde etkir. bc perdesindeki kayma akısı, ab perdesindeki 200N/mm'lik kayma akısı ile birlikte b takviyesindeki 200N'luk kuvveti dengelemelidir. Dolayısı ile kayma akısı 400N/mm değerini alacaktır. cd perdesindeki kayma akısı, bc perdesindeki 400N/mm'luk kuvvetle birlikte buna ters yönde olan c takviyesindeki 200N'luk kuvveti dengelemelidir. Buradan, cd perdesindeki kayma akısının 200N/mm olacağı bulunur ve bu değer, d takviyesinin dengesi ile de kontrol edilebilir.

Düşey kiriş kesidindeki kayma akısının yönü, yatay kuvvetlerin yönünden elde edilir. Her perdenin kalınlığı sabit olduğundan kayma gerilmeleri gibi kayma akıları da birbirine dik düzlemde aynı değerde olmalıdır. Bir dikdörtgen elemanda kayma akıları birbirine eşit ve zıt yönlü iki çift teşkil etmelidir. Bütün kayma akılarının yönleri Şek.5.13b'de ve Şek.5.13a'nın arka kesidinde gösterilmiştir. Kayma merkezi, ç noktasına göre momentler alınarak bulunur:



Şekil 5.13

$$\sum T_c = 0$$

$$= - 10.000e + 200 (100) (250)$$

veya

$$e = 50 \text{ mm}$$

Kayma merkezi, yatay simetri ekseninde olacaktır, çünkü bu eksen doğrultusunda uygulanacak yatay kuvvet kirişte herhangi bir burulma oluşummayacaktır.

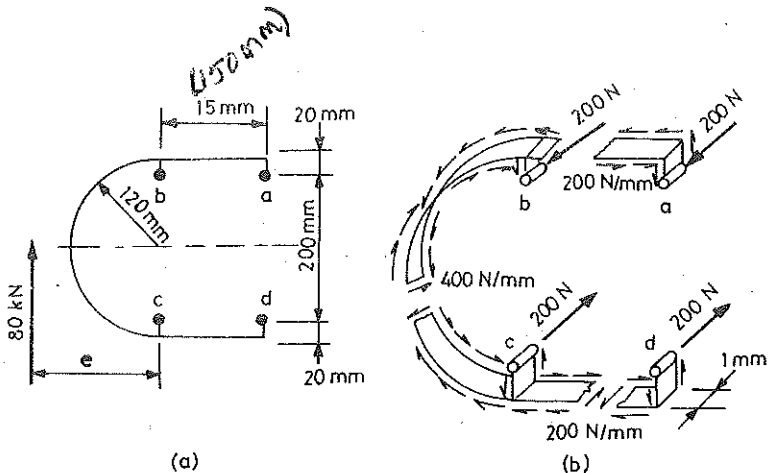
Örnek 5.5. Şek.5.14'a'da gösterilen kiriş perdelerindeki kayma akıllarını bulunuz. Kayma merkezini de bulunuz.

ÇÖZÜM: Sentroidal yatay eksene nazaran kesit atalet momentini:

$$I_z = 4 (200 \times 100^2) = 8 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

1 mm aralıklı iki kesitteki takviyelerde eksenel yük farkı:

$$\frac{V_y}{I_z} yA = \frac{80000}{8 \times 10^6} \times 100 \times 200 = 200 \text{ N}$$



Şekil 5.14

Eksenel yükler ve kayma akılları Şek.5.14b'de gösterilmiştir. Perdelerdeki kayma akılları,

elemanlardaki açıklık doğrultusunda etkiyen kuvvetlerin toplanması ile Örnek 5.4'teki gibi elde edilir.

Kayma merkezinin e mesafesini bulmak için c noktasının altında, perdelerin keşiştiği bir noktaya göre kayma akılarının momentleri alınır. Burun kaplamasındaki kaymanın momenti, kayma akısı ile bu yarım daire içinde kalan alanın iki katının çarpımına eşittir. Üstteki yatay perdede, kayma akısının bileşke kuvveti 30000N ve moment kolu 240 mm'dir. a ve b'de düşey konumda bulunan kısa perdelerin herbiri 4000N'luk yük taşır ve moment kolu 150 mm'dir. Diğer perdelerdeki bileşke kuvvetler, moment merkezinden geçer:

$$\sum T_c = 0$$

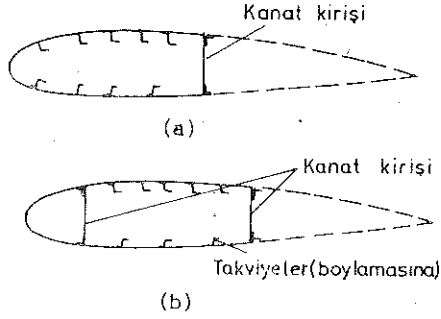
$$= - 80000 e + 2 (22619) (400) + (30000) (240) + 2 (4000) (150)$$

veya

$$e = 331 \text{ mm}$$

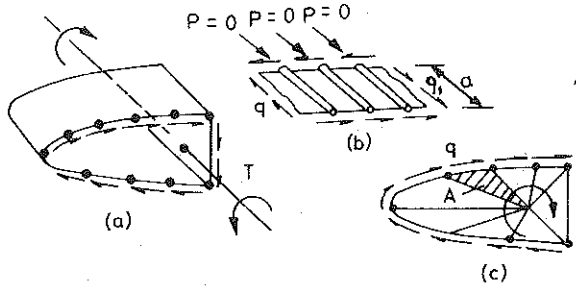
5.7. KAPALI-KESİTLİ KUTU KİRİŞLERİN BURULMASI

Daha önce ele alınan açık-kesitli, ince perdeli kutu kirişler, kayma merkezine uygulanan kesme kuvvetlerine karşı koyabilirken bunlar burulma yükleri altında kararsız duruma gelmektedir. Özellikle hava-uzay taşıtlarında olmak üzere birçok yapıda değişik yüklenme durumlarında bileşke yük, değişik yüklenme durumlarında değişik konumlar alır ve dolayısı ile burulma meydana getirebilir. Örneğin bir uçak kanadında kanat, yüksek hücum açılarındaki bileşke aerodinamik yük,, düşük hücum açılardaki konumuna nazaran oldukça önde bulunur. Bu yükün konumu, kanatçıklar veya flaplar döndürüldüğünde de değişir. Bu nedenle uçak kanatları ve benzer yapılarda burulma yüklerine karşı koyabilen kapalı-kesitli kutu kirişler kullanılır. Şek.5.15'te çeşitli tipik kanat konstrüksiyonları gösterilmiştir. Şek.5.15a'daki kanat kesidinin bir kirişi vardır ve kirişin önündeki kaplama, kapalı bir kesit oluşturarak kanat burulmasına dayanacak şekilde dizayn edilmesine rağmen arka kısım, hafif yapılmış ve yük taşımaktan çok, aerodinamik yüzey olarak iş görmesi amaçlanmıştır.



Şekil 5.15 Tipik kanat konstrüksiyonları

Şekil 5.15b'deki kanat kesidi, kapalı bir kutu kiriş oluşturacak şekilde iki kirişlidir. Bazı kanatlarda burulmaya dayanmak üzere iki veya daha fazla kapalı kutu kullanılır; fakat bu gibi kesitler statikçe belirsizdir ve daha ilerki bölümlerde ele alınacaktır.



Şekil 5.16 Burulma altında bir kutu kiriş

Şekil 5.16'da gösterilen kutu kesit yalnızca T burulma momenti ile yüklenmiştir. Takviyelerde aksenal etkiyen yükler, kanat eğilmesinden dolayı olduğundan, safi burulmada sıfırdır. Şek.5.16b'de gösterildiği gibi üst takviyeler serbest cisim şeklinde düşünülürse açıklık kuvvetleri dengede bulunmalıdır, yani $q_a = q_b$ veya $q = q_1$ 'dir. Diğer türden takviyeleri bulanan banyer kesitler düşüldüğünde de her kesit için aynı şekilde...

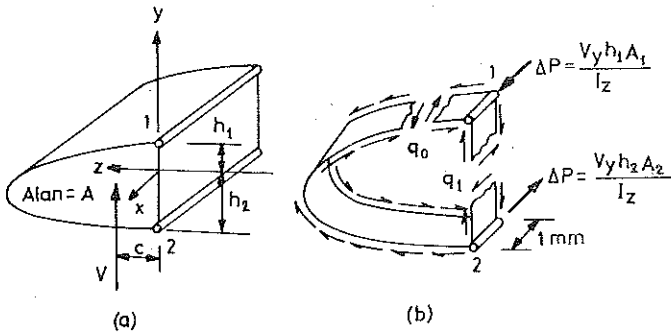
akısının q olacağı açıktır. Çevre üzerindeki sabit q kayma akısının herhangi bir yatay veya düşey bileşeni bulunmayacaktır; çünkü Denklem (5.17) ve (5.18) uygulandığında, kapalı perdenin uçları arasındaki yatay ve düşey mesafeler sıfırdır. Kayma akısının bileşkesi, uygulanan dış burulma momenti T 'ye eşittir ve bu moment keside dik herhangi bir eksene göre alınır. Şek.5.16'deki 0 noktasını referans olarak alırsak Denklem (5.19)'dan

$$T = \sum 2 (\Delta A) q = 2Aq \quad (5.21)$$

hemen yazılabilir. Burada A , üçgen şeklindeki ΔA alanlarının toplamıdır ve kutu kesitle çevrelenen tüm alana eşittir. Bir çiftin momenti, herhangi bir noktaya göre aynı olduğundan, A alanı 0 noktasının konumuna bağlı olmayacaktır. Eğer 0 noktası kesit dışında seçilirse, 0 noktasına nazaran kayma akısının doğrultusuna bağlı olarak bazı ΔA üçgen alanları negatif olacaktır, fakat bütün ΔA alanlarının cebirsel toplamı, çevrili A alanına eşit olacaktır.

5.8. KAPALI-KESİTLİ KUTU KİRİŞLERDE KAYMA AKISI

Şek. 5.17'de gösterildiği gibi yalnızca iki takviyesi bulunan bir kutu kiriş



Şekil 5.17 İki takviyeli bir-gözlü kutu kiriş

gözönüne alınsın. Bu kesit, burulma yükleri altında kararlı olacağından düşey kesme kuvveti V , kesidin herhangi bir noktasına uygulanabilecektir. Aynı düşey düzlem içinde bulunan iki takviyeli bu kirişin bir düşey eksene göre eğilme momentine karşı koyamayacağından yatay yükler altında kararsız duruma geleceğine dikkat etmek gerekir. Şek.5.17b'de gösterildiği gibi 1 mm aralıklı iki düşey kesit gözönüne alınırsa takviyeler arasındaki ΔP aksenal yük farkı, eğilme gerilmeleri;

$$\sigma_{xx} = -M_z y / I_z = V_y (1) y / I_z \text{ 'den } |\Delta P| = \sigma_{xx} A_f = V_y A_1 h_1 / I_z = V_y A_2 h_2 / I_z$$

şeklinde bulunur. Burada A_1 ve A_2 takviye alanlarıdır. Bu yükler Şek.5.17b'de gösterildiği gibi kayma akıları ile dengelenmelidir. Denge düşünülürse açıklık doğrultusunda en üst takviyedeki kuvvetlerin toplamı sıfır olmalıdır:

$$q_1 (1 \text{ mm}) + q_0 (1 \text{ mm}) - \frac{V_y A_1 h_1}{I_z} = 0$$

veya

$$q_1 = \frac{V_y A_1 h_1}{I_z} - q_0 \quad (5.22)$$

q_0 kayma akısı, arkadaki kesitte keside dik bir eksene nazaran burulma momentlerinin toplamından bulunabilir:

$$V_y c - 2 A q_0 = 0$$

veya

$$q_0 = \frac{V_y c}{2 A}$$

Burada A , kutu içinde kalan toplam alandır.

Bu değer, Denklem (5.22)'de yerine konulursa

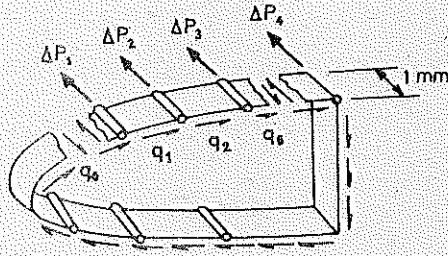
$$q_1 = \frac{V_y h_1 A_1}{I_z} - \frac{V_y c}{2 A} \quad (5.23)$$

Birçok takviyesi bulunan kutu kirişlerin kayma akıları, daha önce kullanılan ve benzer bir yöntemle elde edilebilir. Çeşitli takviyelerdeki açıklık yüklerinin toplamından kayma akıları, bilinmeyen bir kayma akısı cinsinden ifade edilebilir. Daha bilinmeyen bu kayma akısı, açıklık doğrultusundaki bir eksene nazaran kayma akısının momentinin dış burulma momentine eşitlenmesi ile elde edilebilir. (5.18)'de gösterilen kutu kirişte bütün q_1, q_2, \dots, q_n kayma akıları q_0 perdesi ile q_0 alınan perde arasında takviyeler dahil, açıklık boyunca denge düşünülerek q_0 cinsinden elde edilebilir:

$$\begin{aligned}
 q_1 &= q_0 + \Delta P_1 \\
 q_2 &= q_0 + \Delta P_1 + \Delta P_2 \\
 &\dots\dots\dots \\
 q_n &= q_0 + \sum_1^n \Delta P_n
 \end{aligned} \tag{5.24}$$

Yani, $\sum_1^n \Delta P_n$ O'ncü perde ile herhangi bir n'inci perde arasındaki ΔP yüklerinin toplamını temsil eder. Bütün kayma akıları, bilinmeyen q_0 cinsinden ifade edildikten sonra q_0 değeri, burulma momentlerinin toplamından elde edilebilir. Herhangi bir kesitteki kayma akısının q_0 olarak alınabileceğine dikkat etmek gerekir. Genel bir kesit halinde 1 mm aralıklı iki kesit takviyelerindeki ΔP aksel yük farkları, (5.12)'den bulunabilir. Bu ifadede $M_z = V_y (1 \text{ mm})$, $M_y = V_z (1 \text{ mm})$ ve $P = 0$ alınabilir;

$$\left(- \frac{I_y V_y + I_{yz} V_z}{I_y I_z - I_{yz}^2} y + \frac{I_z V_z + I_{yz} V_y}{I_y I_z + I_{yz}^2} z \right) A_f \tag{5.25}$$



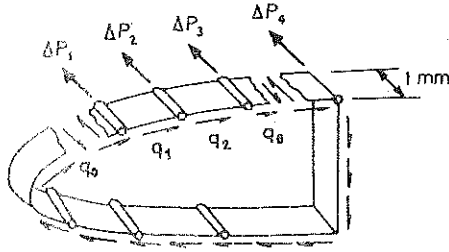
Şekil 5.18

Örnek 5.6 Şek. 5.19a'da gösterilen kutu kirişin bütün perdelerindeki kayma akısı bulunuz.

ÇÖZÜM Tarafsız eksene nazaran kiriş kesidinin atalet momenti

$I = (4 \times 50 + 2 \times 100) (50^2) = 10^6 \text{ mm}^4$. 1 mm aralıklı iki kesit arasında gerilme farkı $V (1) y / I = 100000 (1) 50 / 10^6 = 5 \text{ MPa}$. Bu 100 mm aralıklarda 250 N'lük ΔP basınç yükleri oluşturur (Şek.5.19b). Herhalka bulunan kayma akısı bilinmeyen olarak seçilebilecektir burada 1 mm aralığındaki kayma akısı bilinmeyen q_0 olarak seçilmiştir. Artık gösterildiği gibi takviyelerdeki açıklık doğrultusundaki kuvvetli kayma akıları q_0 olarak bulunurularak diğer perdelerdeki kayma akıları q_0 cinsinden elde edilebilir.

q_0 'ın değeri, kirişin arka kesidine dik bir eksene nazaran kayma



Şekil 5.18

Örnek 5.6 Şek. 5.19a'da gösterilen kutu kirişin bütün perdelerindeki kayma akılarını bulunuz.

ÇÖZÜM Tarafsız eksene nazaran kiriş kesidinin atalet momenti

$I = (4 \times 50 + 2 \times 100) (50^2) = 10^6 \text{ mm}^4$. 1 mm aralıklı iki kesit arasındaki eğilme gerilmesi farkı $V (1) y / I = 100000 (1) 50 / 10^6 = 5 \text{ MPa}$. Bu 100 mm^2 'lik diğer üst takviyelerde 250 N'luk ΔP basınç yükleri oluşturur (Şek.5.19b). Herhangi bir perdede bulunan kayma akısı bilinmeyen olarak seçilebilecekken burada hücum kenarı kaplamasındaki kayma akısı bilinmeyen q_0 olarak seçilmiştir. Artık Şek.5.19b'de gösterildiği gibi takviyelerdeki açıklık doğrultusundaki kuvvetler gözönünde bulundurularak diğer perdelerdeki kayma akıları q_0 cinsinden elde edilebilir.

q_0 'ın değeri, kirişin arka kesidine dik bir eksene nazaran kayma akılarının ve uygulanan dış kuvvetin moment dengesi yazılarak bulunur. Örneğin eksen 0'dan geçecek şekilde, Şek.5.19c'de gösterildiği gibi alınır ve burulmaların toplamı sıfır yapılırsa;

Birçok takviyesi bulunan kutu kirişlerin kayma akıları, daha önce kullanılan yöntemle benzer bir yöntemle elde edilebilir. Çeşitli takviyelerdeki açıklık yüklerinin toplamından kayma akıları, bilinmeyen bir kayma akısı cinsinden ifade edilebilir. Daha sonra bilinmeyen bu kayma akısı, açıklık doğrultusundaki bir eksene nazaran kayma akılarının momentinin dış burulma momentine eşitlenmesi ile elde edilebilir. Şek.5.18'de gösterilen kutu kirişte bütün q_1, q_2, \dots, q_n kayma akıları O perdesi ile gözüne alınan perde arasında takviyeler dahil, açıklık boyunca denge düşünülerek q_0 cinsinden elde edilebilir:

$$\begin{aligned} q_1 &= q_0 + \Delta P_1 \\ q_2 &= q_0 + \Delta P_1 + \Delta P_2 \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \quad (5.24)$$

veya

$$q_n = q_0 + \sum_1^n \Delta P_n$$

Burada, $\sum_1^n \Delta P_n$ O'ncü perde ile herhangi bir n'inci perde arasındaki ΔP yüklerinin toplamını temsil eder. Bütün kayma akıları, bilinmeyen q_0 cinsinden ifade edildikten sonra q_0 değeri, burulma momentlerinin toplamından elde edilebilir. Herhangi bir perdedeki kayma akısının q_0 olarak alınabileceğine dikkat etmek gerekir. Genel bir eğilme halinde 1 mm aralıklı iki kesit takviyelerindeki ΔP aksenal yük farkları, Denklem (5.12)'den bulunabilir. Bu ifadede $M_z = V_y$ (1 mm), $M_y = V_z$ (1mm) ve $P = 0$ alınır;

$$\Delta P_f = \left(- \frac{I_y V_y + I_{yz} V_z}{I_y I_z - I_{yz}^2} y + \frac{I_z V_z + I_{yz} V_y}{I_y I_z + I_{yz}^2} z \right) A_f \quad (5.25)$$

elde edilir. y ve z, A_f takviye alanının koordinatlarını gösterir.

$$I_y = (2 \times 300 + 2 \times 100) (100^2) = 8 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

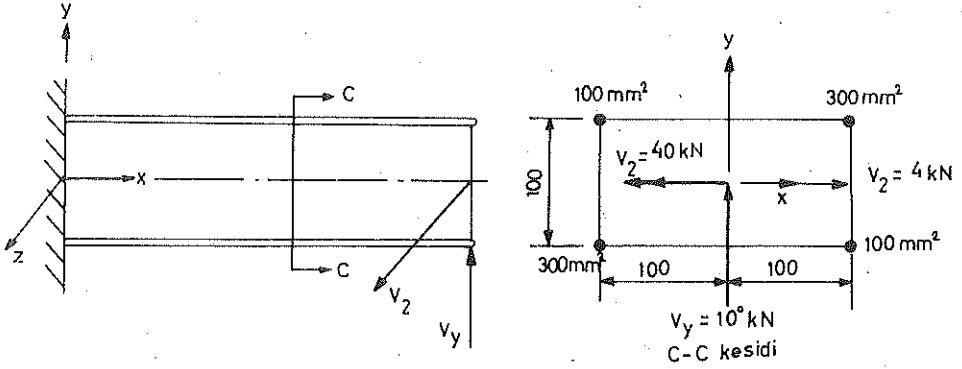
$$I_{yz} = 100 (50) (-100) + 300 (-50) (-100) + 100 (600) (-50) + 300 (50) (100) = 2 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$V_z = 40 \text{ kN}$$

$$V_y = 100 \text{ kN}$$

Bunların Denklem (5.25)'e konulması ile

$$\Delta P = (-0,007333 y + 0,002333 z) A_f$$



Şekil 5.20

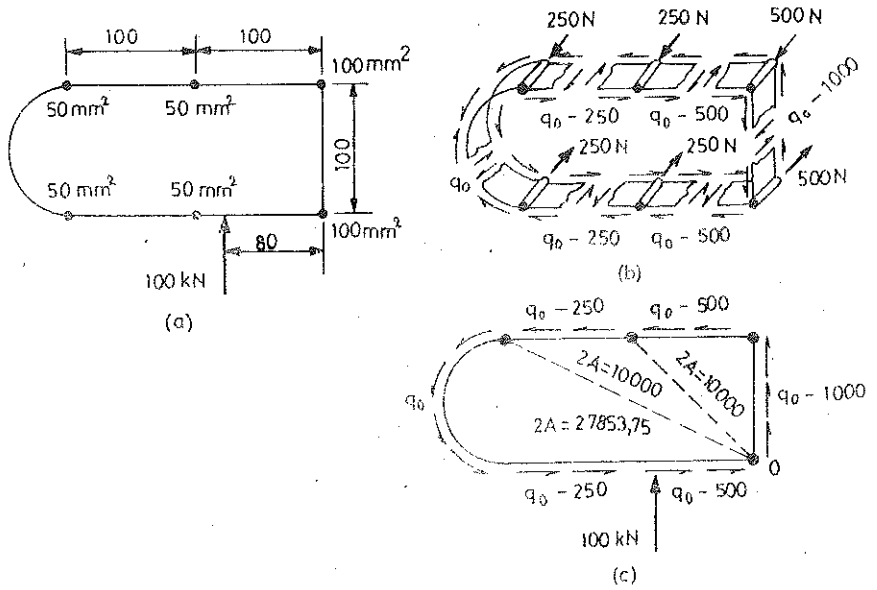
elde edilir. Bu denklemde, gözönüne alınan takviye ile ilgili uygun koordinatlar ve takviye alanları değerleri yerlerine konularak her takviyedeki ΔP kolaylıkla bulunur. Sonuçlar Şek.5.21a'da gösterilmiştir. Örnek 5.6'da simetrik bir kutu için yapıldığı gibi takviye yüklerindeki artışlardan, herbir perdeye gelen kayma akısı elde edilebilir. Sol taraftaki perdedeki kayma akısı q_0 olarak seçilmiştir. Diğer perdelerdeki kayma akıları açıklık doğrultusundaki kuvvetlerin dengesinden elde edilir ve bunlar Şek.5.21a'da belirtilmiştir. Bilinmeyen q_0 kayma akısı burulma momentlerinin dengesinden elde edilir. O noktası referans noktası olarak alınır ve O'dan geçen x eksenine nazaran momentler toplanırsa;

$$(q_0 - 400) (10.000) + q_0 (10.000) + (q_0 - 600) (10.000) + (q_0 - 100) (10.000) = 0$$

veya

$$40.000 q_0 - 20.000.000 = 0$$

$$q_0 = 500 \text{ N/mm.}$$



Şekil 5.19

$$\sum T_o = 0 \rightarrow$$

$$= -100.000 (80) + (q_o - 500) (10.000) + (q_o - 250) (10.000) + q_o (27853,75)$$

veya

$$q_o = 324 \text{ N/mm}$$

olur.

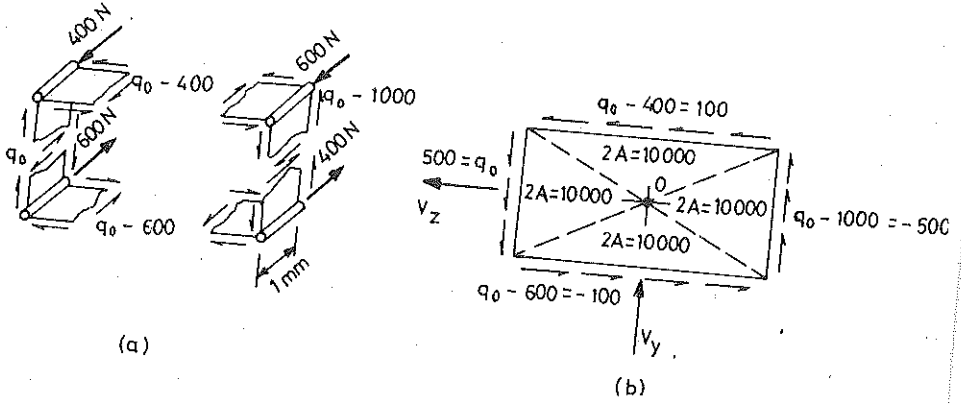
Diğer perdelerdeki kayma akıları Şek.5.19c'den kolayca hesaplanabilir.

Örnek 5.7 Şek.5.20'de gösterilen kutü kirişin perdelerindeki kayma akılarını bulunuz.

ÇÖZÜM : İki kesit arasındaki eğilme gerilmesi farkı Denklem (5.25)'den elde edilir. Bu denklemde kullanılacak terimler şu şekilde hesaplanır:

$$I_z = (2 \times 300 + 2 \times 100) (50^2) = 2 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

elde edilir. Kayma akılarının nihai değerleri Şek.5.21b'de gösterilmiştir. Negatif işaret kayma akısı için ters yön doğrultusunda kabulün yapıldığını belirtmektedir.



Şekil 5.21

5.9. AÇIKLIK BOYUNCA SIVRILMENİN ETKİSİ

Daha önce tanıtılan, kirişlerin kayma gerilmesi analizindeki kiriş kesidinin sabit kaldığı farzedilmişti. Hava-uzay taşıları yapılarında genellikle en düşük ağırlık amaçlandığından kirişler, genellikle en büyük yapısal verimi elde etmek maksadı ile sivriltilir. Kesitlerdeki bu değişim, eğilme formülleri kullanılarak eğilme gerilmelerinin elde edilmesinde önemli hatalara sebep olmazken; Denklem (5.16)'dan elde edilecek kayma gerilmelerinde büyük hatalar görülür.

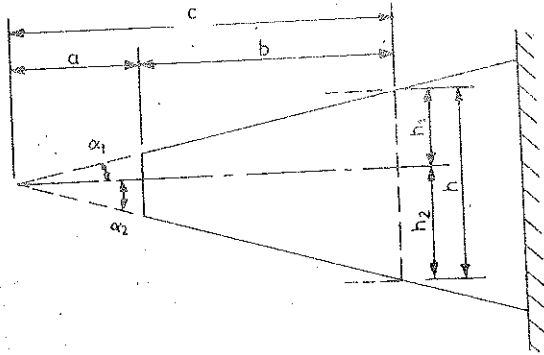
Bir örnek olarak Şek.5.22'de gösterilen, eğilme gerilmesi taşımayan düşey bir perdenin bağladığı iki takviyeden oluştuğu farzedilen basit bir kiriş gözönüne alınır. Takviyelerdeki bileşke eksenel yükler, takviye doğrultusundadır ve bunun yatay bileşeni $P_x = M_z/h$ olmalıdır. Takviyeye gelen yükün düşey bileşenleri ise Şek.5.22b'de gösterildiği gibi $P_{tan \alpha_1}$ ve $P_{tan \alpha_2}$ 'dir ve bu takviyeler uygulanan dış kesme yükü V_y 'nin bir kısmını karşılar. Takviyeler tarafından taşınan kesme V_f ve perde tarafından taşınan kesme V_w ile gösterilirse:

$$V_y = V_f + V_w$$

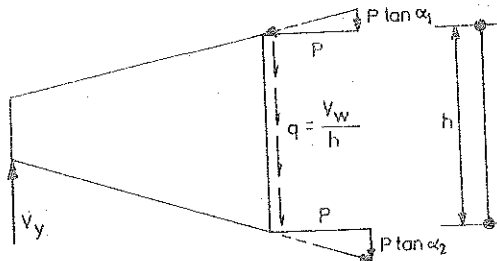
$$V_f = P (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2) \quad (5.26b)$$

Kirişin geometrisinden $\tan \alpha_1 = h_1/c$ $\tan \alpha_2 = h_2/c$, ve $\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2 = (h_1 + h_2)/c = h/c$ olur. Bu değer, Denklem (5.26b)'de yerine konulursa;

$$V_f = P \frac{h}{c} \quad (5.27)$$



(a)



(b)

Şekil 5.22

olarak bulunur. Denklem (5.27) herhangi bir düşey yükleme sistemine uygulanabilir.

$$V_f = V_y \frac{b}{c} \quad (5.28)$$

elde edilir. Geometriden ve Denklem (5.26a) ve (5.28)'den;

$$V_w = V_y \frac{a}{c} \quad (5.29)$$

$a/c = h_o/h$ oranlarından yararlanarak Denklem (5.28) ve (5.29), h_o ve h

$$V_w = \frac{V_y h_o}{h} \quad (5.30a)$$

ve

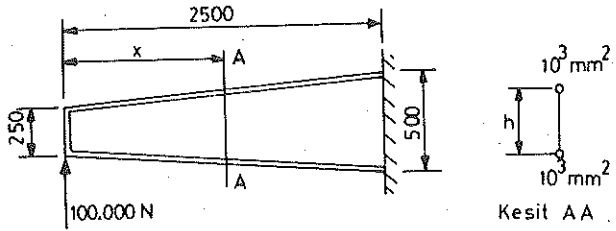
$$V_f = V_y \frac{h - h_o}{h} \quad (5.30b)$$

Denklem (5.15a) ile birlikte Denklem (5.30a) kesme V_w kullanılarak perdelerdeki kayma akıları artık bulunabilir. Örneğin Şek.5.22'deki her iki takviye alanının aynı olduğunu farzedilirse, takviyeler arası mesafenin h olduğu kesitteki kayma akısı;

$$q = \frac{V_w}{I} \int ydA = \frac{V_w}{Ah^2/2} \frac{Ah}{2} = \frac{V_w}{h} \quad (5.31)$$

ile hesaplanabilir. Kirişte birçok takviyenin bulunması halinde, açıklık boyunca takviye alanların sabit kalmak şartıyla, kayma akıları iki takviyeli kirişe benzer şekilde elde edilebilir. Eğer takviye alanları açıklık boyunca değişmekte ise ve hepsi aynı oranda değişmiyor ise Denklem (5.16) uygulanamaz.

ÇÖZÜM Kayma akıları Denklem (5.30a) ve (5.31) kullanılarak elde edilir. Bu denklemlerin sonuçları Tablo 5.1'de gösterilmiştir.



Şekil 5.23

Kayma akılarını yaklaşık değerler halinde elde etmek normal olarak yeterli iken Tablo 5.1'deki değerler ilerde bir diğer yöntemle karşılaştırmak amacıyla anlamlı düğüm hane kadar hesaplanmıştır.

Tablo 5.1

x	h	$\frac{h_0}{h}$	V_w	$q = \frac{V_w}{h}$
0	250	1	100,000	400
500	300	0,8333	83,33	277,8
1000	350	0,7143	71,430	204,1
1500	400	0,6250	62,500	156,3
2000	450	0,5555	55,555	123,5
2500	500	0,5000	50,000	100,0

Örnek 5.9 Şek.5.24'te gösterilen kutu kirişin AA kesidindeki kayma akıları bulunuz.

ÇÖZÜM: AA - kesidinin tarafsız eksene nazaran atalet momenti:

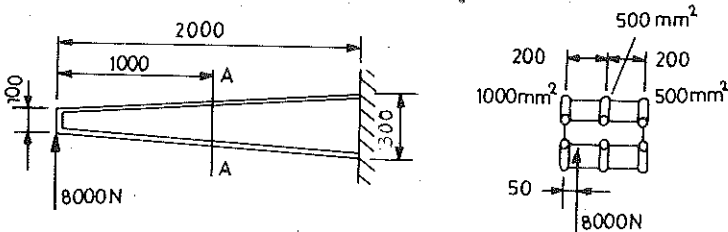
AA kesidindeki eğilme gerilmesi:

$$\sigma_{xx} = \frac{M_z y}{I} = \frac{8000 \times 1000 \times 100}{40 \times 10^6} = 20 \text{ MPa}$$

Şek. 5.25a'da gösterildiği gibi 1000 mm^2 'lik takviyelere etkiyen kuvvetin yatay bileşeni 2000 N , 500 mm^2 'lik takviyelere etkiyen kuvvetlerin yatay bileşenleri ise 1000 N 'dur. Düşey kuvvet bileşenlerini bulmak için kuvvetlerle takviyelerin yatayla yaptığı açının tanjantlarını çarpmak gerekir. Bütün takviyelere gelen toplam düşey V_f kuvveti 4000 N 'dur ve bunlar kayma perdeleri tarafından karşılanır. Şek. 5.25b'de gösterildiği gibi düşey perdelerden biri kesilerek perdelerdeki kayma akışı

$$q = \frac{V_w}{I_z} \int y dA$$

ifadesinden hesaplanır. Burada integral, kesilen perde ile gözönüne alınan perde arasındaki alanın statik momentine eşittir.



Şekil 5.24

1 mm aralıklı iki kesit arasında, sivrilmenin etkisi de gözönünde bulundurularak takviyelerden birine gelen eğilme gerilmesi $V_w \cdot v/I$ iken, A kesitindeki alanındaki eksenel

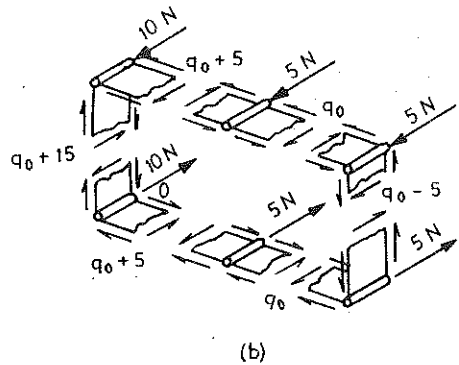
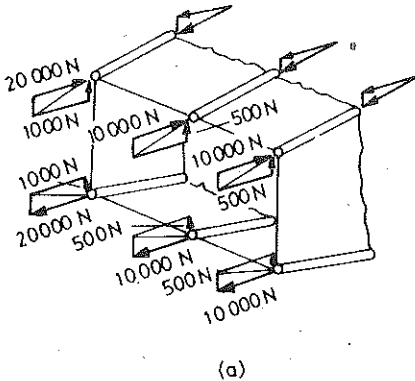
$$\Delta P = \frac{V_w}{I} y A_f$$

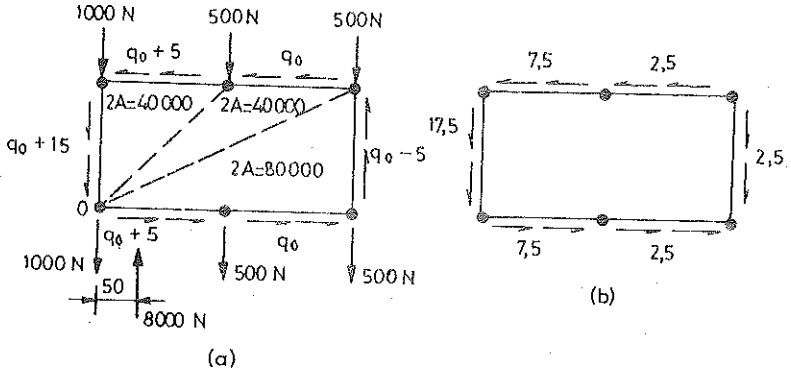
olur. Eksenel bu yükler, daha önce ele alınan sivrilmesi bulunmayan kirişlerde olduğu gibi Şek.5.25b'de gösterilmiştir. Açıklık doğrultusunda etkiyen kuvvetlerin dengesi, bütün perdelerdeki kayma akılarını Şek.5.25b'de gösterildiği gibi q_0 cinsinden verir. Şek.5.26a'da gösterildiği gibi q_0 kayma akısı artık arka kesit üzerinde bulunan bir O noktasında, keside dik z eksenine nazaran bütün burulma momentlerinin toplanması ile bulunabilir:

$$\sum T_o = 0 \quad (+)$$

$$8.000 (50) + (q_0 - 50) (80.000) + q_0 (40.000) + (q_0 + 50) (40.000) - 2 (500) (200) - 2 (500) (400) = 0$$

$$q_0 = 2,5 \text{ N/mm.}$$





Şekil 5.26

5.10. DEĞİŞKEN TAKVİYE ALANLI KİRİŞLER

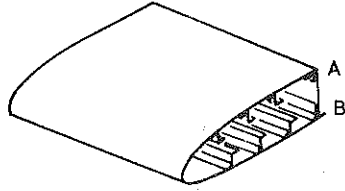
Kısım 5.9'da incelenen kirişlerin derinlikleri, değişken olarak gözönüne alınırken; takviye kesit alanlarının sabit kaldığı farzedilmişti. Birçok uçak-uzay yapı kirişinde derinlikle birlikte takviye kesit alanları da değişebilmektedir. Eğer bütün takviye elemanlarının alanları sabit oranda artıyorsa Kısım 5.9'daki yöntem uygulanabilir. Bir kesitteki alanlar diğer bir kesitteki alanlarla orantılı değilse yöntem hatalı sonuç verir. Şek. 5.27'deki uçak kanadı kesidi, takviye alanları değişen bir yapı olarak gözönüne alınmalıdır. Böyle bir kanadın takviyeleri açıklık boyunca sabit eğilme gerilmesi taşıyacak şekilde dizayn edilmelidir. Kanat köküne doğru, oluşacak büyük eğilme momentlerini karşılamak amacıyla kanat derinliğine bağlı olarak A ve B kiriş başlıklarının alanları artırılır. Kiriş başlıklarının dışında, eğilme momenti taşıyan takviyeler açıklık boyunca aynı alana sahiptir. Bu takviyelerdeki aksenal gerilmeler açıklık boyunca her noktada aynı olduğundan A ve B kiriş başlıkları dışında ΔP yük artım farkı sıfır olacaktır. Denklem (5.24)'te görülebileceği gibi kayma akısı kanadın tüm hücum kenarında aynı kalacak, yalnız kiriş başlıklarında değişecektir. Dolayısı ile daha önce kullanılmış olan analiz yöntemi bu probleme uygulanamaz.

Eğilme gerilmeleri ve toplam takviye yükleri, kirişin iki kesidi için hesaplanabilir. Her kesit için gerçek boyutlar ve takviye alanları kullanılır. Böylece kesitlerdeki değişim gözönüne alınmış olur. Belirli bir a uzaklığındaki iki kesidin P_a ve

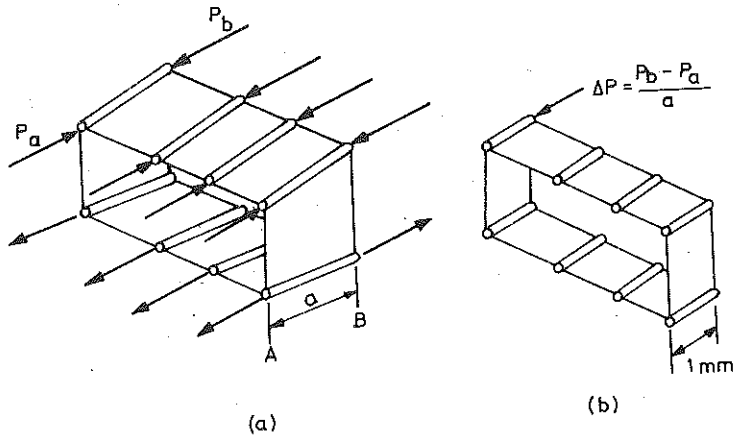
P_b takviye yükleri, Şekil 5.28'de gösterilmiştir. Bir a mesafesinde bulunan herhangi bir takviyedeki yük artımının sabit olduğu farzedilmiştir. Açıklık boyunca, birim uzunlukta, takviye yükündeki artım miktarı;

$$\Delta P = \frac{P_b - P_a}{a} \quad (5.32)$$

olur. Bu kuvvet Şek.28b'de gösterilmiştir. Daha önceki analizde olduğu gibi kayma akısı bu ΔP değerlerinden elde edilebilir.



Şekil 5.27



Şekil 5.28

P değerleri bulunurken kesme kuvvetlerinin kullanılmadığı görülmektedir. Bu nedenle takviye yüklerinin düşey bileşenlerinin hesaplanması şart değildir. Kirişin sivrilmesi ve takviye alanlarındaki değişme atalet momentleri ve eğilme gerilmeleri ise kendiliğinden hesaplara dahil edilmiş olmaktadır. Takviyeleri dizayn etmek için kan

kirişi açıklığı boyunca kanat eğilme gerilmelerini, çeşitli istasyonlarda elde etmek gerekli olduğunda, P_a ve P_b terimleri, fazla ilave hesap yapılmadan elde edilebilir. Bu nedenle, bu analiz yöntemi, genellikle kanat derinliğindeki değişmeyi ele alıp takviye alanlarındaki değişmeyi ele almayan yöntemle nazaran daha basit ve hassas sonuç verir.

İki kesit arasındaki a mesafesi için uygun bir değer alınabilir. Kanat eğilme gerilmelerini açıklık boyunca 350 ile 750 mm aralıklarla hesaplamak alışlagelmıştır. Aralıklar kayma akılarını hesaplamak için oldukça elverişlidir. Çok küçük bir a değeri için P_a ve P_b 'de olacak küçük yüzde hatalarının ΔP 'de büyük hata oranlarına sebep olacağına dikkat etmek gerekir. Eğer a çok büyük seçilirse, iki kesit arasındaki ortalama kayma akısı gerçekte var olanlarla aynı değerde olmayabilir.

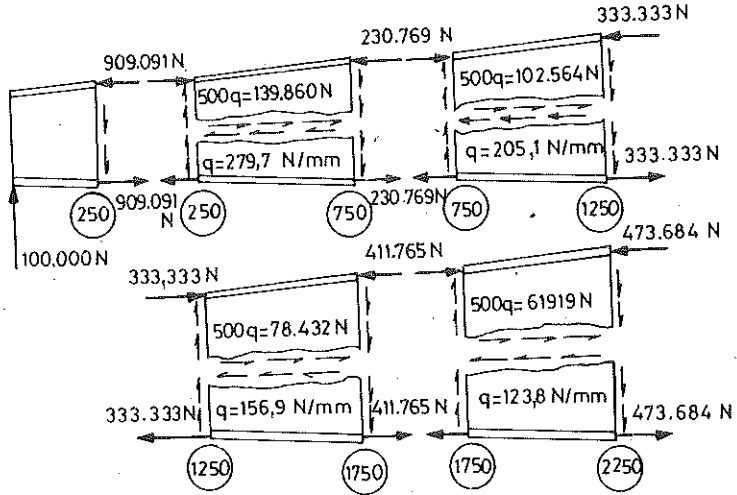
Örnek 5.10 Eğilme gerilmeleri farkını kullanan yöntemle Şek.5.23'te gösterilen kirişteki kayma akılarını bulunuz.

ÇÖZÜM: İki başlıklı kirişte başlıklardaki aksinel yüklerin yatay bileşeni $P = M/h$ 'dir. Çeşitli kesitler için P değerleri, Tablo 5.2'nin 4'üncü sütununda hesaplanmıştır. Herhangi bir kesitteki kayma akısını hesaplarken bu istasyonun 250 mm'lik sağ ve

Tablo 5.2

x	M	h	$P = \frac{M}{h}$	$P_b - P_a$	$q = \frac{P_b - P_a}{500}$	Hata yüzdesi
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
250	25×10^6	275	909.091			
500				139.860	279,7	0,7
750	75×10^6	325	230.769			
1000				102.564	205,1	0,5
1250	125×10^6	375	333.333			
1500				78.432	156,9	0,4
1750	175×10^6	425	411.765			
2000				61.919	123,8	0,2
2250	225×10^6	475	473.684			

solundaki kesitlerdeki aksenal yük değerleri bulunur. Serbest cisim diyagramları Şek.5.29'da gösterilmiştir. Daire içine alınan numaralar istasyonları veya kesitin kirişin sol ucundan uzaklığını gösterir. 500 mm mesafede iki kesit arasındaki kirişin üst kısmındaki yatay yükler arasındaki fark yatay kayma akısı bileşeni $500q$ tarafından karşılanmalıdır. Aksenal yükler arasındaki fark 5'inci sütunda, kayma akıları $q = (P_b - P_a) / 500$ 6'ıncı sütunda gösterilmiştir. Böylece 500 mm istasyonundaki kayma akısı 250 ile 750 istasyonları arasındaki ortalama yatay kaymaya eşittir. Kayma, açıklık boyunca doğrusal bir değişim göstermemesine rağmen; Tablo 5.1'de elde edilen kesin değerlerle bunun arasındaki hata oranı yalnız yüzde 0,7 kadardır.



Şekil 5.29

Bu hata miktarı diğer istasyonlarda daha azdır.

Örnek 5.11 Şek.5.24'te gösterilen kutu kirişin AA kesidindeki kayma akısını bu kesidin sağ ve solunda 250 mm'lik iki kesit olarak eğilme gerilmeleri farkından bulunuz.

ÇÖZÜM: 750 istasyonunda (sol uçtan 750 mm mesafede) Şek.5.30a'da gösterilen boyutlarla kesit atalet momenti bulunur. 6.000 Nm'lik eğilme momentinin 750 istas-

$$\sigma_{xx} = \frac{M_z y}{I_z} = \frac{6.000.000 (87,5)}{30.625.000} = 17,14 \text{ MPa}$$

1000 mm²'lik ve 500 mm²'lik kesit alanlarındaki yükler, Şek.5.31b'de gösterildiği gibi sırası ile 17.143N ve 8571N olur. Şek.5.31a'da gösterilen boyutlardan 1250 istasyonundaki kesit atalet momenti;

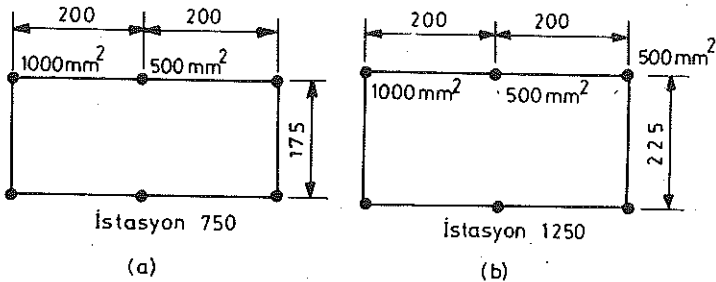
$$I_z = 2 (2000) (112,5^2) = 50.625.000 \text{ mm}^2$$

olarak bulunur. 10⁷Nmm'lik eğilme momentinin yaratacağı eğilme gerilmeleri:

$$\sigma_{xx} = \frac{10^7 \times 112,5}{50.625.000} = 22,222 \text{ MPa}$$

olur. Şek.5.31a'da gösterildiği gibi takviyelerdeki yükler 22.222N ve 11.111N'dur. 1 mm aralıkta takviye yükü artışı ΔP , Denklem (5.32)'den bulunur. 1000 mm²'lik alanlar için:

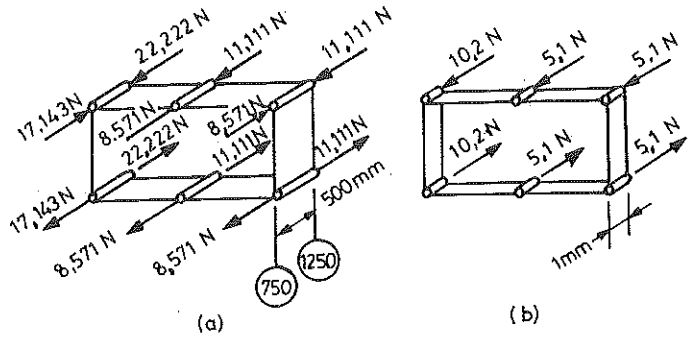
$$\Delta P = \frac{22.222 - 17.148}{500} = 10,16 \text{ N}$$



Şekil 5.30

$$\Delta P = \frac{11.111 - 8.571}{500} = 5,08 \text{ N}$$

ΔP değerleri Şek.5.31b'de gösterilmiştir. Geriye kalan çözümler Örnek 5.9'un benzeridir. ΔP değerleri, Şek. 5.25b'de gösterilen 1000 istasyonundaki kesin değerlerden yaklaşık ortalama yüzde 1 daha büyüktür. İki çözüm için yapılmış olan diğer varsayımlar aynıdır. Eğilme gerilmeleri farkını kullanan yöntem, takviyeler tarafından taşınan kesme tesirlerini doğal olarak gözönüne aldığından, takviyelerin eğimlerini hesaplamak gerekli değildir; yalnız moment denkleminde, takviye kuvvetleri dışarıda bırakılmışsa uygun bir eksene nazaran burulma momentleri bulunmalıdır.



Şekil 5.31

5.11 AIRY GERİLME FONKSİYONLARI

Bölüm 3'te gösterildiği gibi bir gerilme alanının bir cisim içindeki gerçek gerilme durumunu tamamlayabilmesi için bunun yalnız ve yalnız denge, uygunluk ve sınır gerilmeleri şartlarını gerçeklemesi ile mümkündür. Kütle kuvvetlerinin bulunmadığı iki-boyutlu gerilme problemlerinde denge ve uygunluk denklemleri:

$$\sigma_{xx,x} + \sigma_{xy,y} = 0$$

$$\sigma_{xy,x} + \sigma_{yy,y} = 0$$

(Denge)

(3.11)

$$\sigma_{xx,yy} - 2\sigma_{xy,xy} + \sigma_{yy,xx} = 0 \quad (\text{Uygunluk}) \quad (3.29)$$

Cisim içinde gerilmeleri:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \Phi_{,yy} \\ \sigma_{yy} &= \Phi_{,xx} \\ \sigma_{xy} &= -\Phi_{,xy} \end{aligned} \quad (5.33)$$

şeklinde tanımlandığı bir $\Phi(x,y)$ gerilme fonksiyonunun var olduğu farzedilmişse Denklem (3.11) sağlanır. Denklem (5.33), Denklem (5.29)'da yerine konulursa:

$$\Phi_{,xxxx} + 2\Phi_{,xxyy} + \Phi_{,yyyy} = 0 \quad (5.34)$$

elde edilir.

Denklem (5.34)'ün çözümü, hem denge, hem de uygunluk şartlarını sağladığından elastik bir cisimde mümkün olabilecek bir gerilme alanını verir. Özel bir problemde gerçek gerilme durumunu tanımlayan bir gerilme alanı elde etmek için çevrede sınır şartları da sağlanmalıdır.

Denklem (5.34)'ün çözümü iki yöntemle elde edilebilir; polinom çözümü ve Fourier serileri çözümü:

Polinom çözümü $\Phi(x,y)$ gerilme fonksiyonunun

$$\Phi(x,y) = \Phi_1(x,y) + \Phi_2(x,y) + \dots + \Phi_n(x,y) = \sum_{n=1}^N \Phi_n(x,y) \quad (5.35)$$

şeklinde bir çözümü bulunduğu farzedilirse, burada

$$\Phi_n(x,y) = \sum_{i=0}^n A_{in} x^{n-i} y^i \quad (5.36)$$

dır. Çeşitli dereceden polinomlar alınarak ve bunların A_{in} katsayıları uygun bir şekilde ayarlanarak birçok problem çözülebilir. Örneğin

$$\Phi(x,y) = \sum_{n=1}^4 \Phi_n(x,y) = \sum_{n=1}^4 \left(\sum_{i=0}^n A_{in} x^{n-i} y^i \right) \quad (5.37)$$

alınarak, A_{22} ve A_{02} 'den başka bütün katsayılar sıfır farzedilirse:

$$\sigma_{xx} = \Phi_{,yy} = 2A_{22}$$

$$\sigma_{yy} = \Phi_{,xx} = 2A_{02} \quad (5.38)$$

$$\sigma_{xy} = 0$$

bulunur.

Denklem (5.37) incelendiğinde bu, Şek.5.32b'de gösterildiği gibi yüklenmiş iki boyutlu cismin çözümüdür. Buna ilave olarak eğer A_{02} sıfır alınırsa sonuç Şek.5.32b'dekine karşılık gelir. Şek.5.32c ve d Denklem (5.36)'da sırasıyla A_{12} ve A_{34} 'ün yalnız sıfır olmayan katsayılar halini temsil eder.

Pratik problem çözümlerinde Airy gerilme fonksiyonu çözümünün kullanımını göstermek için Şek.5.33a'da gösterilen kiriş problemi gözönüne alınsın. $x = x_0$ daki düz kesme yükü V 'nin cisimlerin mukavemetine göre alana parabolik bir kayma gerilme dağılımı şeklinde dağıldığı ve S aksenal kuvvetinin de uygulandığı yüzeye düzgün yayıldığı farzedilmiştir.

Aynı zamanda eğilme gerilmelerinin Şek.5.33b'de gösterildiği gibi lineer değiştiği farzedilmektedir.

Şek.5.32b, c, d ve 5.33b'nin karşılaştırılmasından Şek.5.33b'deki yüklenimi Şek.5.32b,c ve d'deki yüklerin süperpozisyonundan elde edilebileceği görülebilir. Böylece Şek 5.33a'daki kirişin gerilme alanı

$$\sigma_{xx} = 2A_{22} + 6A_{34} xy$$

$$\sigma_{yy} = 0$$

$$\sigma_{xy} = A_{12} - 3A_{34}y^2$$

(5.39)

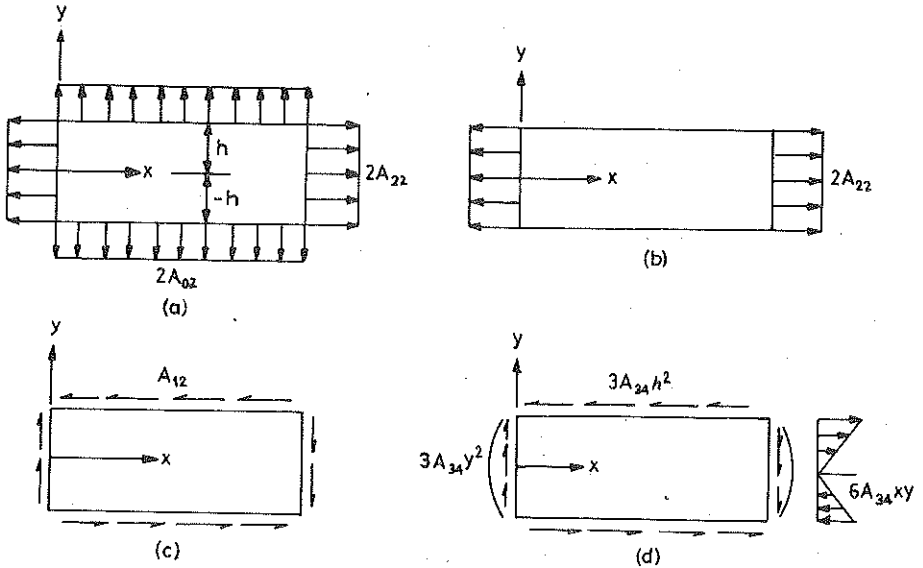
şeklinde. Şek.5.33'a'da verilen kirişin sağlaması gereken sınır şartlar şunlardır:

$$y = \pm h \text{ da } \sigma_{xy} = 0$$

$$x = 0 \text{ da } - \int_{-h}^h \sigma_{xy} dy = V$$

(5.40)

$$x = 0 \text{ da } \int_{-h}^h \sigma_{xy} dy = S$$



Şekil 5.32

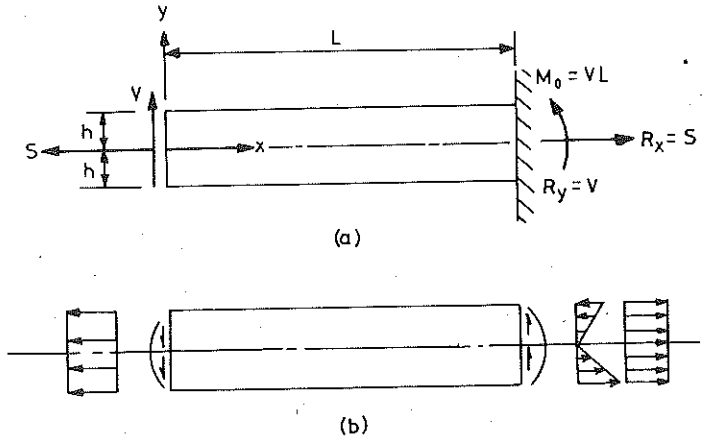
Denklem (5.39), Denklem (5.40)'da kullanılırsa;

$$- A_{12} - 3A_{34} h^2 = 0$$

$$\int_{-h}^h (-A_{12} - 3A_{34} y^2) dy = -V \quad (5.41)$$

$$\int_{-h}^h 2 A_{22} dy = S$$

verir.



Şekil 5.33

Denklem (5.41) çözülürse

$$A_{12} = \frac{3}{4} \frac{V}{h}$$

$$A_{34} = -\frac{V}{4h^3}$$

$$A_{22} = \frac{S}{4h}$$

$$\sigma_{xx} = \frac{S}{2h} - \frac{3}{2} \frac{V}{h^3} xy = \frac{S}{2h} - \frac{V}{I} xy$$

$$\sigma_{yy} = 0 \quad (5.42)$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{3}{4} \frac{V}{h} + \frac{3}{4} \frac{V}{h^3} y^2 = -\frac{V}{2I} (h^2 - y^2)$$

olur.

Fourier serileri çözümü Fourier serileri çözümü örneğin Şek.5.34'te gösterildiği gibi cismin bir kısmında yük dağılımında süreksizlik olduğunda kullanılır. Bu yöntemde Denklem (5.34)'ün çözümünün;

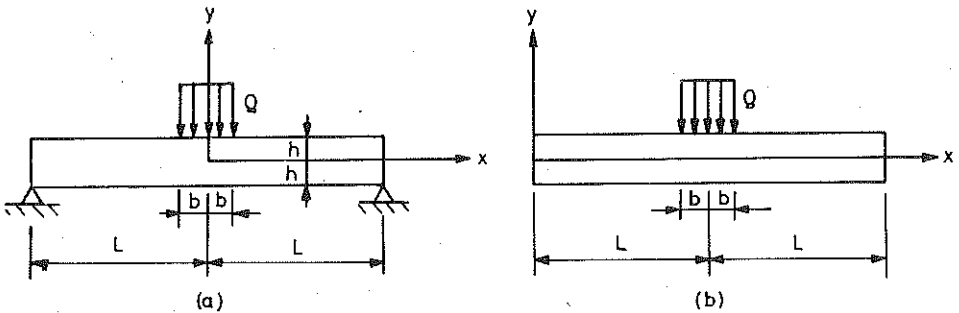
$$\Phi(x,y) = \Phi_x(x) \Phi_y(y) \quad (5.43)$$

şeklinde ifade edilebileceği farzedilir. Burada;

$$\Phi_x(x) = \sin \frac{m \pi x}{L}$$

veya

$$\Phi_x(x) = \cos \frac{m \pi x}{L} \quad (5.44)$$



Şekil 5.34

Denklem (5.44a) veya (5.44b), Denklem (5.43)'te kullanır ve bu Denklem (5.34)'te yerine konulursa

$$\frac{d^4 \Phi_y}{dy^4} - 2\beta^2 \frac{d^2 \Phi_y}{dy^2} + \beta^4 \Phi_y = 0 \quad (5.45)$$

verir. Burada $\beta = m\pi/L$ 'dir.

Denklem (5.45) sabit katsayılı dördüncü mertebeden homojen bir diferansiyel denklemdir. Bunun çözümü hiperbolik fonksiyonlarla kolayca elde edilebilir.

$$\Phi_y = C_1 \sinh \beta y + C_2 \cosh \beta y + C_3 y \sinh \beta y + C_4 y \cosh \beta y \quad (5.46)$$

C_1, C_2, \dots katsayıları ele alınan cismin sınır şartlarına göre belirlenir. Böylece Denklem (5.34)'ün toplam çözümü;

$$\begin{aligned} \Phi(x,y) = & (C_1 \sinh \beta y + C_2 \cosh \beta y + C_3 y \sinh \beta y \\ & + C_4 y \cosh \beta y) \sin \frac{m\pi x}{L} \end{aligned} \quad (5.47a)$$

veya

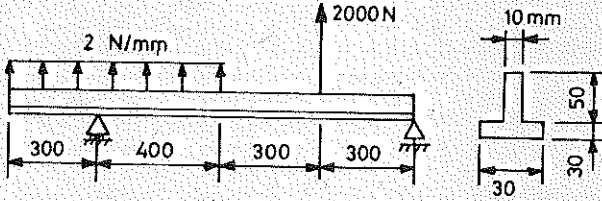
$$\begin{aligned} \Phi(x,y) = & (C_1 \sinh \beta y + C_2 \cosh \beta y + C_3 y \sinh \beta y) \\ & + C_4 y \cosh \beta y) \cos \frac{m\pi x}{L} \end{aligned} \quad (5.47b)$$

Trigonometrik fonksiyon seçimi, yüklemenin simetrisine bağlıdır. Örneğin ele alınan kirişte Şek.5.3a'da gösterildiği gibi seçilen y eksenine nazaran yükleme simetrik ise kosinüs fonksiyon kullanılmalıdır.

Şek.5.34b'deki kirişte ise seçilen y eksenine nazaran yüklemde asimetri olduğundan sinüs fonksiyonu seçilmelidir.

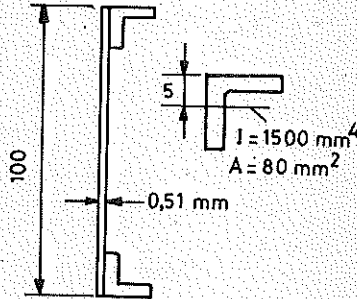
PROBLEMLER

5.1 Şek.P5.1'de gösterilen kirişin eğilmesinden dolayı meydana gelecek en büyük çekme ve basınç gerilmelerini bulunuz. Kesmenin en büyük olduğu açıklıkta kesit üzerinde kayma gerilmeleri dağılımını, düşey olarak 10 mm aralıklı noktaları gözönünde bulundurularak hesaplayınız.



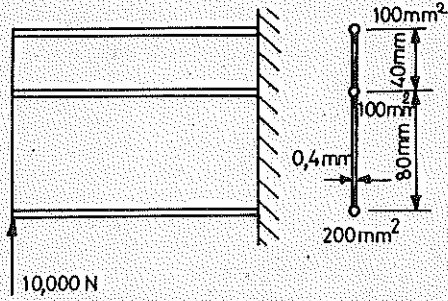
Şekil P5.1

5.2 Şek. P5.2'de gösterilen kiriş kesit alanındaki en büyük kayma ve eğilme gerilmelerini bulunuz. Kesme kuvveti $V=10.000 \text{ N}$ ve eğilme momenti $M = 40 \text{ Nm}$ 'dir. Her iki köşebentini kesit alanları aynıdır. Perdenin eğilme gerilmeleri taşıyabildiği fazedir.



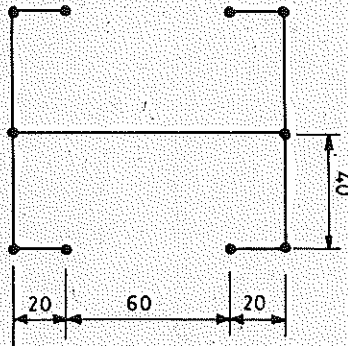
Şekil P5.2.

5.3 Şek.P5.3'te gösterilen kirişin kesidindeki kayma gerilmelerini ve kayma



Şekil P5.3

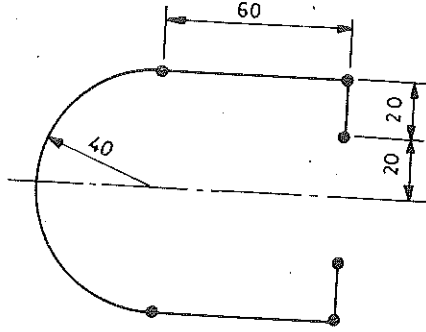
5.4 Şek.P5.4'teki kirişin üstteki beş takviyesinin herbirinin alanı 40 mm^2 ve alttaki beş takviyenin herbirinin alanı ise 80 mm^2 'dir. Düşey kuvvet $12,000 \text{ N}$ ise bütün perdelerin kayma akılarını hesaplayınız.



Şekil P5.4

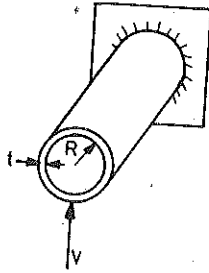
5.5 Şek.P5.5 ve P5.6'da gösterilen kesidin altı takviyesinden herbirinin alanı 50 mm^2 'dir. Bütün perdelerdeki kayma akılarını ve $10,000 \text{ N}$ 'luk kesme kuvvetinin

5.6 Şek.P5.5 ve P5.6'daki kesitte 3000N'luk yatay kesme kuvveti altında perdelerde oluşacak kayma akılarını bulunuz.



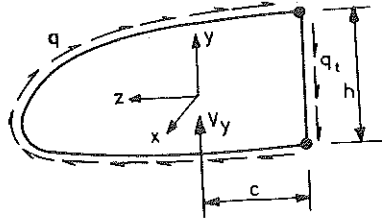
Şekil P5.5 ve P5.6

5.7 Şek.P5.7'de gösterilen dairesel tüpün çevresindeki kayma akısı dağılımı için genel bir ifade bulunuz. Cidar kalınlığının R yarıçapı yanında küçük olduğu farzedilecektir.



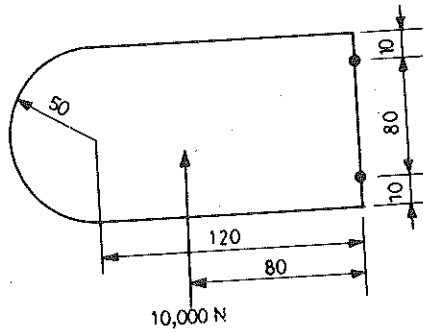
Şekil P5.7

5.8 Şek.P5.8'de gösterilen düşey V_y kesme kuvveti altındaki iki-takviyeli kirişin perdelerindeki kayma akılarını bulmak için Denklem (5.17) ve (5.18)'den yararlanınız.



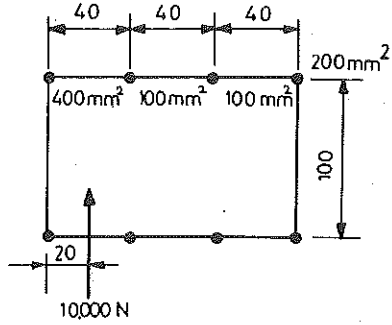
Şekil P5.8

5.9 Şek.P5.9'da gösterilen kesitte kayma akısı dağılımını bulunuz. Her bir takviyenin kesit alanı 150 mm^2 'dir.



Şekil P5.9

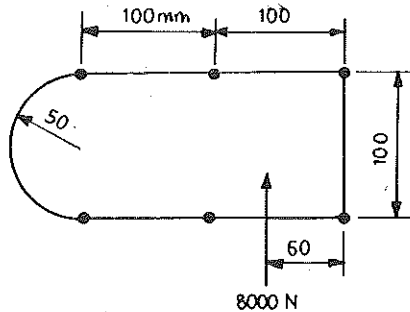
5.10 Şek.P5.10'da gösterilen kutu kiriş kesidinin yatay bir eksene nazaran simetrisi var ise, perdelerindeki kayma akılarını bulunuz.



Şekil P5.10

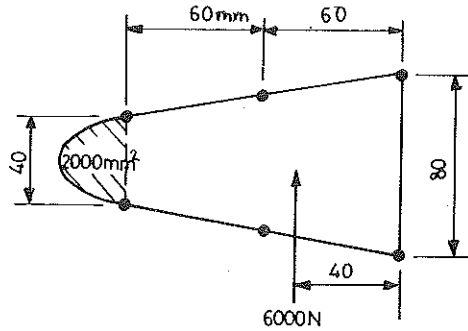
5.11 Şek.P5.11 ve P5.12'de gösterilen kirişin perdelerindeki kayma akılarını bulunuz. Bütün takviyelerin alanları 1000 mm^2 'dir.

5.12 Şek.P5.11 ve P5.12'deki iki sağ takviyenin alanının 300 mm^2 ve diğerlerinin 100 mm^2 olduğunu farzediniz. İki yöntemle perdelerdeki kayma akılarını bulunuz.



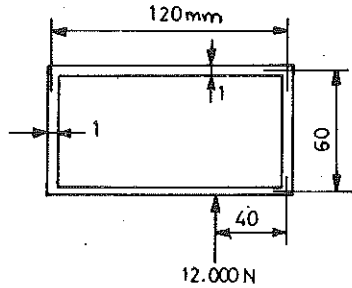
Şekil P5.11 ve P5.12

5.13 Şek.P5.13'te gösterilen kiriş kesidinin en sağındaki iki takviye alanı 150 mm^2 , diğerleri 50 mm^2 ise bütün perdelerdeki kayma akılarını bulunuz.



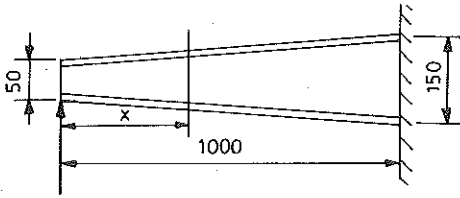
Şekil P5.13

5.14 Şek.P5.14'te gösterilen bütün perdelerdeki kayma akıları dağılımını bulunuz.

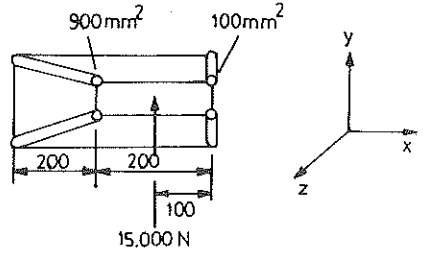


Şekil P5.14

5.15 Örnek 5.8'deki (Bak Şek.5.8) kirişin derinliği serbest uçtan itibaren 150mm'den sabit uça 450 mm'ye kadar artacak şekilde değiştiğini gözönüne alarak çözüünüz.



Şekil P5.15



Şekil P5.16

5.16 Şek.P5.16'da gösterilen kirişin $x = 500$ mm'deki kesidindeki kayma akılarını bulunuz. Burulma momentlerini iki yöntemle hesaplayınız:

- Burulma eksenini herhangi bir şekilde seçip, takviye yüklerinin kesit düzlemi içindeki bileşenlerini hesaplayınız.
- Çeşitli kesitlerin sentroidlerini birleştiren eksene göre burulma momentlerin hesaplayınız.

5.17 Prob.5.16'yı, uç kesidin merkezine sağa doğru yatay 600N'luk bir yük ilave edilmesi hali için tekrar ediniz.

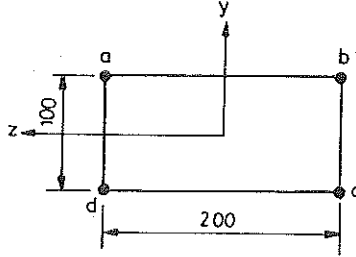
5.18 300 mm uzunluğunda konsol bir kiriş serbest ucunda 1000N'luk bir düşey yük taşımaktadır. Kesit 60×10^4 luk dikdörtgen şeklindedir.

- 60 mm'lik kenar düşey ise
- 60 mm'lik kenar düşeyle 5° açı yapıyorsa
- 60 mm'lik kenar düşeyle 10° açı yapıyorsa en büyük eğilme gerilmesini ve tarafsız eksenin konumunu bulunuz.

5.19 Kare kesitli yatay bir kiriş düşey yükler taşımaktadır. Bir kenarı yatayla θ açısı yapıyor ise tarafsız eksenin yatayla yaptığı açığı bulunuz. Eğilme gerilmelerinin en düşük değeri alması için kirişin θ açısı hangi değerde olmalıdır.

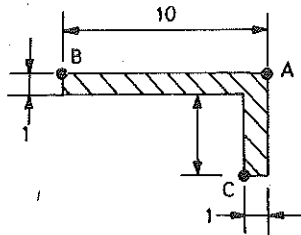
5.20 Şek.P5.20'de kesidi gösterilen kutu kirişin eğilme gerilmelerini ve takviye yüklerini bulunuz. $M_z = 10 \text{ Nm}$ ve $M_y = 4 \text{ Nm}$ 'dir. Takviye alanlarını şu şekilde alınız:

- (a) $a = b = c = d = 200 \text{ mm}^2$
 (b) $a = b = 300 \text{ mm}^2$ $c = d = 100 \text{ mm}^2$
 (c) $a = d = 300 \text{ mm}^2$ $c = b = 100 \text{ mm}^2$
 (d) $a = c = 300 \text{ mm}^2$ $b = d = 100 \text{ mm}^2$
 (e) $a = c = 100 \text{ mm}^2$ $b = d = 300 \text{ mm}^2$



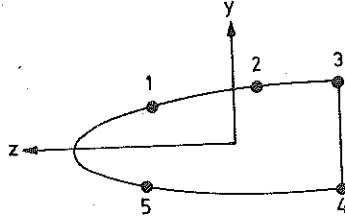
Şekil P5.20

5.21 Şek.P5.21'de kesidi gösterilen kiriş $M_z = 0,0010 \text{ Nm}$ 'lik bir eğilme momentini taşımaktadır. A, B ve C noktalarındaki eğilme gerilmelerini hesaplayınız.



Şekil P5.21

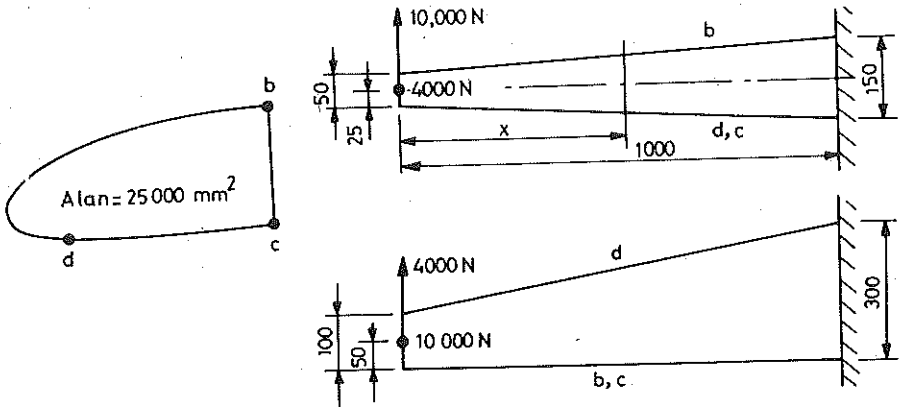
5.22 Şek.P5.22'de gösterilen kutu kiriş $M_z = 100\text{Nm}$ ve $M_y = 12\text{Nm}$ 'lik eğilme momentleri taşıyor. Perdelerin eğilmeye çalışmadığını ve takviye alanlarının koordinatlarının şu şekilde olduğunu farzediniz:



Şekil P5.22

No	Alan, mm ²	z, mm	y, mm
1	180	26,2	83
2	40	-108,1	91,2
3	80	-247,0	97,5
4	230	-247,0	-13
5	100	26,2	-12

5.23 Şek.P5.23 ve P5.24'te gösterilen kirişin $x = 100\text{ mm}$ 'deki kesimindeki kayma akılarını bulunuz. Yalnız bir kesiti gözönüne alınarak takviye yüklerinin düzlem içi bileşenlerini hesaplayınız.



Şekil P5.23 ve 5.24

5.24 Şek.P5.23 ve P5.24'te gösterilen kiriş için $x = 400$ ve $x = 600$ mm kesitlerindeki takviye yükleri farkını kullanarak Prob.5.23'ü tekrar ediniz.

5.25 Şek.P5.25 ve P5.26'da gösterilen $x = 500$ mm'deki kesidin perdelerindeki kayma akılarını bulunuz. Takviye alanlarının şu şekilde olduğu farzedilecektir:

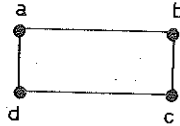
(a) $a = b = 300 \text{ mm}^2$, $c = d = 100 \text{ mm}^2$

(b) $a = c = 100 \text{ mm}^2$, $c = d = 300 \text{ mm}^2$

(c) $a = c = 300 \text{ mm}^2$, $b = d = 100 \text{ mm}^2$

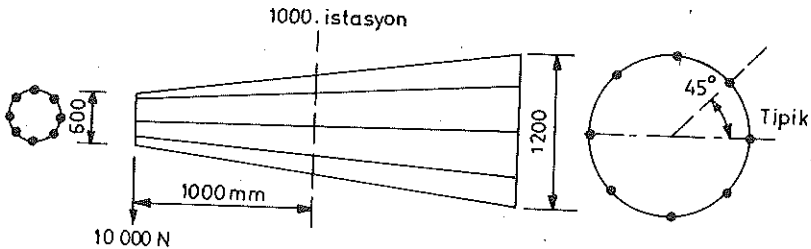
Yalnızca belirtilen kesidi gözönüne alınız ve başlık yüklerinin düzlem içi bileşenlerini hesaplayınız.

5.26 $x = 400$ ve 600 mm'deki başlık yükleri farkını kullanarak Şek.P5.25 ve P5.26'da gösterilen kesit için Prob.5.25'i tekrar ediniz.



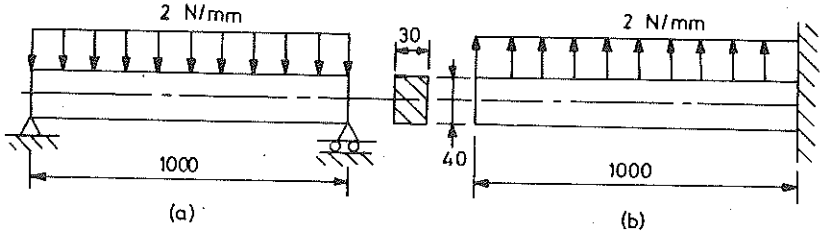
Şekil P5.25 ve P5.26

5.27 Şek.P5.27'de gösterilen gövdenin 1000. istasyonundaki kayma akılarını bulunuz. Bütün takviye alanlarının 100 mm^2 olduğu farzedilecektir.



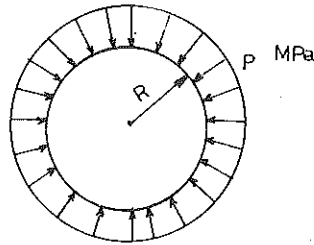
Şekil P5.27

5.28 Airy gerilme fonksiyonlarını kullanarak Şek.P5.28'de gösterilen kirişlerin gerilmelerini bulunuz.



Şekil P5.28

5.29 İnce, dairesel bir plak çevresi boyunca etkiyen sabit yayılı basınç etkisindedir. Airy gerilme fonksiyonunu kullanarak gerilmeleri bulunuz. Plak kalınlığının t 'ye eşit olduğu farzedilecektir (Bakınız Şek.P5.29).



Şekil P5.29

